Pruebas de vida acelerada en confiabilidad

Resumen

Las pruebas aceleradas, consisten en una variedad de métodos para acortar la vida de un producto o para alargar su degradación. El principal objetivo de tales pruebas es obtener datos rápidamente, los cuales modelados adecuadamente y analizados, proporcionan información deseada sobre la vida de un producto bajo condiciones normales de uso. En este artículo, se estudiaran las pruebas de vida acelerada, se mencionaran los principales objetivos para los cuales se acelera la vida de un producto, los modelos de pruebas de vida acelerada más usuales y finalmente se aplicará uno de éstos a un conjunto de datos obtenidos en una prueba en la cual se acelera la temperatura.

Palabras clave: Distribuciones de probabilidad, estimación, métodos de aceleración, pruebas de hipótesis.

1. Introducción

Actualmente muchos fabricantes sienten un fuerte presión por desarrollar nuevos y mejores productos, que registren una alta duración, confiabilidad entre ellos y por supuesto una alta calidad. Esto ha motivado a desarrollar métodos en ingeniería y ampliar el uso de diseños de experimentos para productos y mejorar su proceso. Estos requerimientos para una alta confiabilidad han incrementado y necesitan por adelantado pruebas de materiales, componentes y sistemas. Las pruebas aceleradas son muy usadas en la industria manufacturera, particularmente para obtener información de la confiabilidad de sus componentes y materiales. Existe una gran variedad de métodos estadísticos en la aceleración de la vida de un producto complicado que puede fallar de diferentes maneras. Generalmente, la información de las pruebas a altos niveles de una o más variables de aceleración o esfuerzo (como pueden ser temperatura, voltaje o presión) se utiliza para estimar la distribución de vida del producto. El término aceleración tiene varios significados en el campo de la confiabilidad, pero el término generalmente implica ir más rápido, de tal forma que la información de la confiabilidad pueda obtenerse más rápidamente. Existen diferentes tipos de pruebas de confiabilidad en las fases del proceso de producción del producto, las más comunes son pruebas de vida acelerada y pruebas de degradación acelerada.

2. Pruebas de vida acelerada

Una prueba de vida es aquella en la cual un artículo o producto de interés, se somete a un esfuerzo en condiciones ambientales mayores a las que típicamente estará operando. Los principales objetivos de acelerar la vida de un producto son: estimar la distribución de vida de dicho producto, identificar fallas en el diseño, medir y demostrar la confiabilidad.

Los modelos de pruebas de vida acelerada tiene las siguientes dos componentes: Una distribución de vida que representa la dispersión de la vida del producto y la relación vida esfuerzo.
Las distribuciones más usuales para pruebas de vida son: exponencial, normal, lognormal, Weibull y de valores extremos (Gumbel).

3. Relación vida esfuerzo

La relación existente entre la vida y el esfuerzo no siempre es el mismo, éste puede ser constante o no, en este trabajo sólo se estudiarán pruebas con esfuerzo constante, ya que es más común que las unidades trabajen con el mismo esfuerzo durante el tiempo de la prueba. Normalmente los datos de la prueba de vida se grafican como se muestra en la siguiente figura.

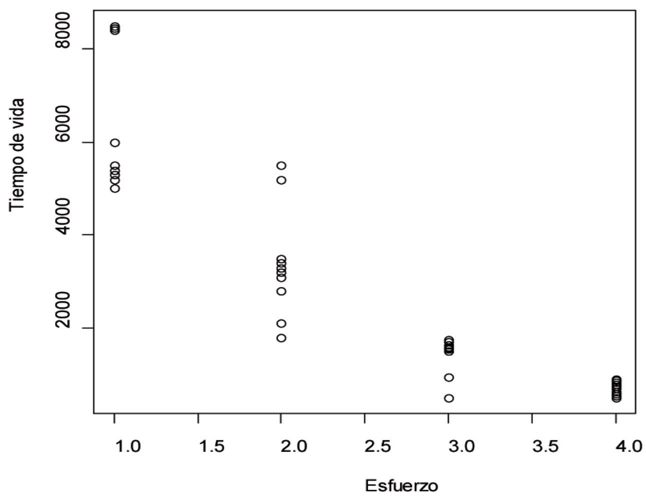

FIGURA 1. RELACIÓN VIDA ESFUERZO.

Observe que a niveles altos de esfuerzo la vida disminuye y viceversa.
Cuando el tiempo de la prueba se especifica y algunas unidades no han fallado hasta ese momento, se dice que éstas están censuradas o que se tienen datos censurados por la derecha.
En muchas aplicaciones industriales, las variables de aceleración más comunes son la temperatura, voltaje y presión, dependiendo de éstas se aplica una relación vida esfuerzo específica, por ejemplo si el esfuerzo es temperatura, la relación usual es la de Arrhenius, aunque cabe aclarar que ésta no siempre se aplica en situaciones en donde la variable de aceleración es temperatura ya que en algunos casos no se tiene un buen ajuste del modelo. Algunas aplicaciones de esta relación son: aislantes eléctricos y dieléctricos, estados sólidos y semiconductores, celdas de batería, lubricantes, plásticos, lámparas incandescentes, etc.
Si el esfuerzo aplicado en la prueba es voltaje, la relación más común es la de potencia inversa.
En cualquier caso se necesita el uso de una distribución de prueba de vida, dependiendo de la distribución utilizada, se tiene los modelos para pruebas de vida acelerada, por ejemplo si la relación es potencia inversa y se usa la distribución Weibull, se tiene el modelo potencia inversa Weibull. En el ejemplo que se mostrara en este trabajo, el esfuerzo utilizado es la temperatura y la distribución de vida que se supone es la lognormal, por lo que se usará el modelo Arrhenius lognormal, a continuación se describe dicho modelo.

4. Modelo de Arrhenius lognormal

La vida de algunos productos y materiales en una prueba con temperatura acelerada se describe adecuadamente con una distribución lognormal. De acuerdo con la ley de Arrhenius, la razón de una simple reacción química (R) depende de la temperatura como sigue

$$R(T) = A\exp\left(\frac{-E_a}{k_B \times T}\right),$$

donde E_a es la energía a la cual se activa la reacción, usualmente en volts (eV), $K_B = 8.6171 \times 10^{-5} = 1/11605$ es la constante de Boltzmann´s en electrón volts por ° C, $T = Temp$°C+ 273.15 es la temperatura absoluta en la escala de Kelvin, A es una característica de falla del producto en condiciones de prueba. Tanto E_a como A son parámetros del modelo que necesitan estimarse. El modelo hace los siguientes supuestos: la vida del producto tiene un distribución lognormal o equivalentemente el logaritmo de ésta tiene una distribución normal, la desviación estándar, σ, del logaritmo de la vida es constante independiente de la temperatura y el logaritmo de la vida media $\tau_{0.5}(T)$ es una función lineal del inverso de la temperatura absoluta, esto es,

$$\log[\tau_{0.5}(T)] = \beta_1 + (\beta_2' / T),$$

la cual se llama la relación de Arrhenius. Los parámetros β_1, β_2' y σ son características del producto y del método de prueba, los cuales son estimados de los datos. Equivalentemente la media $\mu(x)$ del logaritmo de la vida es una función lineal de x=1000/T, es decir,

$$\mu(x) = \beta_1 + \beta_2 x, \qquad (1)$$

aquí 1000 se usa como una escala de la temperatura. Con lo anterior, a una temperatura absoluta *T*, la función de distribución acumulada al tiempo *t* es

$$F(t) = \Phi\left[\frac{\log(t) - \mu(x)}{\sigma}\right], \qquad (2)$$

donde $\Phi[\ ]$ es la función de distribución acumulada de una normal estándar.

5. Análisis de datos

Para analizar los datos de una prueba de vida acelerada, el método de máxima verosimilitud (MV) es el más usado, ya que es muy versátil y es aplicable a diferentes modelos, tipos de datos y tipos de esfuerzo, además éste se puede ocupar cuando se tienen datos censurados o sin censura.

Supóngase que la muestra i tiene a la variable dependiente y_i censurada por la derecha, entonces la función de verosimilitud es

$$L_i(\beta_1, \beta_2, ..., \beta_p) = 1 - F(y_i; \beta_1, \beta_2, ..., \beta_p)$$

donde *F* es la función de distribución acumulada de y_i, en nuestro caso ésta es la dada en (2).

Ahora supóngase que se tienen n muestras independientes, entonces la verosimilitud muestral es el producto de éstas, esto es,

$$L(\beta_1, \beta_2, ..., \beta_p) = \prod_{i=1}^{n} L_i(\beta_1, \beta_2, ..., \beta_p).$$

Tomando el logaritmo natural de ésta, se tiene la log-verosimilitud muestral, dada por,

$$l(\beta_1, \beta_2, ..., \beta_p) = \sum_{i=1}^{n} \ln\ L_i(\beta_1, \beta_2, ..., \beta_p),$$

la cual solo es función de los parámetros $\beta_1, \beta_2, ..., \beta_p$. Los estimadores de máxima verosimilitud $\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, ..., \hat{\beta}_p$ de $\beta_1, \beta_2, ..., \beta_p$ son los valores que maximizan la log-verosimilitud muestral y se encuentran por los métodos tradicionales de cálculo, igualando a cero las *p* derivadas de $l(\beta_1, \beta_2, ..., \beta_p)$ con respecto a los parámetros y resolviendo las siguientes ecuaciones de verosimilitud para $\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, ..., \hat{\beta}_p$:

$$\frac{\partial l(\beta_1, \beta_2, ..., \beta_p)}{\partial \beta_i} = 0, \quad \text{para } i = 1,2,..., p.$$

Usualmente estas son ecuaciones no lineales en los parámetros y no se pueden resolver algebraicamente por lo que hay que ocupar algún método numérico. Después de obtener la estimación de los parámetros, hay que estimar la matriz de varianzas y covarianza de ellos, dada por,

$$V = F^{-1} = \begin{pmatrix} Var(\beta_1) & \cdots & Cov(\beta_1, \beta_p) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ Cov(\beta_p, \beta_1) & \cdots & Var(\beta_p) \end{pmatrix}$$

la cual es una matriz simétrica de $p \times p$, aquí, F es la matriz de información de Fisher formada por las segundas derivadas parciales negativas de la función de log-verosimilitud evaluada en $\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, \ldots, \hat{\beta}_p$. Para encontrar intervalos de confianza de los parámetros estimados, se ocupa la aproximación normal por las propiedades asintóticas que se cumplen. Mientras que si lo que se desea es realizar algunas pruebas de hipótesis, se ocupa el estadístico

$$T = 2\left(\hat{l}_1 + \hat{l}_2 + \ldots + \hat{l}_j - \hat{l}\right), \qquad (3)$$

donde $\hat{l}_k, k = 1, \ldots, j$, y $\hat{l}$ es la log-verosimilitud muestral estimada del j-ésimo nivel de esfuerzo y total, respectivamente. Si la relación entre los datos es lineal, la distribución de T es aproximadamente χ^2 con $j-1$ grados de libertad, si la relación no es lineal T tiende a tomar valores grandes, de esta manera si $T \leq \chi^2_{(1-\alpha, j-1)}$ los datos son consistentes con una relación lineal, de lo contrario los datos difieren significativamente de la relación lineal.

6. Ajuste del modelo

La Tabla 2 muestra datos censurados de una prueba de aceleración de temperatura, de una clase-B de capa aislante para motores eléctricos. Diez motores fueron probados cada uno a cuatro temperaturas, 150°C, 17°C, 190°C, y 220°C. El objetivo de la prueba es estimar la distribución de vida de un diseño de motores a temperatura de 130°C. Al tiempo del análisis, siete motores a 170°C tuvieron falla, cinco a 190°C y 220°C tuvieron falla, mientras que ninguno de los motores fallaron a 150°C.

150 °C	170 °C	190 °C	220 °C
8064+	1764	408	408
8064+	2772	408	408
8064+	3444	1344	504
8064+	3542	1344	504
8064+	3780	1440	504
8064+	4860	1680+	528+
8064+	5196	1680+	528+
8064+	5448+	1680+	528+
8064+	5448+	1680+	528+
8064+	5448+	1680+	528+

TABLA 2. TIEMPOS DE FALLA DE 40 MOTORES SOMETIDOS A UNA PRUEBA DE VIDA ACELERADA.

El signo + en la Tabla 2 indica aquellos motores que no fallaron antes de que terminara el estudio. Los motores fueron periódicamente analizados por fallas y el tiempo de falla que se muestra en la tabla es el punto final del periodo en el cual la falla ocurrió.

En la Figura 3 se muestra la dispersión de los datos de la prueba de vida acelerada dados en la Tabla 2.

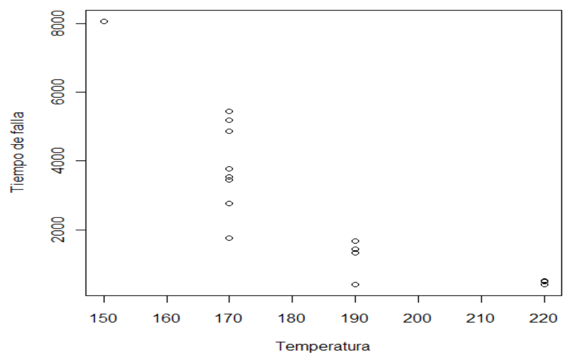

FIGURA 3. RELACIÓN ENTRE LA TEMPERATURA Y LOS TIEMPOS DE FALLA.

En esta figura, se puede observar la relación que existe entre la temperatura y los tiempos de falla, a la cual se le puede aplicar la relación de Arrhenius, suponiendo una distribución de vida lognormal, el modelo ajustado a los datos es el Arrhenius lognormal descrito en la sección 4. En este caso el parámetro de localización es función de la temperatura, siguiendo la relación dada en (1). Cabe mencionar que en el análisis de los datos, los tiempos de falla registrados a 150°C, no proporcionan información relevante ya que sólo se tiene un punto, como lo muestra la Figura 3, por lo que se omiten en dicho análisis.

Los resultados son los siguientes:

Parámetro	Estimación por MV	Intervalo del 95% de confianza
β_1	3.47	(3.35,3.58)
β_2	4.30	(3.45,5.16)
σ	0.2591	(0.1811,0.3707)

TABLA 4. ESTIMACIÓN DE LOS PARÁMETROS CON INTERVALOS DEL 95% DE CONFIANZA.

La matriz de varianzas y covarianzas estimada es,

$$V = \begin{pmatrix} 0.0033 & 0.0070 & 0.0014 \\ 0.0070 & 0.1903 & 0.0043 \\ 0.0014 & 0.0043 & 0.0022 \end{pmatrix}.$$

La ecuación ajustada es

$$\mu(x) = 3.47 + 4.30\,(x - \bar{x}),$$

que es equivalente con (1).

Como el objetivo es estimar la distribución de vida de un diseño a temperatura de 130°C, en la siguiente tabla se muestran los cuantiles estimados de dicha distribución.

Cuantil	Duración estimada
0.1	7470.50
0.5	10120.60
1	11744.99
5	17639.50
10	21912.13
20	28495.97
50	47081.61
80	77789.17
90	101162.10
95	125665.60
99	188733.80

Por ejemplo, si lo que se desea es estimar la vida media a una temperatura de 130°C, la duración es de 47081 horas aproximadamente. En situaciones reales lo que se quiere es estimar un cuantil que proporcione garantía a los consumidores, por ejemplo el 90, 95 o 99, en este caso para el cuantil 90 la duración sería 101162 horas aproximadamente, lo que quiere decir, que existe una probabilidad de 0.9 de que la falla se presente después de esas horas de estar trabajando el motor.

Una prueba de interés es verificar la igualdad del parámetro de escala (σ) en todos los niveles de esfuerzo. En este caso se tiene $j = 3$ pruebas de temperatura las log-verosimilitudes estimadas en cada nivel de esfuerzo son:

$$\hat{l}_1 = -64.27 \quad \hat{l}_2 = -43.78, \quad \hat{l}_3 = -32.30$$

y la log-verosimilitud total es:

$\hat{l} = -145.198$, por lo tanto usando el estadístico dado en (3),

$$T = 9.69 > 9.21 = \chi^2(0.99,2).$$

Así, las σ´s difieren significativamente a un nivel del 99% de confianza, si las σ´s de las poblaciones fueran iguales, se podrían observar valores grandes de *T*.

Otra prueba de interés es verificar la linealidad de los datos. Si suponemos que el parámetro de escala es constante, ajustando el modelo con varianzas constantes para los tres niveles de temperatura, se obtiene que la log-verosimilitud total estimada es $\hat{l}_{\sigma=cte} = -148.19$ y usando el estadístico dado en (3),

$$T = 1.34 > 2.35 = \chi^2\,(0.95,2)$$

Por lo que no hay suficiente evidencia de no linealidad en los datos a un nivel de confianza del 95%.

7. Conclusiones

El modelo para prueba de vida acelerada estudiado aquí ajusta adecuadamente a los datos del ejemplo, permitiendo dar una buena estimación de la distribución de vida, como lo muestran las pruebas realizadas para tal ajuste al nivel de confianza mostrado, aunque en general, estas pueden cambiar dependiendo el nivel que se requiera, pero no lo harían radicalmente. La estimación de los parámetros por máxima verosimilitud, mostrados en la Tabla 3, presentan poca variabilidad y poca correlación entre ellos, como se puede verificar en la matriz de varianzas y covarianzas. Con la estimación de la distribución de vida, se pueden tomar decisiones acerca de la garantía del producto ya que muestra su confiabilidad.

Bibliografía

Abdulla A. Alhadeed and Shei-Shein Yang.
2002 Optimum Simple Step-Stress Plan for Khamis-Higgins Model, IEEE Transactions on Reliability, R-51, 212- 215.

Meeker, W. Q., and Escobar, L. A. 1998 Statistical Methods for Reliability Data. New York: John Wiley & Sons.

Nelson, W. B.
1990 Accelerated Testing: Statistical Models, Test Plans, and Data Analyses. New York: John Wiley & Sons.
Nelson W. B.
2002 Residual and Their Analyses for Accelerated Life Test whit Step and Varying Stress. Disponible por el autor, e-mail wnconsult@aol.com
Shaked, M., and Singpurwalla, N. D.
1983 Inference for Step-Stress Accelerated Life Test. J. of Statistical Planning and Inference 7, 295-306.

Jiménez Hernández J. del C. [*]
Alamilla López N. E. [*]
López Cerino M. [**]
[*] Universidad Tecnológica de la Mixteca
[**] Benemérita Universidad Autónoma de Puebla