## Capítulo 9

### Estudio del Control Semiactivo en el Modelo de una Estructura tipo Edificio

Álvaro Cabrera Amado<sup>1</sup> Josué Enríquez Zárate<sup>2</sup> Gerardo Silva Navarro<sup>3</sup> Esteban Chávez Conde<sup>4</sup>

**Abstract:** This work presents the dynamic model of a building-like structure consisting of a three-story building with one Magnetoreological (MR) damper. To emulate earthquake, the base of the structure is perturbed with a shaker, providing excitation forces. The disturbance contains some resonant frequencies of the structure. The structure is modeled using the Euler-Lagrange methodology, considers a system with one MR damper connected between the base and first level. The MR damper has the function to reduce the horizontal oscillation of the structure, by means of a modal control scheme. The control is synthesized to reduce the vibration of the structure, perturbed by excitation forces on the base. The scheme is based on the Positive Velocity Feedback to improve the closed-loop system and attenuate some vibration modes. Finally numerical results are included to show the dynamic performance of a building-like structure using a semiactive control scheme, with control force based on an MR damper.

*Keywords*: control modal, semiactivo, sismo, amortiguador magnetoreológico.

 $<sup>^1</sup>$ alvaroca\_1@hotmail.com,  $^4$ chavez.conde@gmail.com. Universidad del Papaloapan

<sup>(</sup>UNPA), Departamento de Ingeniería en Mecatrónica, Loma Bonita Oax., México C.P. 68400 <sup>2</sup>enriquezz@cinvestav.mx, <sup>3</sup>gsilva@cinvestav.mx. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN (CINVESTAV), Departamento de Ingeniería Eléctrica - Sección de Mecatrónica Apdo. Postal 14-740 C.P. 07360 México, D.F.

**Resumen:** En este capítulo presentamos el modelo dinámico de una estructura tipo edificio de tres niveles. Para emular el movimiento terrestre o sismo se perturba la base del edificio con un generador de vibraciones, proporcionando fuerzas de excitación armónica. La señal de perturbación contiene algunas frecuencias resonantes de la estructura que alcanzará algunos modos de vibración. La estructura se modela utilizando las técnicas de Euler-Lagrange, el cual considera un sistema con un amortiguador Magnetoreológico (MR) conectado entre la base y el primer nivel del edificio. El amortiguador MR tiene la función de frenar el movimiento horizontal de la estructura, mediante la aplicación de un algoritmo de control. Para minimizar el movimiento o sacudida de la estructura, consideramos un esquema de control modal basado en la retroalimentación positiva de la velocidad (PVF). Finalmente se incluyen algunos resultados numéricos para mostrar el desempeño dinámico de una estructura tipo edificio bajo la acción de un esquema de control semiactivo, cuya fuerza de control es basada en un amortiguador magnetoreológico.

#### 9.1 Introducción

Algunos sistemas de ingeniería y estructuras civiles son comunmente afectados por vibraciones endógenas y exógenas debido al movimiento de la tierra, ondas sismicas, etc. El control de estructuras en edificios es necesario para mantener el desempeño ante los daños que pueda sufrir por un evento sísmico (ver [6] y [7]).

Las soluciones más efectivas son los amortiguadores de masa sintonizada (TMD), amortiguadores de masas híbridas (HMD), de masa activa (AMD), y más recientemente, la aplicación de materiales inteligentes que ofrecen algunos actuadores de bajo costo que compensan altas cargas Choi [5], Dyke [8]. Los amortiguadores con fluidos electroreológico (ER) y magnetoreológico (MR) han sido aplicados de manera exitosa para estrategias de control semiactivo en edificios y estructuras civiles (ver [1], [16] y [4])

La principal dificultad para usar los amortiguadores MR y ER es su comportamiento no-lineal y los efectos de histéresis. Sin embargo, se han propuesto diferentes modelos para amortiguadores ER y MR en la literatura y validados en forma experimental.

En este trabajo contemplamos la aplicación de un amortiguador con fluido Magnetoreológico en la síntesis de un esquema de control semiactivo para reducir las vibraciones en una estructura tipo edificio de tres niveles. Para predecir la fuerza de fricción del amortiguador MR se usa el modelo polinomial de Choi-Lee-Park, que describe la dinámica y los efectos de histéresis (Choi *et al.* [2], Spencer *et al.* [15]). Para atenuar las oscilaciones del edificio se aplica un esquema de control modal llamado control por Retroalimentación Positiva de la Velocidad (PVF) basado en un amortiguador MR (ver [12], [13], [10]).

En el trabajo incluimos algunos resultados numéricos que muestran el desempeño del algoritmo de control PVF para reducir las oscilaciones en la estructura tipo edificio.

#### 9.2 Modelo de una estructura tipo edificio

Presentamos un diagrama de la estructura tipo edificio de tres pisos sometida a perturbaciones del tipo sísmico (Figura 9.1). Cada nivel de la estructura tiene masa  $(m_1, m_2, m_3)$ , que están conectadas por cuatro columnas flexibles y que conectan a cada grado, se asume que las columnas en cada nivel tienen una rigidez equivalente  $(k_1, k_2, k_3)$  y se considera que existe amortiguamiento viscoso equivalente  $(c_1, c_2, c_3)$  sobre cada grado de la estructura.



Figura 9.1: Diagrama de la estructura tipo edificio de tres niveles.

La respuesta dinámica del modelo es analizado mediante simulaciones numéricas en el software de MATLAB, para la prueba numérica se utiliza un esquema de control semiactivo que minimiza las oscilaciones de cada nivel en la estructura. El actuador usado para controlar las oscilaciones es un amortiguador magnetoreológico  $(f_{MR})$  de fricción controlable, está acoplado directamente en la base de la estructura con el primer nivel inclinada a 45°. Cada nivel es considerado como 1 grado de libertad, cuyo desplazamiento horizontal se mide a través de las variables  $y_1(t), y_2(t), y_3(t)$  y el sismo en la estructura es emulada mediante la entrada de aceleración  $\ddot{z}(t)$  en la base.

#### 9.3 Modelo dinámico del edificio

El modelo matemático de la estructura tipo edificio se obtiene usando la ecuación de Euler-Lagrange. Esta ecuación dependen de la energía cinética, potencial y disipativa presente en el sistema global Wells (ver [17]).

La energía cinética (ecuación (9.3.1)) es la energía asociada a los cuerpos que se encuentran en movimiento, estas dependen de la masa  $(m_i, i = 1, 2, 3)$  y de la velocidad desarrollada por el cuerpo:

$$K = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{i=3} m_i \dot{y}_i^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{i=3} m_i \dot{z}^2, \qquad (9.3.1)$$

donde  $y_i$  (i = 1, 2, 3) es el desplazamiento horizontal de cada nivel de la estructura y z es la variable que representa el sismo en la base de la estructura.

Los elementos que desarrollan energía potencial son las columnas en cada nivel de la estructura, estos elementos tienen propiedades elásticas  $(k_i, i = 1, 2, 3)$  que guardan energía y es calculado por:

$$V = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{i=3} k_i \left( y_i - \frac{(i-1)}{(i-1)!} y_{i-1} \right)^2$$
(9.3.2)

Se considera que existe fricción viscosa en la estructura, es el rozamiento en las uniones, y el deslizamiento entre los materiales. La energía de disipación (ecuación (9.3.3)) presente en el sistema es calculado empleando la función de disipación de Rayleigh (Goldstein [11]), dado por:

$$D = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{i=3} c_i \left( \dot{y}_i - \frac{(i-1)}{(i-1)!} \dot{y}_{i-1} \right)^2$$
(9.3.3)

Sean  $q \neq \dot{q}$  coordenadas generalizadas que describen completamente un sistema dinámico. Sean  $K \neq V$  la energía cinética total, y la energía potencial almacenada en el sistema, respectivamente. El Lagrangiano  $\mathcal{L}$  relacionado al sistema mecánico es definido como:

$$\mathcal{L}(q, \dot{q}) = K - V$$
$$q = \begin{bmatrix} y_1 & y_2 & y_3 \end{bmatrix}^T$$

La energía potencial y cinética son funciones de q y  $\dot{q}$ , por lo tanto también lo es el Lagrangiano  $\mathcal{L}(q, \dot{q})$ . El sistema de estructura tipo edificio se considera conservativo debido a que existen componentes que disipan energía.

El modelo dinámico de un sistema se obtiene resolviendo la ecuación de Euler (ecuación 9.3.4), para cada grado de libertad que se desea analizar (ver [17]). En la ecuación de Euler F es la fuerza de entrada exógena al sistema.

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \mathcal{L}(q,\dot{q})}{\partial \dot{q}}\right) - \frac{\partial \mathcal{L}(q,\dot{q})}{\partial q} + \frac{\partial D}{\partial \dot{q}} = F$$
(9.3.4)

El modelo matemático de la estructura con amortiguador MR trata de un sistema lineal de 3 grados de libertad, cada piso es considerado como un grado. El modelo está expresado mediante ecuaciones diferenciales que emulan las oscilaciones de la estructura, su respuesta numérica predice al menos tres modos de vibración causados por la perturbación en la base.

El sistema dinámico global con amortiguador MR es expresado en forma matricial por:

$$M\ddot{q}(t) + C\dot{q}(t) + Kq(t) + B_{mr}f_{MR} = -MB_f\ddot{z}(t)$$
(9.3.5)  
$$M, C, K \in R^{3x3}, B_{mr}, B_f \in R^{3x1}, f_{MR}, \ddot{z} \in R$$
$$q = \begin{bmatrix} y_1(t) & y_2(t) & y_3(t) \end{bmatrix}^T$$

$$M = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 & 0 \\ -c_2 & c_2 + c_3 & -c_3 \\ 0 & -c_3 & c_3 \end{bmatrix}$$
$$K = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 \\ 0 & -k_3 & k_3 \end{bmatrix}, B_{mr} = \begin{bmatrix} \cos(\pi/4) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, B_f = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

donde M es la matriz de masa, C es la matriz de amortiguamiento, K la matriz de rigidez de las columnas,  $\ddot{z}$  es la aceleración en la base de la estructura que emula el movimiento sísmico, q es el vector de desplazamientos de los niveles,  $f_{MR}$  es la fuerza del amortiguador de fricción controlable,  $B_{mr}$  es el vector de la entrada de control y  $B_f$  es el vector que define la perturbación en cada nivel causado por la aceleración  $\ddot{z}$ .

Los parámetros del sistema estructura tipo edificio considerado en este artículo son proporcionados en la Tabla 9.1.

Nivel	Masa	Rigidez	Amortiguamiento
1	$m_1{=}1.8~{ m kg}$	$k_1 {=} 897.02 \text{ N/m}$	$c_1{=}0.1233~{ m Ns/m}$
2	$m_2$ =1.0 kg	$k_2 = 933.38 \text{ N/m}$	$c_2{=}0.3345~{ m Ns/m}$
3	$m_3=1.34$ kg	$k_3 = 888.23 \text{ N/m}$	$c_3{=}1.8977 \ \mathrm{Ns/m}$

Tabla 9.1: Parámetros del sistema de una estructura de 3 niveles.

#### 9.4 Amortiguador magnetoreológico

Los fluidos magnetoreológicos (MR) son materiales inteligentes que responden muy bien a la aplicación de un campo magnético produciendo cambios en sus propiedades reológicas, es decir cambios en la viscosidad y rigidez. Los fluidos MR están formado por partículas magnéticas del orden de 0.05 a 8 micrones suspendidas en un líquido portador, tal como un aceite mineral y otras emulsiones químicas. Los amortiguadores MR son dispositivos que utilizan fluidos MR, cuyas propiedades reológicas experimentan cambios continuos y reversibles, estas condiciones hacen posible la aplicación de los amortiguadores MR en el control de vibraciones para proveer una fuerza que contrarresta los efectos de las oscilaciones (ver [15]). El artículo considera el modelo polinomial de Choi-Lee-Park que describe la fuerza del amortiguador MR (ver [2]). El amortiguador comercial que usamos en este trabajo es el RD-1097-01 de Lord Corporation, (ver [3]). La fuerza MR (ecuación (9.4.1)) es descrita mediante un polinomio de segundo orden, que está en función de la corriente en los devanados y de la velocidad relativa en el vástago del amortiguador,

$$f_{MR}(v,I) = \sum_{i=0}^{i=n} (b_i + c_i I) v^i, \qquad (9.4.1)$$

donde  $v = (\dot{y}_1 - \dot{z})\cos(\pi/4)$  es la velocidad del vástago en el amortiguador MR acoplado entre el primer piso y la base, incluyendo la localización geométrica y *I* es la entrada de corriente. Los coeficientes del polinomio  $(c_i, b_i)$  adoptan un valor según sea el signo de la aceleración en el vástago. Para un polinomio de orden n = 2 los coeficientes son dados en la Tabla 9.2.

Indice	Aceleración Positiva $\dot{v}$		Aceleración Negativa $\dot{v}$	
i	$b_i^+$	$c_i^+$	$b_i^-$	$c_i^-$
0	0.403	2.928	0.5426	-3.105
1	-18.3	1156	-18.549	1161
2	19.01	-561.3	8.6212	-372.5

**Tabla** 9.2: Coeficientes del Polinomio  $b_i$  y  $c_i$ 

#### 9.5 Control modal

Esta es una técnica en el control de vibraciones de estructuras. Una de sus principales características es que puede ser diseñado alrededor de una función de transferencia experimental por lo que no se requiere un modelo matemático del sistema a controlar. Este control fue propuesto por primera vez por Goh y Caughey en 1985 (ver [10]).

El control por Retroalimentación Positiva de la Velocidad (PVF), es un método de control modal para atenuar vibraciones (Inman [12]). Este esquema agrega un grado de libertad adicional al sistema original, considerada como un absorbedor virtual pasivo o como un filtro de segundo orden (ecuación (9.5.2)). Los parámetros de este controlador son seleccionados usando datos de la frecuencia  $\omega$  a la que se desea atenuar las vibraciones en la estructura, y una ganancia g para amplificar la fuerza de control u(t) (ecuación (9.5.3)). El nombre de retroalimentación positiva de la velocidad viene del hecho de que la coordenada de velocidad  $\dot{q}$  del sistema es retroalimentada de manera positiva al filtro y la coordenada de velocidad del filtro  $\dot{\eta}$  es positivamente retroalimentada al sistema (ver [12]).

La síntesis de un control PVF para un sistema primario de múltiples grados de libertad DOF (ecuación (9.5.1)) en lazo cerrado es dado por:

$$M\ddot{q} + C\dot{q} + Kq = Bu \tag{9.5.1}$$

$$\ddot{\eta} + 2\zeta_f \omega_f \dot{\eta} + \omega_f^2 \eta = g \omega_f B^T \dot{q} \tag{9.5.2}$$

$$u = g\omega_f \dot{\eta} \tag{9.5.3}$$

En este caso los parámetros del control son dados por las ganancias g, las constantes de amortiguamiento  $\zeta_f$  y la frecuencia del absorbedor  $\omega_f$ . Para este esquema las matrices de rigidez K y masa M son ambas simétricas y definidas positivas, por lo tanto las matrices de masa global  $\hat{M}$  y rigidez global  $\hat{K}$  en lazo cerrado son también definidas positivas y simétricas.

$$\hat{M}\ddot{Q} + \hat{C}\dot{Q} + \hat{K}Q = [0]$$

$$\begin{bmatrix} M & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q} \\ \ddot{\eta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C & -g\omega_f B \\ -g\omega_f B^T & 2\zeta_f\omega_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q} \\ \dot{\eta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K & 0 \\ 0 & \omega_f^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q \\ \eta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

El esquema PVF afecta solamente la matriz de amortiguamiento  $\hat{C}$ .

$$\hat{C} = \begin{bmatrix} C & -g\omega_f B \\ -g\omega_f B^T & 2\zeta_f \omega_f \end{bmatrix}$$
(9.5.4)

Para garantizar la estabilidad asintótica en lazo cerrado, la matriz de amortiguamiento global  $\hat{C}$  (ecuación (9.5.4)) debe ser definida positiva, el cual se puede garantizar si las ganancias g,  $\omega_f$  y  $\zeta_f$  se seleccionan, tal que la matriz  $C - \frac{g^2 \omega_f}{2\zeta_f} B_f B_f^T$  sea definida positiva.

#### 9.6 Dinámica inversa

La fuerza calculada u es la fuerza deseada o necesaria para minimizar las oscilaciones en la estructura causadas por el sismo  $\ddot{z}$ . En base a la fuerza calculada obtenemos la entrada de corriente I que se inyecta al amortiguador MR, para ello usamos la dinámica inversa del modelo polinomial de Choi (ver [2]). La fuerza de amortiguamiento  $f_{MR}$  se considera como la fuerza calculada y se obtiene la corriente I por la expresión,

$$I = \frac{u - \sum_{i=0}^{n=2} b_i v^i}{\sum_{i=0}^{n=2} c_i v^i}, \quad v = (\dot{y}_1 - \dot{z}) \cos(\pi/4)$$
(9.6.1)

La idea de la dinámica inversa es para linealizar la dinámica del amortiguador MR y simplificar la síntesis de la ley de control (ver [5]).

#### 9.7 Resultados numéricos

Los resultados numéricos fueron obtenidos mediante MATLAB/Simulink, con un método numérico Runge-Kutta y un paso de integración de 1 ms. En la Figura 9.2 se muestra la perturbación aplicado en la base de la estructura, la aceleración  $\ddot{z}(t)$  en la base somete a los tres niveles de la estructura a movimientos oscilatorios ocasionando que el sistema experimente tres modos de vibración.



**Figura** 9.2: Perturbación en la base de la estructura tipo edificio  $\ddot{z}(t)$ .

La Figura 9.3 muestra las oscilaciones de la estructura para la prueba pasiva (sin control) y para la prueba semiactiva en la que se aplica un esquema de control PVF a través del amortiguador MR. La aplicación del esquema PVF para el modelo de una estructura tipo edificio, tiene los parámetros de control sintonizados para atenuar el primer modo de vibración:  $\omega_f = 10 rad/s, g = 8, \zeta = 4.$ 

El sistema pasivo tiene amplitudes de vibración cerca de 16mm en el tercer nivel (ver Figura 9.3), usando un amortiguador MR y aplicando el algoritmo de control PVF se logra reducir las oscilaciones de la estructura cerca del 80%. La corriente de control I es saturada en un valor de 0.6A, esto debido a las limitaciones físicas del dispositivo, permitiendo estabilizar y atenuar los movimientos oscilatorios con fuerza de amortiguamiento menores de 10N (ver Figura 9.4).



**Figura** 9.3: Movimietos oscilatorios  $(y_1, y_2, y_3)$  de los 3 niveles de la estructura en prueba pasiva y en lazo cerrado (PVF).

#### 9.8 Conclusiones

En este trabajo mostramos el análisis de un modelo de 3 grados de libertad para una estructura tipo edificio con un amortiguador MR en la base para reducir las oscilaciones causadas por el sismo. El modelo analítico establece el acoplamiento dinámico entre los niveles y su respuesta numérica reproduce las oscilaciones de cada nivel causados por el sismo en la base y predice al menos 3 modos de vibración. A través del uso de un amortiguador MR y mediante la aplicación del algoritmo de control PVF se logra disipar las oscilaciones en la estructura. Para aplicar el esquema solamente se necesita medir la velocidad relativa en el vástago del amortiguador, con esta información del sistema es suficiente para estabilizar las estructuras.



 ${\bf Figura}$ 9.4: Fuerza del amortiguador MR, calculado mediante el control PVF y corriente inyectada.

# Bibliografía

- [1] Aly Mousaad Aly, Vibration control of buildings using magnetorheological damper: A new control algorithm, Canada, 2013.
- [2] S.B. Choi, S.K. Lee and Y.P. Park, A hysteresis model for the fielddependent damping force of a magnetorheological damper, J. of Sound and Vibration, 245-2, 375-383, 2001.
- [3] G. Silva-Navarro and A. Cabrera-Amado. Semiactive Sliding-Mode Control of the Unbalance Response in a Rotor-Bearing System Supported on MR Dampers, Proc. IEEE Conference on Decision and Control, 4513-4518, New Orleans, USA, 2007.
- [4] Carlson, J.D., Catanzarite, D.M., and St Clair, K.A., Commercial magneto-rheological fluid devices, International Journal of Modern Physics B, Vol. 10, No. 23-24, 2857-2865, 1996.
- [5] Choi, S.B., Lee, S.K. and Park, Y.P. A hysteresis model for the fielddependent damping force of a magnetorheological damper, Journal of Sound and Vibration, 245-2, 375-383, 2001.
- [6] Chopra, A.K., Dynamics of Structures Theory and Applications to Earthquake Engineering, Prentice-Hall, 1995.
- [7] Craig Jr, R.R., Kurdila, A.J., Fundamentals of Structural Dynamics, John Wiley & Sons, 2006.
- [8] Dyke, S.J., Spencer, B.F., Sain, M.K., and Carlson, J.D., Modeling and control of magnetorheological dampers for seismic response reduction, Smart Materials and Structures, Vol. 5, No. 5, 565-575, 1996.
- [9] Ewins, D.J., Modal Testing: Theory, Practice and Applications, Research Studies Press Ltd., Baldock, Hertfordshire, UK, 2000.
- [10] C.J. Goh and T.K. Caughey, On the stability problem caused by finite actuator dynamics in the control of large space structures. Int. J. of Control, 41, 787-802, 1985.

- [11] Goldstein, H. 1987. Mecánica Clásica. Editorial Reverté, España.
- [12] D.J. Inman, Vibration with Control. John Wiley & Sons, Ltd. Academic Press, England, 2006.
- [13] D.J. Inman, P. A. Tarazaga, A. Salehian, Active and passive damping of structures, Proc. of the 13th Int. Congress on Sound and Vibration (ICSV13), Vienna, Austria, July 2-6, 2006.
- [14] Isermann, R. & Munchhpf, M., Identification of Dynamic Systems, Springer-Verlag, Berlin. 2011.
- [15] B.F. Spencer Jr, S. Dyke S, M. Sain and J.D. Carlson. Phenomenological model of a magnetoreological Damper, ASCE Journal of Engineering Mechanics, 123, 230-238, 1997.
- [16] Osamu Yoshida- Shirley J. Dyke. 2003. Response control in full scale irregular buildings using MR Dampers. Submitted to the ASCE Journal of structural, Washington.
- [17] Wells, D. A. Lagrangiane Dynamics. Schaum's Outlines, McGraw-Hill, USA, 1967.