

# Capítulo 8

## Estimación del Coeficiente de Transferencia de Calor en Intercambiadores de Calor Usando Observadores de Perturbación

Esteban Chávez Conde<sup>1</sup>  
Jesús Carrillo Ahumada<sup>2</sup>  
Álvaro Cabrera Amado<sup>3</sup>  
Rafael Castillo Rincón<sup>4</sup>

---

**Abstract:** An approach to the estimation on-line heat transfer coefficient in heat exchangers using a disturbance observer is presented, for monitoring and maintenance purposes. Heat exchangers are widely used in the process industry and is common maintenance cleaning the walls of the tubes, in order to maintain efficiency in the heat transfer. However, it is not possible to make a direct measurement of the coefficient of overall heat transfer in these equipments. As an alternative, on-line estimation algorithm based partially on the Generalized Proportional Integral Observer is proposed; which considers the disturbance signal of interest as a bounded signal by a family of Taylor polynomials time-varying and by an extension of Luenberger observer, the estimate is achieved. The numerical simulation results show the satisfactory performance of the proposed strategy.

**Keywords:** Heat exchanger, on-line estimation, disturbance observer.

**Resumen:** Presentamos un acercamiento a la estimación en línea del coeficiente de transferencia de calor en intercambiadores de calor

---

<sup>1</sup>echavez@unpa.edu.mx. Departamento de Mecatrónica, Universidad del Papaloapan

<sup>2</sup>jcarrillo@unpa.edu.mx. Instituto de Química Aplicada, Universidad del Papaloapan

<sup>3</sup>acabrera@unpa.edu.mx. Departamento de Mecatrónica, Universidad del Papaloapan

<sup>4</sup>rcastillo@unpa.edu.mx. Departamento de Mecatrónica, Universidad del Papaloapan

usando un observador de perturbación, para fines de monitoreo y mantenimiento. Los intercambiadores de calor son muy utilizados en la industria de procesos y es común el mantenimiento de limpieza en las paredes de los tubos, para mantener su eficiencia en la transferencia de calor. Sin embargo, no es posible realizar una medición directa del coeficiente de transferencia de calor global en estos equipos. Como una alternativa, proponemos un algoritmo de estimación en línea basado parcialmente en el Observador Proporcional Integral Generalizado; que considera a la señal de perturbación de interés como una señal acotada por una familia de polinomios de Taylor variantes en el tiempo y mediante una extensión del observador de Luenberger, se logra la estimación. Los resultados de simulación numérica muestran el desempeño satisfactorio de la estrategia propuesta.

## 8.1 Introducción

Los intercambiadores de calor son muy utilizados en la industria de procesos para transferir energía de un fluido a otro a través de una pared [4]. En la práctica, a las paredes donde ocurre la transferencia de calor, se adhieren suciedades que reducen la eficiencia de transferencia de energía. Por esta razón, periódicamente se realiza un mantenimiento de limpieza para retirar las suciedades, con el fin de que el intercambiador de calor opere eficientemente de acuerdo a las especificaciones de diseño. Sin embargo, no es posible realizar una medición directa del coeficiente de transferencia de calor global en estos equipos. Por lo que resulta importante estimar en línea este coeficiente, para determinar un plan de mantenimiento preventivo.

Algunos trabajos de investigación relacionados a la estimación del coeficiente de transferencia de calor emplean métodos y estrategias en línea y fuera de línea, el uso de un modelo matemático, la medición de algunas variables y el conocimiento de parámetros que son posibles de determinar. Por ejemplo, Zhang *et al.* en [19], emplean el método de mínimos cuadrados recursivos multivariable para estimar parámetros del modelo que están relacionados al coeficiente de transferencia de calor. Gudmundsson en [5], presenta estrategias en línea y fuera de línea para detectar ensuciamiento en las paredes del intercambiador de calor, mediante mediciones en operación normal y métodos basados en filtros de Kalman y mínimos cuadrados, para estimar parámetros del modelo que relacionan al coeficiente de transferencia de calor. Astorga-Zaragoza *et al.* en [1], emplean un observador adaptable no lineal para estimar en línea el coeficiente de transferencia de calor con el conocimiento de variables de entrada, salida y parámetros conocidos.

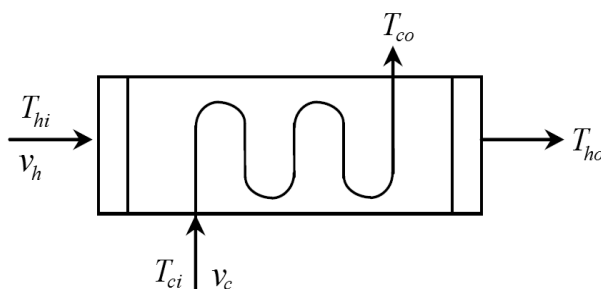
En este trabajo proponemos un algoritmo de estimación en línea basado par-

cialmente en el Observador Proporcional Integral Generalizado (Observador GPI) (ver [16], [17] y [15]). Consideramos a la señal de perturbación de interés como una señal acotada por una familia de polinomios de Taylor variantes en el tiempo y mediante una extensión del observador de Luenberger, se logra la estimación de la perturbación y por consiguiente, del coeficiente de transferencia de calor. El contenido del trabajo está organizado de la siguiente forma: en la Sección 8.2 describimos el modelo matemático del intercambiador de calor en estudio; en la Sección 8.3 y 8.4 se encuentra el diseño del observador de perturbación para dos casos de estudio, en el primero se considera la razón de flujo constante, y en el segundo la razón de flujo es variante. En ambos casos, los términos no lineales son estimados vía el observador de perturbación; entre estas variables y parámetros se encuentra el coeficiente de transferencia de calor, el cual puede ser determinado. Los resultados de simulación numérica se muestran en la Sección 8.5. Finalmente, presentamos las conclusiones en la Sección 8.6.

## 8.2 Modelo matemático del intercambiador de calor

El intercambiador de calor en estudio corresponde a uno del tipo *recuperativo* [4], ya que los fluidos intercambian calor a través de una pared que los separa. Además, los fluidos circulan en direcciones opuestas, es decir, a contra flujo.

En la Figura 8.1 mostramos un diagrama esquemático simplificado de un intercambiador de tubo y coraza, donde  $T_{hi}$  y  $v_h$  representan la temperatura y la razón de flujo del flujo caliente a la entrada de la coraza;  $T_{ho}$  representa la temperatura del flujo caliente a la salida de la coraza;  $T_{ci}$  y  $v_c$  representan la temperatura y la razón de flujo del flujo frío a la entrada de los tubos, y  $T_{co}$  representa la temperatura del flujo a la salida de los tubos.



**Figura 8.1:** Diagrama esquemático de un intercambiador de calor de tubo y coraza.

El modelo matemático del intercambiador de calor puede obtenerse a partir de la ley de enfriamiento de Newton, mediante un balance de energía (ver [10], [1] y [11]), basado en las siguientes consideraciones:

1. No existe transferencia de calor con los alrededores.
2. Las propiedades termofísicas de los fluidos permanecen constantes.
3. Los fluidos son incompresibles.
4. No existe almacenamiento de energía en las paredes del intercambiador.
5. Para el objetivo del presente trabajo no se considera la transferencia de calor axial.

El balance de energía del flujo frío es el siguiente:

*Acumulación de energía en el flujo frío*  
 = Energía que entra en el flujo frío  
 – Energía que sale en el flujo frío  
 + Energía que gana el flujo frío.

$$\begin{aligned} & \rho_c c_{pc} V_c [T_c|_{t+\Delta t} - T_c|_t] = \\ & (\rho_c c_{pc} \Delta t) v_c T_{ci} - (\rho_c c_{pc} \Delta t) v_c T_{co} + (UA \Delta t) \Delta T. \end{aligned} \quad (8.2.1)$$

Y el balance de energía del flujo caliente es:

*Acumulación de energía en el flujo caliente*  
 = Energía que entra en el flujo caliente  
 – Energía que sale del flujo caliente  
 – Energía que pierde el flujo caliente.

$$\begin{aligned} & \rho_h c_{ph} V_h [T_h|_{t+\Delta t} - T_h|_t] = \\ & (\rho_h c_{ph} \Delta t) v_h T_{hi} - (\rho_h c_{ph} \Delta t) v_h T_{ho} - (UA \Delta t) \Delta T \end{aligned} \quad (8.2.2)$$

Simplificando las ecuaciones (8.2.1) y (8.2.2) obtenemos el modelo matemático del intercambiador de calor, dado por:

$$\dot{T}_{co} = \frac{1}{V_c} \left[ v_c (T_{ci} - T_{co}) + \frac{UA}{c_{pc} \rho_c} \Delta T \right], \quad (8.2.3)$$

$$\dot{T}_{ho} = \frac{1}{V_h} \left[ v_h (T_{hi} - T_{ho}) - \frac{UA}{c_{ph} \rho_h} \Delta T \right], \quad (8.2.4)$$

donde,  $\dot{T}_{co}$  y  $\dot{T}_{ho}$  son las razones de cambio respecto del tiempo de las temperaturas de salida del flujo frío y caliente, respectivamente;  $U$  representa el coeficiente de transferencia de calor global;  $A$  es el área de la superficie de transferencia de calor;  $c_{pc}$  y  $c_{ph}$  son el calor específico en el flujo frío y caliente, respectivamente;  $\rho_c$  y  $\rho_h$  son el calor específico en el flujo frío y caliente, respectivamente;  $V_c$  y  $V_h$  son el volumen en el flujo frío y caliente, respectivamente; y,

$$\Delta T = \Delta T_l \triangleq \frac{(T_{ho} - T_{ci}) - (T_{hi} - T_{co})}{\ln \left( \frac{T_{ho} - T_{ci}}{T_{hi} - T_{co}} \right)}.$$

Siendo  $\Delta T$  la *media logarítmica de la diferencia de temperatura* (LMTD) (ver [7]). Debido a la indeterminación de la media logarítmica de la diferencia de la temperatura, consideramos que (ver [1]):

$$\Delta T = \begin{cases} \Delta T_l, & \text{si } T_{ho} - T_{ci} \neq T_{hi} - T_{co}, \\ \Delta T_0, & \text{si } T_{ho} - T_{ci} = T_{hi} - T_{co} = \Delta T_0. \end{cases}$$

Así que, las ecuaciones (8.2.3) y (8.2.4) describen la dinámica del intercambiador de calor. Es importante comentar que el coeficiente de transferencia de calor está en función de las razones de flujo (frío y caliente), de un factor de ensuciamiento y de parámetros de diseño (ver [4], [10] y [7]). Es decir, una vez diseñado y construido el intercambiador de calor, al existir un cambio en las razones de flujo o del factor de ensuciamiento, cambia el coeficiente de transferencia de calor. Para mayor detalles de esto, puede revisar las referencias [13], [6], [14] y [11].

A partir de la ecuación (8.2.3) que describe la dinámica parcial del intercambiador de calor, se desarrollan dos estrategias para la estimación del coeficiente de transferencia de calor global  $U$ .

### 8.3 Caso de estudio 1: Flujos constantes. Temperaturas del flujo frío $T_{ci}$ como entrada y $T_{co}$ como salida

A partir de la ecuación (8.2.3), se diseña un observador de perturbación para estimar el coeficiente de transferencia de calor global  $U$ . Considerando como constantes la razón de flujo de la corriente fría  $v_c$  y caliente  $v_h$ ; y como variables de entrada y salida del sistema, las temperaturas del flujo frío  $T_{ci} = u$  y  $T_{co} = y$ , respectivamente. Así también, consideramos que están disponibles las mediciones de las temperaturas del flujo caliente ( $T_{hi}$  y  $T_{ho}$ ). Reescribiendo la ecuación (8.2.3) en términos de las variables de entrada y salida, tenemos:

$$\dot{y} = \alpha u - \alpha y + \beta U \Delta T, \quad (8.3.1)$$

donde,  $\alpha = \frac{v_c}{V_c}$  y  $\beta = \frac{A}{V_c c_{pc} \rho_c}$ .

La ecuación (8.3.1) es una ecuación diferencial no lineal, debido al término  $\Delta T$  que incluye a la media logarítmica de la diferencia de temperaturas de los flujos a la entrada y a la salida del intercambiador de calor. Consideramos que el término  $\beta U \Delta T$  es la dinámica no lineal que deseamos estimar mediante el observador de perturbación, para determinar el coeficiente de transferencia de calor global  $U$ . Para esto, consideramos que  $\xi(t) = \beta U \Delta T$  es una señal acotada por una familia de polinomios de Taylor variantes en el tiempo (ver [18], [2] y [3]), de la forma:

$$\xi(t) \approx p_0 + p_1 t + p_2 t^2, \quad (8.3.2)$$

siendo  $p_0, p_1, p_2$  constantes reales desconocidas. Expresamos como un sistema dinámico en variables de estado a la señal de perturbación dada por la ecuación (8.3.2),

$$\begin{aligned} \dot{\xi}_1 &= \xi_2, \\ \dot{\xi}_2 &= \xi_3, \\ \dot{\xi}_3 &= 0, \end{aligned} \quad (8.3.3)$$

donde  $\xi_1 = \xi(t)$ ,  $\xi_2 = \dot{\xi}(t)$ ,  $\xi_3 = \ddot{\xi}(t)$ . Ahora, la dinámica extendida del sistema lineal perturbado se obtiene considerando las ecuaciones (8.3.1) y (8.3.3),

$$\begin{aligned} \dot{y} &= \alpha u - \alpha y + \xi_1, \\ \dot{\xi}_1 &= \xi_2, \\ \dot{\xi}_2 &= \xi_3, \\ \dot{\xi}_3 &= 0. \end{aligned} \quad (8.3.4)$$

El sistema lineal perturbado extendido dado por la ecuación (8.3.4), es de estado completamente observable<sup>5</sup> con la salida  $y = T_{co}$ . A partir de la ecuación

---

<sup>5</sup>El concepto de observabilidad es útil al resolver el problema de reconstruir variables de estado no medibles, a partir de variables que sí lo son en el tiempo mínimo posible. Un sistema es observable en el tiempo  $t_0$  si, con el sistema en el estado  $\mathbf{x}(t_0)$ , es posible determinar este estado a partir de la observación de la salida durante un intervalo de tiempo finito (ver [12]). R. Kalman introdujo los conceptos de controlabilidad y observabilidad en sistemas dinámicos lineales (ver Kalman *et. al.*, en [8]), que son propiedades importantes en el diseño de sistemas de control en el espacio de estados.

(8.3.4) se propone un observador de Luenberger<sup>6</sup> extendido de la forma:

$$\begin{aligned}\hat{\dot{y}} &= \alpha u - \alpha \hat{y} + \hat{\xi}_1 + \lambda_3(y - \hat{y}), \\ \hat{\dot{\xi}}_1 &= \hat{\xi}_2 + \lambda_2(y - \hat{y}), \\ \hat{\dot{\xi}}_2 &= \hat{\xi}_3 + \lambda_1(y - \hat{y}), \\ \hat{\dot{\xi}}_3 &= \lambda_0(y - \hat{y}).\end{aligned}\tag{8.3.5}$$

La dinámica de error del observador se obtiene restando la ecuación (8.3.5) de la ecuación (8.3.4),

$$\begin{aligned}\dot{e}_1 &= -\alpha e_1 + e_{z1} - \lambda_3 e_1, \\ \dot{e}_{z1} &= e_{z2} - \lambda_2 e_1, \\ \dot{e}_{z2} &= e_{z3} - \lambda_1 e_1, \\ \dot{e}_{z3} &= -\lambda_0 e_1,\end{aligned}\tag{8.3.6}$$

donde,  $e_1 = y - \hat{y}$ ,  $e_{z1} = \xi_1 - \hat{\xi}_1$ ,  $e_{z2} = \xi_2 - \hat{\xi}_2$ ,  $e_{z3} = \xi_3 - \hat{\xi}_3$ . Y la ecuación característica de la dinámica de error del observador está dada por:

$$s^4 + (\alpha + \lambda_3)s^3 + \lambda_2 s^2 + \lambda_1 s + \lambda_0 = 0.\tag{8.3.7}$$

Para el diseño de las ganancias del observador  $\lambda_0, \dots, \lambda_3$ , se propone un polinomio característico deseado  $p_d(s)$  de la forma<sup>7</sup>:

$$p_d(s) = (s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)^2 = 0,\tag{8.3.8}$$

con  $\zeta, \omega_n > 0$ , tal que sea *Hurwitz*<sup>8</sup>. Por lo que las ganancias del observador quedan definidas como:

$$\begin{aligned}\lambda_0 &= \omega_n^4, \\ \lambda_1 &= 4\zeta\omega_n^3, \\ \lambda_2 &= 4\zeta^2\omega_n^2 + 2\omega_n^2, \\ \lambda_3 &= 4\zeta\omega_n - \alpha.\end{aligned}\tag{8.3.9}$$

Una vez obtenido  $\hat{\xi}_1$  y considerando el conocimiento de los parámetros constantes  $v_c, V_c, A, c_{pc}, \rho_{pc}$  y la media logarítmica de la diferencia de temperaturas  $\Delta T$ , se puede estimar el coeficiente de transferencia de calor global  $U$  como sigue:

$$\hat{U} = \frac{1}{\beta \Delta T} \hat{\xi}_1.\tag{8.3.10}$$

<sup>6</sup>Luenberger propuso una metodología de diseño de observadores de estado para sistemas lineales (ver [9] y [12]).

<sup>7</sup>Es la forma canónica de un sistema de segundo orden, en términos de la razón de amortiguamiento  $\zeta$  y la frecuencia natural  $\omega_n$ , descrito en variable compleja  $s$  (ver Ogata en [12]).

<sup>8</sup>El criterio de estabilidad de *Hurwitz* establece que un sistema lineal de una entrada y una salida es estable, si y solo si, los polos del sistema se encuentran en el semiplano izquierdo del plano complejo  $s$  (ver [12]).

La ecuación (8.3.10) será entonces una fórmula para estimar en línea el coeficiente de transferencia de calor global  $U$ , a partir de la estimación de la perturbación  $\xi_1$  dado por el observador de perturbación de la ecuación (8.3.5).

## 8.4 Caso de estudio 2: Flujo de la corriente fría $v_c$ como entrada. Temperaturas del flujo frío $T_{co}$ como salida y $T_{ci}$ constante

A partir de la ecuación (8.2.3), diseñamos un observador de perturbación para estimar el coeficiente de transferencia de calor global  $U$ . Considerando como constantes las temperaturas a la entrada de los flujos frío y caliente,  $T_{ci}$  y  $T_{hi}$ , respectivamente; y como variables de entrada y salida del sistema, el flujo de la corriente fría  $v_c = u$  y la temperatura a la salida del flujo frío  $T_{co} = y$ , respectivamente. Así también, consideramos que están disponibles las mediciones de las temperaturas del flujo caliente ( $T_{hi}$  y  $T_{ho}$ ). Reescribiendo la ecuación (8.2.3) en términos de las variables de entrada y salida, tenemos:

$$\dot{y} = \gamma_1 u - \gamma_2 u y + \beta U \Delta T, \quad (8.4.1)$$

donde,  $\gamma_1 = \frac{T_{ci}}{V_c}$ ,  $\gamma_2 = \frac{1}{V_c}$  y  $\beta = \frac{A}{V_c c_{pc} \rho_c}$ . La ecuación (8.4.1) es una ecuación diferencial no lineal, debido a los términos  $-\gamma_2 u y + \beta U \Delta T$  (siendo  $\Delta T$  la media logarítmica de la diferencia de temperaturas de los flujos a la entrada y a la salida del intercambiador de calor). Consideramos que esos términos son la dinámica no lineal que deseamos estimar mediante el observador de perturbación, con la finalidad de determinar el coeficiente de transferencia de calor global  $U$ . Para esto, consideramos que  $\xi(t) = -\gamma_2 u y + \beta U \Delta T$  es una señal acotada por una familia de polinomios de Taylor variantes en el tiempo (ver [18], [2] y [3]), de la forma:

$$\xi(t) \approx p_0 + p_1 t + p_2 t^2, \quad (8.4.2)$$

siendo  $p_0, p_1, p_2$  constantes reales desconocidas. Nuevamente expresamos como un sistema dinámico en variables de estado a la señal de perturbación dada por



la ecuación (8.4.2),

$$\begin{aligned}\dot{\xi}_1 &= \xi_2, \\ \dot{\xi}_2 &= \xi_3, \\ \dot{\xi}_3 &= 0,\end{aligned}\tag{8.4.3}$$

donde  $\xi_1 = \xi(t)$ ,  $\xi_2 = \dot{\xi}(t)$ ,  $\xi_3 = \ddot{\xi}(t)$ . Ahora, la dinámica extendida del sistema lineal perturbado se obtiene considerando las ecuaciones (8.4.1) y (8.4.3),

$$\begin{aligned}\dot{y} &= \gamma_1 u + \xi_1, \\ \dot{\xi}_1 &= \xi_2, \\ \dot{\xi}_2 &= \xi_3, \\ \dot{\xi}_3 &= 0.\end{aligned}\tag{8.4.4}$$

El sistema lineal perturbado extendido dado por la ecuación (8.4.4), es de estado completamente observable con la salida  $y = T_{co}$ . A partir de la ecuación (8.4.4) proponemos un observador de Luenberger extendido de la forma:

$$\begin{aligned}\dot{\hat{y}} &= \gamma_1 u + \hat{\xi}_1 + \lambda_3(y - \hat{y}), \\ \dot{\hat{\xi}}_1 &= \hat{\xi}_2 + \lambda_2(y - \hat{y}), \\ \dot{\hat{\xi}}_2 &= \hat{\xi}_3 + \lambda_1(y - \hat{y}), \\ \dot{\hat{\xi}}_3 &= \lambda_0(y - \hat{y}).\end{aligned}\tag{8.4.5}$$

La dinámica de error del observador se obtiene restando la ecuación (8.4.5) de la ecuación (8.4.4),

$$\begin{aligned}\dot{e}_1 &= e_{z1} - \lambda_3 e_1, \\ \dot{e}_{z1} &= e_{z2} - \lambda_2 e_1, \\ \dot{e}_{z2} &= e_{z3} - \lambda_1 e_1, \\ \dot{e}_{z3} &= -\lambda_0 e_1,\end{aligned}\tag{8.4.6}$$

donde,  $e_1 = y - \hat{y}$ ,  $e_{z1} = \xi_1 - \hat{\xi}_1$ ,  $e_{z2} = \xi_2 - \hat{\xi}_2$ ,  $e_{z3} = \xi_3 - \hat{\xi}_3$ . Y la ecuación característica de la dinámica de error del observador está dada por:

$$s^4 + \lambda_3 s^3 + \lambda_2 s^2 + \lambda_1 s + \lambda_0 = 0.\tag{8.4.7}$$

Para el diseño de las ganancias del observador  $\lambda_0, \dots, \lambda_3$ , proponemos un polinomio característico deseado  $p_d(s)$  de la forma:

$$p_d(s) = (s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)^2 = 0,\tag{8.4.8}$$

con  $\zeta, \omega_n > 0$ , tal que sea *Hurwitz*. Por lo que las ganancias del observador quedan definidas como:

$$\begin{aligned}\lambda_0 &= \omega_n^4, \\ \lambda_1 &= 4\zeta\omega_n^3, \\ \lambda_2 &= 4\zeta^2\omega_n^2 + 2\omega_n^2, \\ \lambda_3 &= 4\zeta\omega_n.\end{aligned}\tag{8.4.9}$$

Una vez obtenido  $\hat{\xi}_1$  y considerando el conocimiento de los parámetros constantes  $T_{ci}, V_c, A, c_{pc}, \rho_{pc}$  y la media logarítmica de la diferencia de temperaturas  $\Delta T$ , se puede estimar el coeficiente de transferencia de calor global  $U$  como sigue:

$$\hat{U} = \frac{1}{\beta \Delta T} (\hat{\xi}_1 + \gamma_2 u y).\tag{8.4.10}$$

La ecuación (8.4.10) será entonces una fórmula para estimar en línea el coeficiente de transferencia de calor global  $U$ , a partir de la estimación de la perturbación  $\xi_1$  dado por el observador de perturbación de la ecuación (8.4.5).

## 8.5 Resultados de simulación

Los resultados de simulación numérica fueron obtenidos con el programa de MATLAB/Simulink<sup>TM</sup>, empleando el método numérico Runge-Kutta con paso de integración de 1 [ms]. Se programaron las ecuaciones (8.2.3), (8.2.4), (8.3.5), (8.4.5), (8.3.10) y (8.4.10); que corresponden a la dinámica del intercambiador de calor, a los observadores de perturbación y a las fórmulas para la estimación de los coeficientes de transferencia de calor, de ambos casos de estudio.

En la Tabla 8.1 mostramos los parámetros considerados para los dos casos de estudio, que corresponden a los de un prototipo experimental (intercambiador de calor del tipo recuperativo a contra flujo) empleado en [1]. El coeficiente de transferencia de calor global de diseño del prototipo experimental corresponde a  $U = 160 \left[ \frac{J}{m^2 K s} \right]$ .

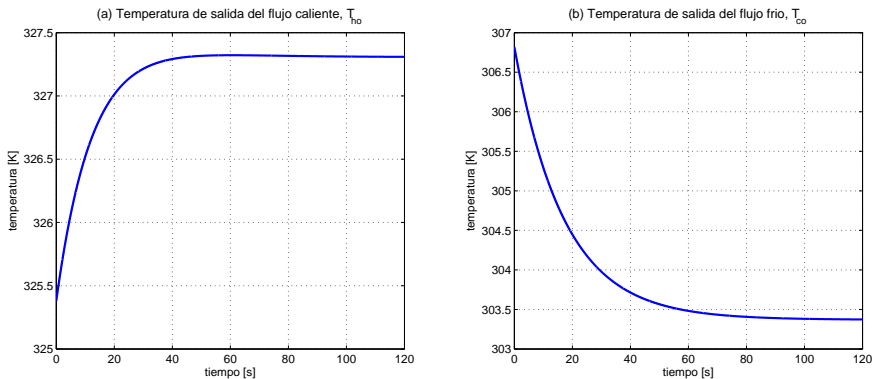
En las Figuras 8.2, 8.3 y 8.4 mostramos los resultados de simulación numérica del Caso de estudio 1, donde se han considerando constantes las razones de flujo  $v_c$  y  $v_h$  (de los flujos frío y caliente); y como variables de entrada y salida del sistema, las temperaturas del flujo frío a la entrada  $T_{ci}$  y a la salida  $T_{co}$ , respectivamente.

Las condiciones iniciales de la temperatura a la salida de los flujos caliente y frío fueron: 325.38 [K] y 306.82 [K], respectivamente. Observamos en la Figura 8.2 que la temperatura del flujo caliente aumenta, debido a que la temperatura a la entrada es de  $T_{hi} = 338$  [K], alcanzando una temperatura en estado estable de

Parámetro	Valor
$A$	$0.633 [m^2]$
$\rho_h, \rho_c$	$1000 [\frac{kg}{m^3}]$
$V_c$	$6.05 \times 10^{-3} [m^3]$
$V_h$	$3.2 \times 10^{-3} [m^3]$
$c_{pc}$	$1910 [\frac{J}{K kg}]$
$c_{ph}$	$1590 [\frac{J}{K kg}]$
$U$	$160 [\frac{J}{m^2 K s}]$
$T_{ci}$	$298 [K]$
$T_{hi}$	$338 [K]$
$v_c$	$3.15 \times 10^{-4} [\frac{m^3}{s}]$
$v_h$	$1.9 \times 10^{-4} [\frac{m^3}{s}]$

**Tabla 8.1:** Parámetros del intercambiador de calor.

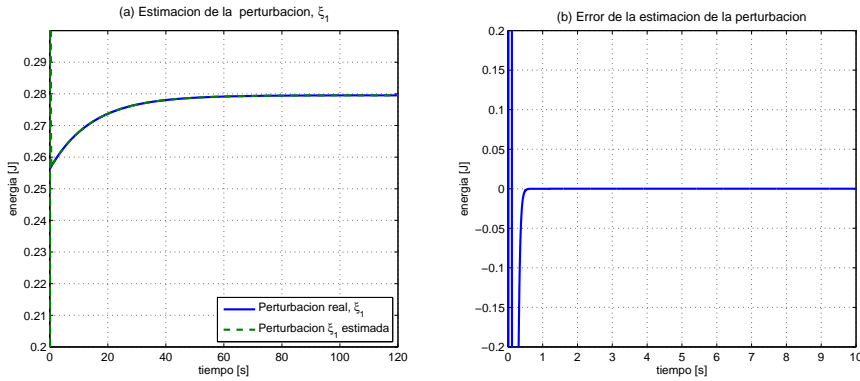
$327.3 [K]$ ; y la temperatura del flujo frío desciende, debido a que la temperatura a la entrada es de  $T_{ci} = 298 [K]$ , alcanzando una temperatura en estado estable de  $303.4 [K]$ . Presentamos el estado transitorio del sistema, en el intervalo de tiempo de 0 a  $80 [s]$ .



**Figura 8.2:** Resultados de simulación del Caso 1: Temperaturas de salida,  $T_{ho}$  y  $T_{co}$ .

En la Figura 8.3 se muestra la estimación de la dinámica no lineal del sistema considerada como perturbación,  $\xi_1 = \xi(t) = \beta U \Delta T$ , que converge en un tiempo  $t < 1 [s]$ . La diferencia de la perturbación real  $\xi_1$  con la perturbación estimada  $\hat{\xi}_1$  nos da información del error de la estimación de la perturbación ( $e = \xi_1 - \hat{\xi}_1$ ), con un valor aproximadamente de cero,  $e \approx 0$ . Las ganancias del observador de perturbación ( $\lambda_0, \dots, \lambda_3$ ) dadas en la ecuación (8.3.9), fueron definidas considerando los parámetros  $\zeta = 2$  y  $\omega_n = 100$ ; para el observador de perturbación de la ecuación

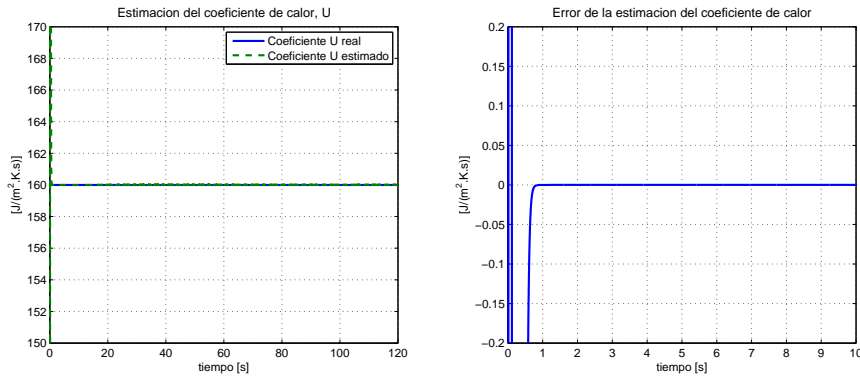
(8.3.5).



**Figura 8.3:** Resultados de simulación del Caso 1: Estimación de la perturbación  $\xi_1$ .

Debido a que las razones de flujo se mantienen constantes, el coeficiente de transferencia de calor también se mantiene constante. Una vez estimada la perturbación, es posible estimar el coeficiente de transferencia de calor  $U$  mediante la ecuación (8.3.10).

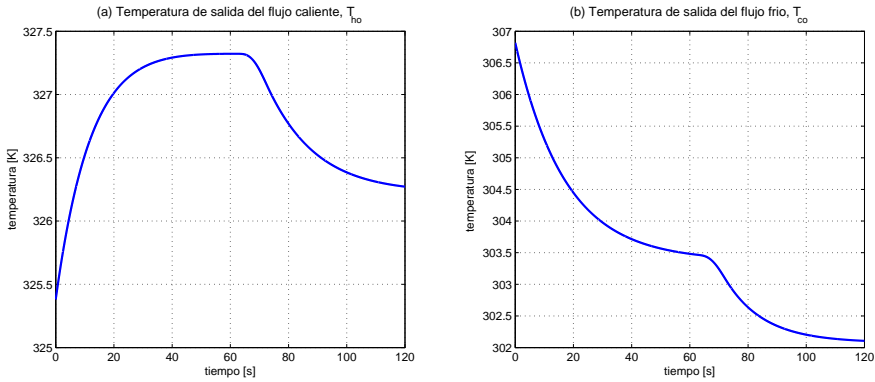
En la Figura 8.4 se observa que la estimación del coeficiente de transferencia de calor  $U$  converge rápidamente a  $160 \left[ \frac{J}{m^2 K s} \right]$ , en un tiempo  $t < 1 [s]$ , con un error de aproximadamente cero.



**Figura 8.4:** Resultados de simulación del Caso 1: Estimación del coeficiente de transferencia de calor  $U$ .

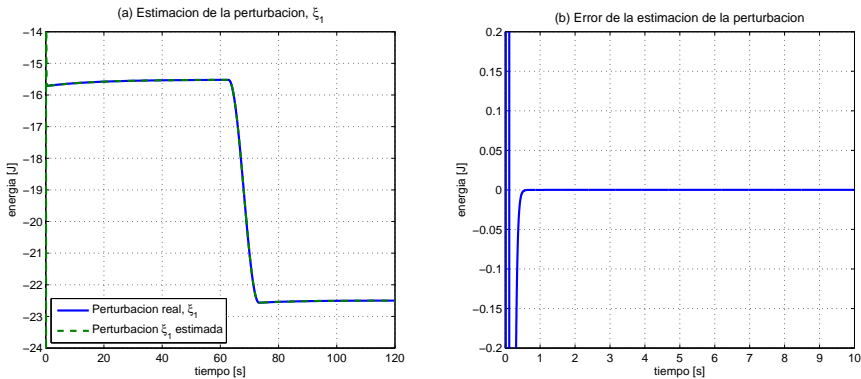
En las Figuras 8.5, 8.6 y 8.7 se muestran los resultados de simulación numérica del Caso de estudio 2, donde se han considerado constantes las temperaturas a la entrada de los flujos frío y caliente,  $T_{ci}$  y  $T_{hi}$ , respectivamente; y variantes en el tiempo, las razones de flujo de los flujos frío y caliente,  $v_c$  y  $v_h$ , respectiva-

mente. Como variables de entrada y salida del sistema, la razón de flujo  $v_c$  y la temperatura a la salida del flujo frío  $T_{co}$ , respectivamente.



**Figura 8.5:** Resultados de simulación del Caso 2: Temperaturas de salida,  $T_{ho}$  y  $T_{co}$ .

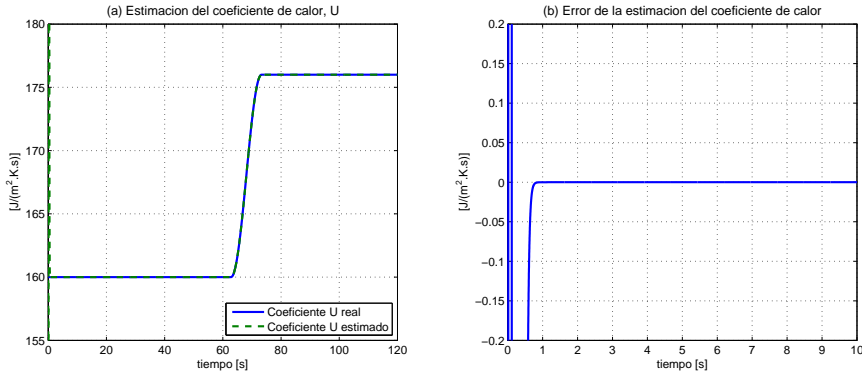
Las condiciones iniciales de la temperatura a la salida de los flujos caliente y frío fueron:  $325.38 [K]$  y  $306.82 [K]$ , respectivamente. Observamos en la Figura 8.5 que la temperatura del flujo caliente aumenta, debido a que la temperatura a la entrada es de  $T_{hi} = 338 [K]$ ; y la temperatura del flujo frío descende, debido a que la temperatura a la entrada es de  $T_{ci} = 298 [K]$ . Observamos un cambio de temperatura a la salida de los flujos caliente y frío, en el intervalo de tiempo de  $60 [s]$  a  $120 [s]$ ; debido a un cambio en la razón de flujo del fluido frío  $v_c$ , de  $3.15 \times 10^{-4} [\frac{m^3}{s}]$  a  $4.567 \times 10^{-4} [\frac{m^3}{s}]$ , en el intervalo de tiempo de  $60 [s]$  a  $80 [s]$ .



**Figura 8.6:** Resultados de simulación del Caso 2: Estimación de la perturbación  $\xi_1$ .

Así también, en la Figura 8.6 mostramos la estimación de la dinámica no lineal del sistema considerada como perturbación,  $\xi_1 = \xi(t) = -\gamma_2 w y + \beta U \Delta T$ , y que converge en un tiempo  $t < 1 [s]$ , con un error de aproximadamente cero. De la misma manera notamos que la perturbación tiene una variación en el intervalo

de tiempo de 60 [s] a 80 [s], debido al cambio que ocurre en la razón de flujo del fluido frío  $v_c$ . Sin embargo, el error de estimación de la perturbación  $\xi_1$  se conserva en aproximadamente cero. El diseño de las ganancias  $\lambda_0, \dots, \lambda_3$ , dadas en la ecuación (8.4.9) para el observador de la ecuación (8.4.5), fueron definidas con los mismos valores de los parámetros del Caso de estudio 1.



**Figura 8.7:** Resultados de simulación del Caso 2: Estimación del coeficiente de transferencia de calor  $U$ .

Al existir un aumento en la razón de flujo del fluido frío  $v_c$ , se espera también un cambio en el coeficiente de transferencia de calor  $U$ . En la Figura 8.7, mostramos la estimación del coeficiente de transferencia de calor  $U$  (considerando la ecuación (8.4.10), una vez estimada la perturbación  $\xi_1$ ), que converge en un tiempo  $t < 1$  [s] y con un error de estimación de aproximadamente cero. Se observa que a pesar del cambio que ocurre con el coeficiente de transferencia de calor  $U$  de  $160 \left[ \frac{J}{m^2 K s} \right]$  a  $176 \left[ \frac{J}{m^2 K s} \right]$ , en el intervalo de tiempo de 60 [s] a 80 [s], el error de estimación se conserva en aproximadamente cero.

## 8.6 Conclusiones

Revisamos dos casos de estudio de un intercambiador de calor del tipo recuperativo a contraflujo, para la estimación del coeficiente de transferencia de calor global vía observadores de perturbación basados en el modelo.

Es importante comentar que utilizamos la dinámica parcial no lineal del sistema, es decir, solamente una ecuación de la dinámica completa del intercambiador de calor. La metodología del observador de perturbación empleada, es aplicable solamente a sistemas lineales; por tal motivo, los terminos no lineales se consideraron como la perturbación de interés a estimar, y entre esas variables y parámetros se encuentra el coeficiente de transferencia de calor  $U$ .

La perturbación de interés fue considerada como una señal acotada por una familia de polinomios de Taylor variantes en el tiempo de segundo grado y, a partir

de la dinámica extendida del sistema lineal perturbado, se diseñó un observador de Luenberger para estimar en línea el coeficiente de transferencia de calor.

En el primer caso de estudio, consideramos que la temperatura del flujo frío  $T_{ci}$ , fue la entrada del sistema; y se mantuvieron constantes a las razones de flujo de los flujos frío y caliente, por lo que el coeficiente de transferencia se mantuvo constante. En el segundo caso de estudio se consideró a la razón de flujo del flujo frío  $v_c$ , como la entrada al sistema; habiendo sido variantes en el tiempo las razones de flujo de los flujos frío y caliente, por lo cual, el coeficiente de transferencia de calor también se comportó variante en el tiempo.

Los resultados de simulación numérica de ambos casos de estudios han sido satisfactorios. Sin embargo, el segundo caso de estudio es el que ocurre con frecuencia en la industria de procesos, que por aspectos prácticos, las razones de flujo son factibles de ser variantes en el tiempo, y las temperaturas a la entrada del flujo frío y caliente, tengan comportamientos considerados como constantes.

# Bibliografía

- [1] Astorga-Zaragoza C.-M., Zavala-Río A., Alvarado V.M., Méndez R.-M, and Reyes-Reyes J., **Performance Monitoring of Heat Exchangers via Adaptive Observers**, Measurement, Vol. 40, 392-405, 2006.
- [2] Beltrán-Carbajal, F., Chávez-Conde, E., Silva-Navarro, G., Vázquez-González, B., Favela-Contreras, A., **Control of Nonlinear Active Vehicle Suspension Systems using Disturbance Observers**, Vibration Analysis and Control-New Trends and Developments, 131-150, INTECH, 2011.
- [3] Beltrán-Carbajal F., Chávez-Conde E., Favela-Contreras A., Vázquez-Bautista R.F., **Active Perturbation Rejection in Motion Control of Milling Machine Tools**, Revista Facultad de Ingeniería de la Universidad de Antioquia, No. 69, 193-204, 2013.
- [4] Cengel, Y., **Heat and Mass Transfer: A Practical Approach**, Third Edition, McGraw-Hill, 2006.
- [5] Gudmundsson O., **Detection of fouling in heat exchangers**, Master Thesis, University of Iceland, 2008.
- [6] Heggs, P., J., and Vizcaino, F., **A Rigorous Model for Evaluation of Disturbance Propagation through Heat Exchanger Networks**, Trans IChemE, Vol. 80, Part A, 301-308, 2002.
- [7] Incropera, Frank, P., **Introduction to Heat Transfer**, Fifth Edition, Wiley, 2006.
- [8] Kalman, R.E., Ho, Y.C., Narendra, K.S., **Controllability of Linear Dynamic Systems, in Contributions to Differential Equations**, Wiley Interscience Publishers, Inc., Vol. 1, 1962.
- [9] Luenberger, D.G., **Observing the State of a Linear System**, IEEE Trans. Military Electr., MIL-8, 74-80, 1996.
- [10] Luyben, W., L., **Process Modeling Simulation and Control for Chemical Engineers**, Second Edition, McGraw-Hill, 1996.



- [11] Medina-Flores J.M., Chávez-Conde E., Picón-Núñez M., Pacheco Ibarra J.J., Blanco-Ortega A., Rubio-Maya C., Galván-González S.R., **Simulación Dinámica de Intercambiadores de Calor sujetos a Perturbaciones**, XVI Congreso Internacional Anual de la SOMIM, 2010.
- [12] Ogata, K., **Ingeniería de Control Moderna**, Prentice Hall, 2010.
- [13] Picón, Núñez, M., Castro, Paéz, J., Vizcaíno, García, F., **Steady State Simulation for the Debottlenecking of Heat Recovery Networks**, Applied Thermal Engineering, Vol. 22, 1673-1687, 2002.
- [14] Picón, Nuñez, M., Polley, G., T., **Determination of the Steady Response of Heat Exchanger Networks without Simulation**, Trans IChemE, Vol. 72, Part A, 1-9, 1995.
- [15] Ramírez-Neria, M., Sira-Ramírez, H., Rodríguez-Ángeles, A., Luviano-Juárez, A., **An Active Disturbance Rejection Controller for a Parallel Robot via Generalized Proportional Integral Observers**, American Control Conference, 5478-5483. Montreal, Canada, 2012.
- [16] Sira-Ramírez, H., Núñez, C., Visairo, N., **Robust sigma-delta generalised proportional integral observer based control of a “buck” converter with uncertain loads**, International Journal of Control, Vol. 83, No. 8, 1631-1640, 2009.
- [17] Sira-Ramírez, H., Ramírez-Neria, M., Rodríguez-Angeles, A., **On the Linear Control of Nonlinear Mechanical Systems**, Proceedings of the 49th IEEE Conference on Decision and Control, 1999-2004. Atlanta, USA, 2010.
- [18] Sira-Ramírez, H., Feliu-Batlle, V., Beltrán-Carbajal, F., Blanco-Ortega, A., **Sigma-Delta Modulation Sliding Mode Observers for Linear Systems Subject to Locally Unstable Inputs**, IEEE 16th Mediterranean Conference on Control and Automation, 344-349, Ajaccio, France, 2008.
- [19] Zhang J., Zhang L., Wang R., Hou G., **Fouling detection in heat exchanger using a bilinear model-based parameter estimation method**, IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications, 15-17 June, 2015.