

UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE LA MIXTECA

**“TÉCNICAS DE CONTROL BASADAS EN PASIVIDAD
PARA UNA CLASE DE SISTEMAS NO
DIFERENCIALMENTE PLANOS”**

TESIS

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:

**DOCTOR EN ELECTRÓNICA, OPCIÓN: SISTEMAS
INTELIGENTES APLICADOS**

PRESENTA:

M. C. JORGE LUIS BARAHONA AVALOS

DIRECTOR:

DR JESÚS LINARES FLORES

HUAJUAPAN DE LEÓN, OAXACA, DICIEMBRE DEL 2016

Tesis presentada en Diciembre de 2016
ante los sinodales:

Dr. Manuel Arias Montiel

Dr. Pedro Bañuelos Sánchez

Dr. Marco Antonio Contreras Ordaz

Dr. Carlos García Rodríguez

Dr. José Fermi Guerrero Castellanos

Dr. Germán Ardul Muñoz Hernández

Director de tesis:

Dr. Jesús Linares Flores

Dedicatoria

A Dios porque el es mi socorro, es quien me sostiene.

A María del Carmen, por todo el amor, comprensión y apoyo.

A mis hijos Jorge Arturo y Ana Cecilia, con mucho amor.

A la memoria de José Octavio, mi hermano mayor.

Agradecimientos

Gracias a Dios, porque en él he puesto mi confianza y me ha bendecido. Gracias por lo bueno y malo recibido. Él ha hecho todo lo apropiado a su debido tiempo.

A María del Carmen, mi esposa, por haberme apoyado, como siempre lo ha hecho, en éste proyecto que decidí emprender algún día. Por el sacrificio del tiempo con ella. Por su valentía y por todo el amor que me ha dado, con el cual la vida ha sido más fácil de llevar.

A mis hijos Jorge Arturo y Ana Cecilia, por ser mi fortaleza, una de mis razones de ser. Porque ellos me impulsan a superarme día a día.

A mis padres, Aureliano Barahona Rosaldo, Felicitas Avalos Cortés, y a mis hermanos José Octavio Gutiérrez Avalos (q.e.p.d), Darvelia Gutiérrez Avalos, Rafael Barahona Avalos y Patricia del Carmen Barahona Avalos, por su amor y comprensión.

A la Secretaría de Educación Pública, por la beca UTMIX-041 otorgada, a través del Programa para el Desarrollo Profesional Docente, para la redacción de este trabajo de tesis.

A la Universidad Tecnológica de la Mixteca, por la oportunidad recibida, por medio del Ing. Gerardo García Hernández (q.e.p.d), para la realización de mis estudios de Doctorado.

Al Dr. Jesús Linares Flores, mi director de tesis, por su acertada dirección, por la ayuda brindada pero sobre todo por su amistad.

A los doctores Manuel Arias Montiel, Pedro Bañuelos Sánchez, Marco Antonio Contreras Ordaz, Carlos García Rodríguez, José Fermi Guerrero Castellanos y Germán Ardul Muñoz Hernández, por la revisión de este trabajo y por las recomendaciones y sugerencias realizadas para la mejora del mismo.

A mis amigos y compañeros de generación, Enrique Espinosa Justo, Esteban Osvaldo Guerrero Ramírez y

Arturo Pablo Sandoval García, por las gratas experiencias vividas y por compartir conmigo su conocimiento.

Al Dr. Hebertt José Sira Ramírez, por la oportunidad de realizar una estancia de investigación en la Sección de Mecatrónica del CINVESTAV-IPN, por sus sabios consejos y por su amistad.

A todas las personas que de manera directa o indirecta contribuyeron para que éste proyecto fuera posible.

Índice general

Dedicatoria	III
Agradecimientos	VII
Índice de figuras	XIII
Índice de tablas	XVII
1 Introducción	1
1.1. ¿Por qué sistemas diferencialmente no-planos?	2
1.2. ¿Por qué pasividad?	3
1.3. ¿Qué es el control basado en Pasividad?	4
1.4. Planteamiento del problema	5
1.5. Hipótesis	7
1.6. Objetivos	8
1.6.1. Objetivo General	8
1.6.2. Objetivos Específicos	8
1.7. Metodología	8
1.8. Organización del documento	9
2 Marco teórico	11
2.1. Sistemas regulados por un interruptor	11
2.1.1. El convertidor CD/CD tipo Čuk	14
2.1.2. Motor de CD de imán permanente alimentado por un convertidor CD/CD tipo reductor-elevador	15
2.2. Planitud diferencial	18
2.2.1. Álgebra de Lie	18
2.2.2. Sistemas diferencialmente planos	19
2.2.3. Sistemas diferencialmente no planos	23

IX

2.3.	Pasividad	24
2.3.1.	Disipatividad y pasividad	24
2.3.2.	Algunos Resultados útiles	25
2.3.3.	Control basado en pasividad	28
2.4.	Sistemas de fase no mínima	31
2.4.1.	Grado relativo	32
2.4.2.	Forma normal linealizada	32
2.4.3.	Dinámica de los ceros	33
2.5.	Observadores GPI	36
3	Control por retroalimentación de la salida pasiva de la dinámica exacta del error de seguimiento (ETEDPOF) de un convertidor tipo Ćuk	39
3.1.	Introducción	39
3.2.	Modelo dinámico del convertidor tipo Ćuk	42
3.2.1.	Diferencialmente no-plano	43
3.2.2.	Pasivo-disipativo	45
3.2.3.	De fase no mínima	47
3.3.	Controlador promedio por retroalimentación de la salida pasiva	48
3.4.	Estimador algebraico en línea de la carga de salida	51
3.5.	Resultados experimentales	53
3.6.	Conclusiones del capítulo	60
4	Control por moldeo de energía e inyección de amortiguamiento de un motor de CD alimentado por un convertidor tipo reductor-elevador	67
4.1.	Introducción	67
4.2.	Modelo dinámico promedio del sistema combinado convertidor buck-boost/motor de CD	70
4.2.1.	Diferencialmente no-plano	71
4.2.2.	Pasivo-disipativo	74
4.2.3.	De fase no mínima	76
4.3.	Estimación de la velocidad y del par de carga exógeno	77
4.4.	Diseño del controlador promedio para el sistema en cascada convertidor reductor-elevador/motor de CD	79
4.4.1.	Generación de las variables de referencia	79
4.5.	Resultados experimentales	83
4.5.1.	Plataforma experimental	83
4.5.2.	Resultados de simulación y experimentales	86
4.6.	Conclusiones del capítulo	90
5	Conclusiones	101
5.1.	Convertidor tipo Ćuk	101

5.1.1. Desarrollos futuros	101
5.2. Motor de CD alimentado por un convertidor reductor-elevador	102
5.2.1. Desarrollos futuros	102
A Publicaciones realizadas	105
A.1. Revistas Internacionales	105
A.2. Congresos Internacionales	105
A.3. Congresos nacionales	105
B Citas	107
B.1. Del artículo de revista internacional 1	107
B.2. Del artículo de revista internacional 2	109
Bibliografía	111

Índice de figuras

2.1. Circuito eléctrico del convertidor CD/CD tipo elevador: (a) Implementación con MOSFET y diodo; (b) Implementación con un interruptor de un polo y dos tiros.	12
2.2. Circuito eléctrico del convertidor CD/CD tipo Ćuk: (a) Implementación con MOSFET y diodo; (b) Implementación con un interruptor de un polo y dos tiros.	14
2.3. Circuito electro-mecánico equivalente de un motor de CD de imán permanente alimentado por un convertidor CD/CD tipo buck-boost.	16
2.4. Interconexión retroalimentada de sistemas pasivos. Tomado de la referencia [1].	26
3.1. Circuito eléctrico del convertidor CD/CD tipo Ćuk.	43
3.2. Diagrama esquemático de la plataforma experimental para el convertidor Ćuk controlado por retroalimentación de la salida pasiva (ETEDPOF).	53
3.3. Respuesta en el tiempo de la corriente de entrada i_1 para un voltaje de salida deseado $V_d = -20V$ (valor de referencia con línea punteada y señal medida y/o estimada con línea continua).	55
3.4. Respuesta en el tiempo de la corriente de salida i_2 para un voltaje de salida deseado $V_d = -20V$ (valor de referencia con línea punteada y señal medidas y/o estimada con línea continua).	55
3.5. Respuesta en el tiempo del voltaje de enlace v_1 para un voltaje de salida deseado $V_d = -20V$ (valor de referencia con línea punteada y señal medidas y/o estimada con línea continua).	56
3.6. Respuesta en el tiempo del voltaje de salida v_2 para un voltaje de salida deseado $V_d = -20V$ (valor de referencia con línea punteada y señal medidas y/o estimada con línea continua).	57
3.7. Respuesta en el tiempo de la señal de control promedio u_{av} para un voltaje de salida deseado $V_d = -20V$ (valor de referencia con línea punteada y señal medidas y/o estimada con línea continua).	57
3.8. Respuesta en el tiempo de la estimación algebraica de la carga de salida \hat{R}_L para un voltaje de salida deseado $V_d = -20V$ (valor de referencia con línea punteada y señal medidas y/o estimada con línea continua).	58
3.9. Evolución temporal de la integral del error cuadrático (ISE) para un voltaje de referencia de $V_d = -20V$	59

3.10. Respuesta en el tiempo del voltaje de salida v_2 ante un cambio súbito en el voltaje de referencia de $V_d = -20V$ a $V_d = -15V$ (valor de referencia con línea punteada y señal medidas y/o estimada con línea continua).	60
3.11. Respuesta en el tiempo de la estimación en línea del parámetro de carga \hat{R}_L ante un cambio súbito en el voltaje de referencia de $V_d = -20V$ a $V_d = -15V$ (valor de referencia con línea punteada y señal medidas y/o estimada con línea continua).	61
3.12. Respuesta en el tiempo de la entrada de control promedio u_{av} ante un cambio súbito en el voltaje de referencia de $V_d = -20V$ a $V_d = -15V$ (valor de referencia con línea punteada y señal medidas y/o estimada con línea continua).	62
3.13. Evolución temporal de la integral del error cuadrático (ISE) para un cambio en el voltaje de referencia de $V_d = -20V$ a $V_d = -15V$ en el tiempo $t = 2s$	62
3.14. Respuesta en el tiempo de la corriente de entrada i_1 para un voltaje de salida deseado $V_d = -20V$, sin adaptar el parámetro de carga estimado a las variables de referencia (valor de referencia con línea punteada y señal medidas y/o estimada con línea continua).	63
3.15. Respuesta en el tiempo de la corriente de entrada i_2 para un voltaje de salida deseado $V_d = -20V$, sin adaptar el parámetro de carga estimado a las variables de referencia (valor de referencia con línea punteada y señal medidas y/o estimada con línea continua).	63
3.16. Respuesta en el tiempo del voltaje en el capacitor de enlace v_1 para un voltaje de salida deseado $V_d = -20V$, sin adaptar el parámetro de carga estimado a las variables de referencia (valor de referencia con línea punteada y señal medidas y/o estimada con línea continua).	64
3.17. Respuesta en el tiempo del voltaje en el capacitor de salida v_2 para un voltaje de salida deseado $V_d = -20V$, sin adaptar el parámetro de carga estimado a las variables de referencia (valor de referencia con línea punteada y señal medida y/o estimada con línea continua).	64
3.18. Respuesta en el tiempo de la entrada de control promedio u_{av} para un voltaje de salida deseado $V_d = -20V$, sin adaptar el parámetro de carga estimado a las variables de referencia (valor de referencia con línea punteada y señal medidas y/o estimada con línea continua).	65
3.19. Respuesta en el tiempo de la variación de la carga \hat{R}_L , el cual no es adaptado a las variables de referencia.	65
3.20. Evolución temporal de la integral del error cuadrático (ISE) cuando no se adapta el parámetro de carga estimado a las referencias del controlador.	66
4.1. Diagrama esquemático del sistema en cascada convertidor reductor-elevador/motor de CD. . . .	71
4.2. Diagrama esquemático de la plataforma experimental para el sistema convertidor reductor-elevador/motor de CD y la tarjeta de adquisición de datos DAQ-6024E en lazo cerrado.	83
4.3. Resultados experimentales: par de carga, para una velocidad angular deseada constante, $\omega_d = -50$ [rad/s], con un par de carga variante en el tiempo aplicado externamente—señal estimada (línea gris), señal medida (línea negra).	85
4.4. Resultados experimentales: velocidad angular, para una referencia deseada constante, $\omega_d = -50$ [rad/s], con un par de carga variante en el tiempo aplicado externamente—referencia (línea punteada), señal estimada (línea gris), señal medida (línea negra).	86

4.5. Resultados experimentales: evolución de la integral del error cuadrático, para una referencia deseada constante, $\omega_d=-50$ [rad/s], con un par de carga variante en el tiempo aplicado externamente.	87
4.6. Resultados experimentales: entrada de control promedio para una velocidad angular deseada constante, $\omega_d=-50$ [rad/s], con un par de carga variante en el tiempo aplicado externamente. . . .	88
4.7. Resultados experimentales: voltaje de armadura, para una velocidad angular constante deseada, $\omega_d=-50$ [rad/s], con un par de carga variante en el tiempo aplicado externamente—señal de referencia (línea gris), señal medida (línea negra).	89
4.8. Resultados experimentales: corriente en el inductor para una velocidad angular constante deseada, $\omega_d=-50$ [rad/s], con un par de carga variante en el tiempo aplicado externamente—señal de referencia (línea gris), señal medida (línea negra).	90
4.9. Resultados experimentales: corriente de armadura para una velocidad angular constante deseada, $\omega_d=-50$ [rad/s], con un par de carga variante en el tiempo aplicado externamente—señal de referencia (líneas gris), señal medida (líneas negra).	91
4.10. Resultados experimentales: Error de estimación del par de carga para una velocidad angular deseada constante, $\omega_d=-50$ [rad/s], con un par de carga variante en el tiempo aplicado externamente.	92
4.11. Resultados experimentales: Error de estimación de la velocidad angular para una velocidad angular deseada constante, $\omega_d=-50$ [rad/s], con un par de carga variante en el tiempo aplicado externamente.	92
4.12. Resultados experimentales: Par de carga para una velocidad angular constante deseada $\omega_d=-90$ [rad/s] con un par de carga variante en el tiempo aplicado externamente—señal estimada (línea gris), señal medida (líneas negra).	93
4.13. Resultados experimentales: velocidad angular para una referencia constante deseada $\omega_d=-90$ [rad/s] con un par de carga variante en el tiempo aplicado externamente—referencia (línea punteada), señal estimada (línea gris), señal medida (línea negra).	94
4.14. Resultados experimentales: evolución de la integral del error cuadrático, para una referencia deseada constante, $\omega_d=-90$ [rad/s], con un par de carga variante en el tiempo aplicado externamente.	94
4.15. Resultados experimentales: entrada de control promedio para una velocidad angular constante deseada $\omega_d=-90$ [rad/s] con un par de carga variante en el tiempo aplicado externamente.	95
4.16. Resultados experimentales: voltaje de armadura para una velocidad angular constante deseada, $\omega_d=-90$ [rad/s] con un par de carga variante en el tiempo aplicado externamente—señal de referencia (línea gris), señal medida (línea negra).	95
4.17. Resultados experimentales: corriente del inductor para una velocidad angular constante deseada, $\omega_d=-90$ [rad/s] con un par de carga variante en el tiempo aplicado externamente—señal de referencia (línea gris), señal medida (línea negra).	96
4.18. Resultados experimentales: corriente de armadura para una velocidad angular constante deseada, $\omega_d=-90$ [rad/s] con un par de carga variante en el tiempo aplicado externamente—señal de referencia (líneas gris), señal medida (línea negra).	96
4.19. Resultados experimentales: Error de estimación del par de carga, para una velocidad angular deseada constante, $\omega_d=-90$ [rad/s], con un par de carga variante en el tiempo aplicado externamente.	97

4.20. Resultados experimentales: Error de estimación de la velocidad angular, para una velocidad angular deseada constante, $\omega_d=-90$ [rad/s], con un par de carga variante en el tiempo aplicado externamente.	97
4.21. Resultados experimentales y de simulación: velocidad angular, para una referencia constante deseada, $\omega_d=-90$ [rad/s], con un par de carga variante en el tiempo aplicado externamente.	98
4.22. Resultados experimentales y de simulación: par estimado, para una velocidad angular deseada constante, $\omega_d=-90$ [rad/s], con un par de carga variante en el tiempo aplicado externamente.	98
4.23. Resultados experimentales y de simulación: corriente de armadura, para una velocidad angular deseada constante, $\omega_d=-90$ [rad/s], con un par de carga variante en el tiempo aplicado externamente.	99
4.24. Resultados experimentales y de simulación: voltaje de armadura, para una velocidad angular deseada constante, $\omega_d=-90$ [rad/s], con un par de carga variante en el tiempo aplicado externamente.	99
4.25. Resultados experimentales y de simulación: corriente en el inductor, para una velocidad angular deseada constante, $\omega_d=-90$ [rad/s], con un par de carga variante en el tiempo aplicado externamente.	100
4.26. Resultados experimentales y de simulación: señal de control promedio, para una velocidad angular deseada constante, $\omega_d=-90$ [rad/s], con un par de carga variante en el tiempo aplicado externamente.	100

Índice de tablas

3.1. Parámetros y componentes de circuito integrado del convertidor tipo Ćuk.	54
3.2. Parámetros del estimador en línea de la carga del convertidor	54
4.1. Especificaciones del convertidor reductor-elevador/motor de CD y del observador GPI de orden reducido	84

Introducción

Vivimos rodeados de dispositivos electrónicos: teléfonos móviles, computadoras, semáforos, etc. Muchos de tales dispositivos trabajan de manera automática con base a entradas proporcionadas por sensores que “monitorean” el ambiente. Los viajes por avión se realizan con cada vez menos operaciones manuales por parte de los pilotos humanos. Los sistemas eléctricos y electrónicos son manejados mediante circuitos automáticos que aseguran su *estabilidad*. Los ejemplos son abundantes y nuestra sociedad “tecnológica” utilizará cada vez más tales dispositivos automáticos bajo la influencia de diversos factores.

La innovación tecnológica y la reducción de costos incrementan la penetración de los así llamados *dispositivos inteligentes*. El incremento mundial de la demanda de energía y de tecnologías de la comunicación, requiere de una mayor y mejor coordinación en la economía global. La protección ambiental fomenta la necesidad de un uso adecuado de los recursos naturales disponibles y por tanto de un manejo *optimizado* de los mismos. La Teoría de Control está en el corazón de las Tecnologías de la Información y Comunicaciones de los sistemas complejos, y, por tanto, puede contribuir a enfrentar los desafíos citados con anterioridad.

Por otro lado, en años recientes, los campos de electrónica de potencia y control automático, han experimentado un crecimiento sin precedentes en materia de enseñanza e investigación, emergiendo como áreas de especialización en ingeniería eléctrica. Dicho crecimiento se debe, en parte, a una demanda creciente del mercado por circuitos electrónicos de potencia para los procesos de conversión de la energía.

Este documento contiene el trabajo de tesis doctoral que se realizó como parte de los requisitos para obtener el Grado de Doctor en Electrónica con Opción en Sistemas Inteligentes Aplicados, en la División de Estudios de Posgrado de la Universidad Tecnológica de la Mixteca. El trabajo de tesis está enfocado, principalmente, al control no lineal basado en pasividad de sistemas que no poseen la propiedad de ser *diferencialmente planos*. El trabajo de investigación, está centrado en algunos sistemas diferencialmente no-planos regulados por un *interruptor* (dicho de otra manera, no linealizables en forma exacta y cuyo principal elemento de control es un interruptor con base a un dispositivo semiconductor): el convertidor electrónico de potencia CD/CD tipo Ćuk y el motor de CD de imán permanente alimentado por un convertidor

electrónico de potencia CD/CD tipo “buck–boost”.

La *planitud diferencial*, es una propiedad estructural que poseen algunos sistemas dinámicos, que permite “trivializar” tareas de planeación de trayectorias sin resolver las ecuaciones diferenciales correspondientes, y al mismo tiempo de manera opcional, reduce el problema de diseño de estrategias de control retroalimentadas, al de un conjunto de sistemas lineales invariantes en el tiempo desacoplados [2, 3, 4]. La carencia de *planitud* es conocida como *defecto* y está representada en forma usual por el conjunto de variables de estado del sistema que no son expresables como *funciones diferenciales* de las salidas planas asociadas con el subsistema plano más grande [3].

El trabajo de investigación está situado en un marco teórico–experimental ya que las contribuciones generadas, están sustentadas tanto por un análisis teórico formal como por resultados experimentales y/o de simulación. El desarrollo del trabajo de tesis está contemplado en cuatro partes. En primer lugar, partiendo de los modelos dinámicos existentes para el convertidor electrónico de potencia CD/CD tipo Ćuk y para la combinación convertidor CD/CD tipo “buck–boost”/motor de CD, se llevan a cabo las actividades de análisis y modelado correspondientes. Luego, se diseñan las estrategias de control robustas (ante perturbaciones no modeladas, variantes en el tiempo pero acotadas) basadas en técnicas de pasividad, con el fin de llevar a cabo las tareas apropiadas de regulación y/o seguimiento del voltaje de salida del convertidor o bien de la velocidad angular del eje del motor de CD. Posteriormente se aborda el diseño de observadores de estados y estimadores del par de carga. Finalmente se implementan las plataformas experimentales que incluyen a los controladores y estimadores diseñados.

1.1. ¿Por qué sistemas diferencialmente no-planos?

En éste trabajo se tiene interés en el diseño de controladores para sistemas dinámicos no lineales controlados por un interruptor y cuyas no linealidades no pueden ser ignoradas por completo. Aun más, el interés está centrado primordialmente en aquellos sistemas no lineales (de una entrada y una salida, SISO, por sus siglas en inglés, *Single Input Single Output*) controlados mediante un interruptor, que no poseen la propiedad de ser *linealizables en forma exacta*, o dicho de otro modo, que son *diferencialmente no-planos*. Por ejemplo, la regulación o seguimiento del voltaje de salida en convertidores electrónicos de potencia CD/CD, así como la regulación y/o seguimiento de la velocidad angular del eje de motores de CD alimentados mediante convertidores CD/CD, los cuales pese a que sus modelos dinámicos son relativamente simples, no gozan de ciertas propiedades estructurales que facilitan el análisis y diseño de control.

Como se comentó en la parte introductoria de este capítulo, la *planitud diferencial* (o, en breve, *planitud*) es una propiedad de algunos sistemas dinámicos controlados que permite trivializar las tareas de planeación de trayectorias, sin resolver ecuaciones diferenciales, mientras que de manera opcional reduce el problema de diseño de control retroalimentado a aquel de un conjunto de sistemas lineales invariantes en el tiempo desacoplados. Estrictamente hablando, la planitud es equivalente a la controlabilidad y de aquí, muchos

sistemas de interés exhiben esta propiedad. La propiedad de planitud permite una parametrización completa de todas las variables del sistema (estados, entradas, salidas) en términos de un conjunto finito de variables independientes, denominadas las salidas planas, y un número finito de sus derivadas temporales [2, 3]. La formulación precisa de la planitud diferencial en el contexto de los sistemas de control, se debe al trabajo del profesor Michel Fliess y sus colaboradores Jean Levine, Philippe Martan y Pierre Rouchon. Una publicación del profesor Fliess y su equipo que puede ser considerada como fundamental, aparece en el año de 1995 [4], y está dedicado a la planitud de sistemas no lineales y la idea asociada de *defecto*, es decir, la ausencia de planitud. Desde entonces, han sido reportados en la literatura una considerable cantidad de artículos relacionados con la propiedad de planitud y su aplicación en diferentes campos (ver, por ejemplo, [5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18]).

De acuerdo con [3], se sabe que algunos sistemas físicos no lineales, son *diferencialmente no-planos*, tales como: el popular sistema *bola-viga*, el *doble péndulo invertido*, el famoso *ventilador de flujo guiado de Caltech*, el *péndulo de Kapitsa*, el *péndulo rotacional de Furuta* y algunos reactores químicos, entre otros [19]. Cómo ya se ha mencionado, la carencia de la propiedad de *planitud* es denominada *defecto* y está usualmente representada por el conjunto de variables de estado del sistema que no son expresables como funciones diferenciales de las salidas planas asociadas con el subsistema *plano* más grande.

Aquí son de particular interés una clase de sistemas no lineales controlados mediante un interruptor, que carecen de la propiedad de planitud. Lo anterior, aparte del hecho de que representan retos matemáticamente interesantes, como se verá más adelante, un sistema no plano puede ser todavía controlable, o exhibir la propiedad de accesibilidad, aunque, de manera definitiva, no todas sus variables puedan ser expresadas en términos de la salida plana.

1.2. ¿Por qué pasividad?

Los *sistemas pasivos* son una clase de sistemas dinámicos en los cuales la energía intercambiada con el ambiente juega un papel central [1]. En los sistemas pasivos la razón a la cual fluye la energía dentro del sistema no es menor que el aumento en el almacenamiento de la misma. Dicho de otro modo, un *sistema pasivo* no puede almacenar más energía que la que le es entregada desde el exterior, con la diferencia siendo la energía disipada.

El estudio del comportamiento de un sistema en términos de su energía almacenada o disipada, tiene un valor extraordinario, ya que está directamente relacionado a las propiedades de estabilidad del sistema. El control de un sistema en términos de consideraciones de la energía almacenada, conocido como *Control Basado en Pasividad* (PBC, por sus siglas en inglés, *Passivity Based Control*) explota las propiedades físicas del sistema respecto a su *manejo de energía* y posibilidades de *mejoramiento de disipación*. La técnica se conoce por otorgar simplicidad y robustez a los diseños de controladores retroalimentados obtenidos.

Se pueden distinguir tres etapas en la evolución de los conceptos de pasividad y su aplicación a los proble-

mas de control. Los desarrollos iniciales de los conceptos de disipatividad y pasividad fueron presentados como una generalización de aquellos encontrados en los principios de la teoría de circuitos. El desarrollo de la pasividad y las conexiones con la estabilización retroalimentada de un sistema, desde un punto de vista de la teoría general de operadores, fueron introducidos a principios de la década de los 70 del siglo pasado en el trabajo de Willems (ver [20] y [21]).

Una línea diferente de investigación fue iniciada por el trabajo de Wu y Desoer (ver [22]), fundamentada en términos de las propiedades de entrada-salida de un sistema. El desarrollo de los conceptos de pasividad, en relación con la estabilidad, se llevó a cabo en los trabajos de Vidyasagar [23] y Zames [24]. La extensión de los resultados de Willems al caso de sistemas no lineales, que son afines en la entrada de control, fue abordado por Hill y Moylan en [25, 26, 27, 28]. La idea de hacer un sistema pasivo por medio de una retroalimentación estática del estado y toda la geometría relacionada fue dado en el trabajo por Byrnes *et al* [29]. Estos resultados fueron complementados posteriormente, en conexión con el concepto de los *sistemas positivos de retroalimentación*, en la obra de Kokotovic y Sussman (ver [30]). Pueden encontrarse conexiones definidas entre la pasividad, el control basado en Lyapunov y la retroalimentación óptima inversa en el libro de Sepulchre *et al* [31]. Las condiciones bajo las cuales un sistema no lineal se vuelve pasivo, mediante una retroalimentación estática del estado, fueron extendidas por Santosuosso (ver [32]) para el caso de un sistema afín. El estudio de la disipatividad retroalimentada, para el caso lineal, se abordó en la obra de Picci y Pinzoni (ver [33]). Para una perspectiva global del campo de la pasividad y conceptos relacionados, es recomendable la lectura de los libros de Van der Schaft [34], Sepulchre *et al.* [31], Ortega *et al.* [1], Khalil [35] y Brogliato *et al.* [36].

Es claro de la interpretación energética de la pasividad dada con anterioridad, que la misma está íntimamente relacionada con la física de los sistemas, y en particular, con sus propiedades de estabilidad. Otra propiedad no menos importante, de la pasividad, es que se trata de una propiedad estructural que es independiente de la noción de estado. Resumiendo: la pasividad proporciona una generalización (al caso no lineal variante en el tiempo) del hecho de que la estabilidad de un sistema LTI retroalimentado depende de la cantidad de ganancia y fase inyectada en el lazo de control. Además, y quizás de manera más importante, las medidas de amplificación de señal (el operador de ganancia) y de corrimiento de la señal (su pasividad) pueden ser en algunos casos asociadas a cantidades físicas. Así, una motivación fuerte para tratar en esta investigación con la pasividad de los sistemas, radica en el hecho de que un sistema *diferencialmente no-plano* (en breve, *no-plano*) todavía puede ser controlable, como se verá más adelante, usando las propiedades antes expuestas de la pasividad.

1.3. ¿Qué es el control basado en Pasividad?

La aplicación del enfoque de pasividad al control de sistemas se encuentra principalmente en los campos de los sistemas mecánicos, electromecánicos y eléctricos, entre otros. Para aplicaciones pueden consultarse los trabajos reportados por Ortega *et al.* [37, 38]. Algunos sistemas electromecánicos, son abordados por Ortega en [39]. Se ha probado con éxito el control basado en pasividad (PBC, por sus siglas en inglés, *Passivity Based*

Control) aplicado a otras clases de sistemas no lineales (ver, [40] y las obras de Egeland y Godhavn [41], Johanssen y Egeland [42] y Fossen y Strand [43]). En específico, en el caso de los sistemas electromecánicos controlados mediante un interruptor aborados en este trabajo, pueden ser consultados los trabajos reportados por Linares *et al.* [44, 10, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54]

El término PBC fue introducido por Ortega y Spong en [37] para definir una metodología de diseño de controladores cuyo objetivo es hacer pasivo el sistema en lazo cerrado, es decir, un sistema pasivo que no puede almacenar más energía de la que le es entregada por alguna fuente, con la energía disipada como la diferencia entre la energía almacenada y la energía suministrada. El enfoque PBC puede ser visto como una extensión de la así llamada *técnica de moldeo de energía e inyección de amortiguamiento* (ESDI, por sus siglas en inglés, *Energy Shaping plus Damping Injection*), introducida por Takegaki y Arimoto en [55] para resolver problemas de regulación (setpoint control) en sistemas robóticos completamente actuados. En el caso particular abordado por Takegaki y Arimoto, se puede concentrar la atención en las funciones de *energía potencial* y de *disipación*, y proceder en dos etapas básicas. Primeramente una etapa de *moldeo de energía* donde se modifica la energía potencial del sistema de modo tal que la “nueva” función de energía potencial tenga un mínimo único y global en el equilibrio deseado. En segundo lugar una etapa de *inyección de amortiguamiento* donde se modifica la función de disipación para asegurar la estabilidad asintótica.

Visto desde el sentido más amplio del PBC, la etapa de moldeo de energía logra el objetivo de hacer pasivo a un sistema mediante una función de almacenamiento deseada que consiste de la energía cinética original y de la nueva energía potencial deseada. Luego, la inyección de amortiguamiento refuerza la propiedad de pasividad para hacerla una *propiedad de pasividad estricta de salida*.

Este trabajo de tesis aborda dos técnicas de diseño de controladores de tipo PBC: la técnica de *retroalimentación de la salida pasiva de la dinámica exacta del error de seguimiento* (ETEDPOF, por sus siglas en inglés, *Exact Tracking Error Dynamics Passive Output Feedback*) y la técnica ESDI que serán tratadas en los capítulos 3 y 4 de este documento, respectivamente, y ambas en el contexto de la clase de sistemas aquí estudiados (sistemas no lineales de cuarto orden controlados mediante un interruptor semiconductor).

1.4. Planteamiento del problema

Las máquinas eléctricas (ME) constituyen la fuerza de trabajo en diversos procesos industriales [56, 57]. En condiciones de funcionamiento general, las ME necesitan operar en escenarios con velocidad variable y pares de carga desconocidos. Para este propósito, a lo largo de los años, se han utilizado los motores de Corriente Directa (CD) y Corriente Alterna (CA) (Ver [56] y las referencias dentro). El motor de inducción es un tipo especial de motor de corriente alterna que tiene muchas ventajas en términos de bajo mantenimiento, robustez, costo, etc. Sin embargo, su control es más complicado y complejo en comparación con un motor de corriente continua, además de que tiene algunas desventajas dinámicas a bajas velocidades.

Como resultado, los motores de CD todavía se utilizan ampliamente para algunas aplicaciones, como en trenes de laminación, en máquinas de papel, en máquinas de embobinado y desembobinado, y en sistemas de tracción de vehículos eléctricos. Lo anterior derivado de que, comparado con el motor de inducción, la velocidad de un motor de CD es fácilmente controlada variando el voltaje de armadura o bien la corriente de campo [57]. Típicamente, el manejador (*driver*) de la potencia de un motor de CD está constituido por un convertidor electrónico CD/CD en algunas de sus configuraciones básicas (reductor, elevador, reductor-elevador) [58, 10, 45, 14, 59, 48, 49, 50, 60, 52, 53, 61].

De la revisión bibliográfica realizada, puede verse que hay una diversidad de trabajos reportados que comprueban la efectividad de la aplicación combinada de técnicas basadas en propiedades estructurales de los sistemas dinámicos considerados. Sin embargo, también debe notarse que la gran mayoría de los trabajos reportados (con excepción de algunos de los trabajos de Linares–Flores y colaboradores) versan sobre sistemas que son disipativos y diferencialmente planos, lo que en cierto modo “trivializa” el diseño tanto de la trayectoria a seguir como del controlador para lograr dicho seguimiento. Sólo unos pocos trabajos reportados (véanse por ejemplo, [62, 63, 64, 65]) tratan con sistemas que son diferencialmente no-planos. Adicionalmente, Sira–Ramírez y Agrawal en [3] presentan algunos otros sistemas diferencialmente no-planos, pero ninguno relacionado con el control de motores de CD mediante convertidores electrónicos de potencia del tipo CD/CD o con el control del voltaje de salida de convertidores CD/CD de cuarto orden, como el tipo Čuk, por ejemplo (en [3] sólo se aborda el análisis de la planitud de dicho convertidor, no así el control del voltaje de salida del mismo).

Una cuestión adicional observada en los trabajos reportados, es que, o bien los resultados presentados son de simulación, o bien cuando se presentan resultados experimentales, éstos son obtenidos de plataformas experimentales con motores de cd de baja potencia, por lo regular de menos de 1/3 de HP. Una excepción a lo anterior es el trabajo de Campos-Delgado [56] *et al.*, donde se emplea un motor de 2 HP, no obstante, no se considera la dinámica del manejador de potencia, aunque si se toma en cuenta la estimación de par de carga mediante observadores del tipo Luenberger.

Éste trabajo de tesis se enfoca a la aplicación de la combinación de técnicas de control basadas en pasividad (PBC) y técnicas de estimación de estados, con la finalidad de regular o controlar por un lado, el voltaje de salida del convertidor CD/CD tipo Čuk, y por el otro la regulación de la velocidad angular de salida de la combinación convertidor CD/CD tipo “buck–boost”/motor de CD. Ambos sistemas, como se mostrará en el siguiente capítulo, no poseen la propiedad de ser *diferencialmente planos*, es decir sistemas en los cuales no todas las variables pueden ser expresadas en términos de *funciones diferenciales* de las así llamadas *salidas planas* asociadas con el subsistema plano más grande.

Específicamente, son de interés la aplicación de las técnicas conocidas como *moldeo de energía e inyección de amortiguamiento* (ESDI, por sus siglas en inglés, Energy Shaping and Damping Injection) en el caso de la combinación convertidor CD/CD tipo “buck–boost”/motor de CD; y *retroalimentación de la*

salida pasiva del error exacto (ETEDPOF, por sus siglas en inglés, Exact Tracking Error Dynamics Passive Output Feedback), en el caso del convertidor CD/CD tipo Ćuk. Además cada una de las técnicas de control empleadas hace uso de métodos algebraicos y/o de estimación del par (o resistencia) de carga, a fin de obtener estrategias de control robustas bajo perturbaciones de índole desconocida.

Es bien conocido que los motores de corriente directa para aplicaciones de pequeñas a medianas potencias, frecuentemente sufren de transitorios abruptos de voltaje y corriente en su circuito de armadura o de campo, cuando se regula la velocidad de su eje, y las amplitudes de los transitorios en el circuito de armadura del motor, en la mayoría de las ocasiones, sobrepasan los niveles nominales para los cuales fue diseñado eléctricamente el motor. Estos transitorios se presentan casi siempre en el arranque y paro del motor cuando éste está con plena carga. Lo mismo ocurre en el caso del voltaje de salida de convertidores de potencia CD/CD, cuya resistencia de carga puede variar.

Por otro lado, otro problema que regularmente presentan los controladores de velocidad en motores de CD mediante convertidores de potencia, es que en la mayoría de las ocasiones la alta eficiencia que ofrecen los convertidores de potencia en la transferencia de potencia no es bien aprovechada por el controlador del sistema en lazo cerrado convertidor–motor de CD. Esto se debe a que el diseño del controlador, considera únicamente la dinámica del motor y no considera, para nada, en su diseño la dinámica del convertidor (ver, por ejemplo, [66]).

Por tanto, las soluciones que se proponen en el presente trabajo, para los problemas centrales mencionados con anterioridad, se clasifican en dos niveles, los cuales son:

1. **Solución a nivel de software:** La solución a nivel de software es por medio de algoritmos de control suave de velocidad del motor de cd (o del voltaje de salida en el caso del convertidor tipo Ćuk), basadas en técnicas de control por pasividad más observación y/o estimación del par (o resistencia) de carga desconocido. Dichos algoritmos se diseñan mediante un modelo matemático en forma promedio del acoplamiento convertidor de CD/CD–motor de CD o bien del convertidor CD/CD tipo Ćuk.
2. **Solución a nivel de hardware:** La solución a nivel de hardware es mediante el diseño de los convertidores electrónicos de potencia CD/CD necesarios (tipo Ćuk y tipo “buck–boost”), dimensionados de acuerdo a las necesidades de potencia eléctrica de los motores empleados o de la resistencia de carga seleccionada.

1.5. Hipótesis

Las hipótesis que serán validadas y/o rechazadas mediante el desarrollo de la investigación pueden ser resumidas de la siguiente manera:

- H1** Los modelos dinámicos en forma promedio del convertidor electrónico de potencia CD/CD tipo $\dot{C}uk$ y del motor de CD de imán permanente alimentado por un convertidor electrónico de potencia CD/CD tipo reductor-elevador, son diferencialmente no-planos, pasivo-disipativos y de fase no-mínima.
- H2** Es posible combinar la propiedad de pasividad del convertidor CD/CD tipo $\dot{C}uk$ con estimadores algebraicos a fin de diseñar estrategias de control retroalimentado que permitan regular el voltaje de salida del convertidor, a pesar de que dicha salida es de fase no-mínima.
- H3** Es posible combinar propiedades estructurales (pasividad, planitud) de la combinación convertidor reductor-elevador/motor de CD, con observadores de alta ganancia con la finalidad de diseñar estrategias de control retroalimentado que permitan realizar una regulación (o seguimiento) adecuado de la trayectoria de velocidad deseada para la velocidad angular del eje del motor, pese a que dicha salida es de fase no mínima.

1.6. Objetivos

1.6.1. Objetivo General

Diseñar estrategias de control mediante el uso combinado de técnicas de pasividad y/o planitud diferencial, con técnicas de estimación del estado, para realizar tareas de regulación de la velocidad angular del eje de un motor de CD de imán permanente, así como del voltaje de salida del convertidor CD/CD tipo $\dot{C}uk$.

1.6.2. Objetivos Específicos

- O1** Demostrar que los modelos dinámicos del convertidor $\dot{C}uk$ y de la combinación convertidor reductor-elevador/motor de CD, son diferencialmente no-planos, pasivo-disipativos y de fase no-mínima.
- O2** Diseñar e implementar el control del voltaje de salida de un convertidor CD/CD tipo $\dot{C}uk$.
- O3** Diseñar e implementar el control de la velocidad angular del eje de un motor de CD de 1/3 de HP, accionado mediante el convertidor reductor-elevador totalmente controlado.
- O4** Diseñar e implementar los estimadores del parámetro de par (o resistencia de carga en el caso del convertidor $\dot{C}uk$) variante con el tiempo, para adaptarlo a los controladores diseñados y así lograr robustez de los esquemas de control considerados.
- O5** Implementar en un dispositivos lógicos programables (DAQCard-6062E y DAQ-6024E de la firma *National Instruments*®+ RTWT/Matlab/Simulink ®) los controladores diseñados.

1.7. Metodología

El trabajo reportado en este documento de tesis, el cual resume la experiencia de investigación llevada a cabo, en la aplicación de la teoría de control en el campo de los sistemas eléctricos y electromecánicos, se llevó a cabo a lo largo de la siguiente ruta:

- Ya que las habilidades más importantes de un ingeniero de control están relacionadas con el estudio de sistemas dinámicos, el primer paso consistió en devolverle al modelado matemático el papel central que le corresponde y enfocar dicho modelado en las propiedades estructurales (pasividad, planitud diferencial y defecto) de algunos sistemas específicos -normalmente no lineales- que pueden ser explotadas para el diseño de sistemas de control.
- El siguiente paso consistió en tratar de formalizar matemáticamente los desarrollos realizados. Este fue un paso fundamental, cuya importancia difícilmente puede ser sobreestimada. Proporciona una base teórica sólida de las estrategias de control diseñadas que mejora su comprensión permitiendo estimar el rendimiento alcanzable y allana el camino para mejoras posteriores.
- Sobre la base de la comprensión del modelo, la racionalización matemática de la práctica actual de la ingeniería y de nuevas consideraciones analíticas, el tercer paso fue el de *proponer nuevos controladores*.
- El paso final, consiste en probar los desarrollos teóricos en simulaciones o experimentos realistas y confrontar el rendimiento alcanzable contra aquellos obtenidos mediante esquemas tradicionales. Es, quizás, este último paso, particularmente crucial.

El documento de tesis, describe dos casos en los que la recompensa por cumplir con los pasos descritos anteriormente fue particularmente gratificante. El primero de ellos se encuentra en la electrónica de potencia, concretamente en lo que se refiere a convertidores electrónicos de potencia de corriente directa a corriente directa (CD/CD) de cuarto orden, regulados por un interruptor. El otro caso de estudio puede ser catalogado dentro de la clase de sistemas electromecánicos de cuarto orden regulados mediante un interruptor.

1.8. Organización del documento

Este documento está organizado de la siguiente manera. En el Capítulo 2 se presentan todos los elementos teóricos que dan sustento a los desarrollos de los capítulos posteriores. En el Capítulo 3 se aborda el diseño de un controlador para regular el voltaje de salida de un convertidor CD/CD tipo $\dot{C}uk$, empleando la técnica de pasividad conocida como ETEDPOF. El Capítulo 4 trata sobre el control mediante la técnica ESDI de la velocidad de un motor de cd de imán permanente alimentado por un convertidor CD/CD tipo “reductor-elevador”. Finalmente, en el Capítulo 5 se proporcionan las conclusiones generales del trabajo de tesis desarrollado, así como algunos desarrollos que pueden ser realizados en el futuro.

Marco teórico

En éste capítulo, se formalizan las ideas relacionadas con los sistemas diferencialmente no-planos, en un lenguaje matemático. Se introducen y se ilustran, mediante algunos ejemplos, las características más sobresalientes y los elementos teóricos relacionados con los problemas abordados en este trabajo de tesis: planitud diferencial (y defecto), pasividad, geometría diferencial, estimación algebraica, teoría de estabilidad de Lyapunov, entre otros.

La clase a la que pertenecen los sistemas diferencialmente no-planos, es bastante amplia como para su estudio a detalle, por lo que sólo se estudian algunos sistemas regulados por un *interruptor*. La posición de dicho interruptor constituye el único conjunto de entradas de control disponible. Los casos de estudio abordados en éste trabajo están constituidos por convertidores CD/CD de cuarto orden y combinaciones en cascada de convertidores electrónicos de potencia CD/CD de segundo orden con motores de CD.

2.1. Sistemas regulados por un interruptor

Se estudiarán sistemas no lineales representados mediante:

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \quad (2.1)$$

$$y = h(x) \quad (2.2)$$

donde en (2.1) y (2.2) $f(x)$ y $g(x)$, son campos vectoriales no lineales suaves (es decir, infinitamente diferenciables) definidos en el espacio tangente a \mathbb{R}^n , $x(t) \in \mathbb{R}^n$ es el vector de estado, $u \in \{0, 1\}$ es la entrada de control y $y \in \mathbb{R}$ es la salida. La función de salida $h(x)$ en (2.2) es una función escalar suave de x que toma valores en la recta real \mathbb{R} . Se supone que el sistema (2.1)-(2.2) está bien planteado, es decir, que existe una solución única en forma global. Por tanto se puede suponer, por ejemplo, que se satisfacen las condiciones del siguiente teorema.

Teorema 2.1. [36] Sea $I = \{(x, t) \mid \|x - x_0\| \leq b, |t - \tau| \leq a, a \in \mathbb{R}_+, b \in \mathbb{R}_+\}$, y supóngase que $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ satisfice:

- $f(x, \cdot)$ es medible en t para cada x fija

- $f(\cdot, t)$ es continua en x para cada t fijo
- Existe una función integrable de Lebesgue $m(\cdot)$ en el intervalo $|t - \tau| \leq a$ tal que $|f(x, t)| \leq m(t) \quad \forall (x, t) \in I$

entonces para algún $\alpha > 0$ existe una solución $x(\cdot)$ absolutamente continua en algún intervalo $|t - \tau| \leq \beta$, $\beta > 0$ que cumple $x(\tau) = x_0$. \square

La característica principal de los sistemas que se estudian, es la naturaleza bi-valuada de la variable de control. Sin pérdida de generalidad, se supondrá que la entrada de control, u , toma valores en el conjunto discreto $\{0, 1\}$. Obsérvese que si el conjunto de valores posibles para la entrada de control escalar u , fuera el conjunto $\{U_1, U_2\}$, con $U_i \in \mathbb{R}$, $i = 1, 2$, entonces la siguiente transformación (invertible) de coordenadas:

$$v = (u - U_2)/(U_1 - U_2), \quad u = U_2 + v(U_1 - U_2)$$

hace que la nueva entrada de control v sea una entrada bi-valuada en el conjunto $\{0, 1\}$.

Ejemplo 2.1. El circuito mostrado en la Figura 2.1 representa al clásico convertidor CD/CD tipo elevador (boost), el cual como puede apreciarse, es controlado por un sólo interruptor.

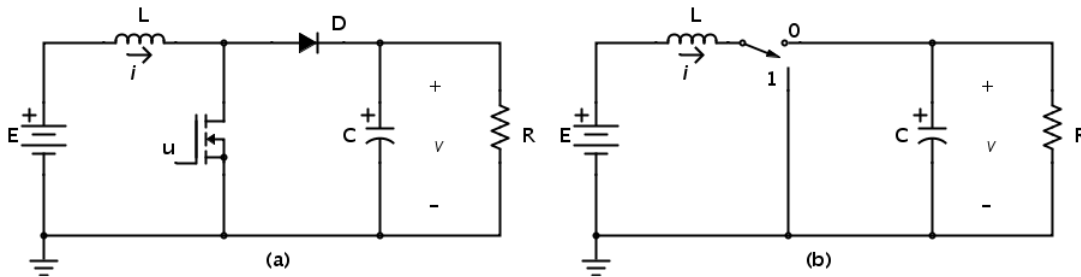


Figura 2.1: Circuito eléctrico del convertidor CD/CD tipo elevador: (a) Implementación con MOSFET y diodo; (b) Implementación con un interruptor de un polo y dos tiros.

Con base al circuito eléctrico mostrado en la Figura 2.1 y utilizando las leyes de Kirchhoff, las ecuaciones diferenciales que describen el comportamiento dinámico del convertidor tipo elevador se escriben como:

$$L \frac{di}{dt} = -(1 - u)v + E \quad (2.3)$$

$$C \frac{dv}{dt} = (1 - u)i - \frac{1}{R}v \quad (2.4)$$

donde i es la corriente del inductor, v es el voltaje en el capacitor de salida y u es la posición del interruptor que satisface $u \in \{0, 1\}$. Además, L es la inductancia del convertidor, E es el voltaje de alimentación, C es la capacitancia y R es la resistencia de carga. El modelo dinámico representado mediante las ecuaciones (2.3) y (2.4) es referido como el modelo conmutado. El modelo promedio¹ del convertidor podría ser representado por el mismo modelo matemático (2.3)-(2.4), reemplazando u por $u_{av} \in [0, 1]$ (Véase [67] y las

¹Tal modelo dinámico promedio es válido siempre y cuando el convertidor se encuentre trabajando en el modo de conducción continuo.

referencias dentro). En forma vectorial-matricial, el modelo dinámico promedio del convertidor representado por (2.3)-(2.4) se puede escribir de la siguiente manera:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{L}(-v + E) \\ \frac{1}{C}i - \frac{1}{RC}v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L}v \\ -\frac{1}{C}i \end{bmatrix} u_{av} \quad (2.5)$$

Una vez obtenido el modelo promedio (2.5), y con la finalidad de facilitar algunos cálculos necesarios (que serán utilizados en algunos ejemplos más adelante) es conveniente hacer algunos cambios en las escalas de medición de las variables de estado y de la variable tiempo (Véase, por ejemplo [35]). A continuación se describe el proceso llevado a cabo para tal fin.

Normalización

Se define el nuevo conjunto de variables para el sistema normalizado como sigue:

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E}\sqrt{\frac{L}{C}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{E} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i \\ v \end{bmatrix}, \quad \tau = \frac{t}{\sqrt{LC}} \quad (2.6)$$

Así, el modelo normalizado promedio para el convertidor elevador, está dado por:

$$\frac{dx_1}{d\tau} = -(1 - u_{av}) x_2 + 1 \quad (2.7)$$

$$\frac{dx_2}{d\tau} = (1 - u_{av}) x_1 - \frac{x_2}{Q} \quad (2.8)$$

donde el parámetro Q es obtenido mediante la relación $Q = R\sqrt{\frac{C}{L}}$. En forma vectorial matricial se obtiene:

$$\frac{d}{d\tau} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -x_2 + 1 \\ x_1 - \frac{1}{Q}x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_2 \\ -x_1 \end{bmatrix} u_{av} \quad (2.9)$$

de donde, comparando (2.1) con (2.9), no es difícil apreciar que:

$$f(x) = \begin{bmatrix} -x_2 + 1 \\ x_1 - \frac{1}{Q}x_2 \end{bmatrix}, \quad g(x) = \begin{bmatrix} x_2 \\ -x_1 \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

además considerando a $y = x_2$ como la salida de interés, entonces de la ecuación (2.2) se tiene que:

$$h(x) = x_2 \quad (2.11)$$

□

En este trabajo se aborda el estudio de sistemas de cuarto orden regulados por un interruptor: convertidor CD/CD tipo Cúk y motor de CD de imán permanente alimentado por un convertidor CD/CD tipo reductor-elevador (*buck-boost*). Cómo se verá más adelante en este mismo capítulo, los dos sistemas considerados poseen en común algunas propiedades estructurales, principalmente a saber: son pasivo-disipativos, son diferencialmente no-planos, y la variable de salida de interés es de fase no mínima. En las sub-secciones que siguen a continuación, los sistemas considerados se escriben en la forma no lineal afín (2.1)-(2.2).

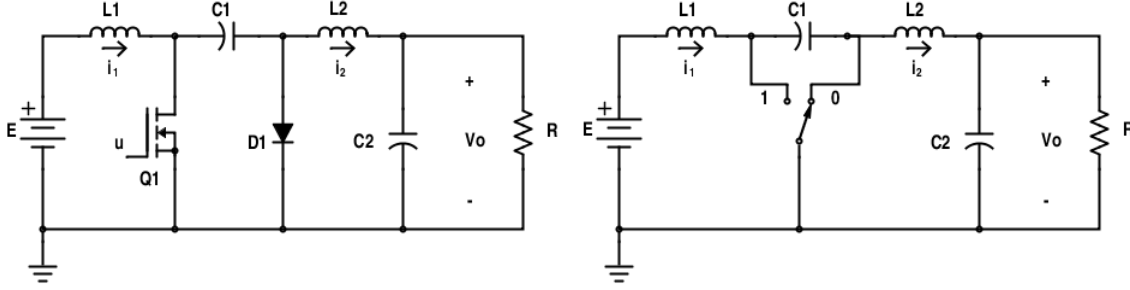


Figura 2.2: Circuito eléctrico del convertidor CD/CD tipo Ćuk: (a) Implementación con MOSFET y diodo; (b) Implementación con un interruptor de un polo y dos tiros.

2.1.1. El convertidor CD/CD tipo Ćuk

En la Figura 2.2 se muestra el circuito eléctrico del convertidor CD/CD tipo Ćuk. Utilizando las leyes de Kirchoff las ecuaciones diferenciales que describen el comportamiento dinámico (en forma promedio) del convertidor tipo Ćuk se escriben como [68]:

$$L_1 \frac{di_1}{dt} = -(1 - u_{av})v_1 + E \quad (2.12)$$

$$C_1 \frac{dv_1}{dt} = (1 - u_{av})i_1 + u_{av}i_2 \quad (2.13)$$

$$L_2 \frac{di_2}{dt} = -v_2 - u_{av}v_1 \quad (2.14)$$

$$C_2 \frac{dv_2}{dt} = i_2 - \frac{1}{R_L}v_2 \quad (2.15)$$

donde i_1 es la corriente de entrada del convertidor, v_1 es el voltaje en el capacitor de enlace C_1 , i_2 es la corriente que circula en la segunda inductancia del convertidor, v_2 es el voltaje de salida del convertidor y R_L es el parámetro de carga, el cual será estimado algebraicamente en línea. La entrada de control promedio se denota por la variable $u_{av} \in [0, 1]$. En forma vectorial-matricial, el modelo dinámico promedio dado en (2.12)-(2.15) se escribe de la siguiente forma:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_1 \\ v_1 \\ i_2 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_1}(-v_1 + E) \\ \frac{1}{C_1}i_1 \\ -\frac{1}{L_2}v_2 \\ \frac{1}{C_2}(i_2 - \frac{1}{R_L}v_2) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_1}v_1 \\ \frac{1}{C_1}(-i_1 + i_2) \\ -\frac{1}{L_2}v_1 \\ 0 \end{bmatrix} u_{av} \quad (2.16)$$

De manera similar a lo realizado en el ejemplo 2.1, a continuación se describe el proceso llevado a cabo para realizar algunos cambios en las escalas de medición de las variables de estado y de la variable tiempo en la ecuación (2.16).

Normalización

Se define el nuevo conjunto de variables para el sistema normalizado como sigue:

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E} \sqrt{\frac{L_1}{C_1}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{E} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{E} \sqrt{\frac{L_1}{C_1}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{E} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ v_1 \\ i_2 \\ v_2 \end{bmatrix}, \quad \tau = \frac{t}{\sqrt{L_1 C_1}} \quad (2.17)$$

Así, el *modelo normalizado promedio*² para el convertidor tipo Ćuk está dado por:

$$\frac{dx_1}{d\tau} = -(1 - u_{av}) x_2 + 1 \quad (2.18)$$

$$\frac{dx_2}{d\tau} = (1 - u_{av}) x_1 + u_{av} x_3 \quad (2.19)$$

$$\alpha_1 \frac{dx_3}{d\tau} = -u_{av} x_2 - x_4 \quad (2.20)$$

$$\alpha_2 \frac{dx_4}{d\tau} = x_3 - \frac{x_4}{Q} \quad (2.21)$$

donde $Q = R\sqrt{C_1/L_1}$, $\alpha_1 = L_2/L_1$ y $\alpha_2 = C_2/C_1$. En forma vectorial matricial se obtiene:

$$\frac{d}{d\tau} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -x_2 + 1 \\ x_1 \\ -\frac{1}{\alpha_1} x_4 \\ \frac{1}{\alpha_2} (x_3 - \frac{1}{Q} x_4) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_2 \\ -x_1 + x_3 \\ -\frac{1}{\alpha_1} x_2 \\ 0 \end{bmatrix} u_{av} \quad (2.22)$$

de donde, comparando (2.1) con (2.22), no es difícil apreciar que:

$$f(x) = \begin{bmatrix} -x_2 + 1 \\ x_1 \\ -\frac{1}{\alpha_1} x_4 \\ \frac{1}{\alpha_2} (x_3 - \frac{1}{Q} x_4) \end{bmatrix}, \quad g(x) = \begin{bmatrix} x_2 \\ -x_1 + x_3 \\ -\frac{1}{\alpha_1} x_2 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

además considerando a $y = x_4$ como la salida de interés, entonces de la ecuación (2.2) se tiene que:

$$h(x) = x_4 \quad (2.24)$$

2.1.2. Motor de CD de imán permanente alimentado por un convertidor CD/CD tipo reductor-elevador

En la Figura 2.3 se muestra el circuito electro-mecánico equivalente de un motor de CD de imán permanente alimentado por un convertidor electrónico de potencia CD/CD tipo reductor-elevador. Utilizando

²La normalización realizada aquí será empleada en el capítulo 3 para facilitar algunos cálculos relacionados con la comprobación de que dicho sistema es diferencialmente no-plano y de fase no-mínima.

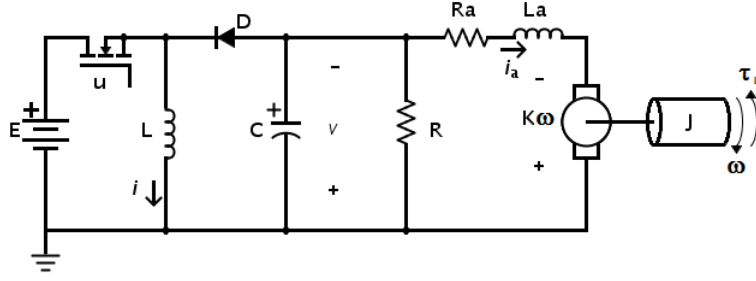


Figura 2.3: Circuito electro-mecánico equivalente de un motor de CD de imán permanente alimentado por un convertidor CD/CD tipo buck-boost.

las leyes de Kirchhoff (para la parte eléctrica) en el circuito electro-mecánico equivalente mostrado en la Figura 2.3 y la segunda ley de Newton para sistemas rotacionales (para la parte mecánica) las ecuaciones diferenciales que describen el comportamiento dinámico del motor de CD de imán permanente alimentado por un convertidor electrónico de potencia CD/CD tipo reductor-elevador, se escriben como [69]:

$$L \frac{di_L}{dt} = (1 - u_{av})v_C + Eu \quad (2.25)$$

$$C \frac{dv_C}{dt} = -(1 - u_{av})i_L - \left(\frac{1}{R_L}\right)v_C - i_a \quad (2.26)$$

$$L_a \frac{di_a}{dt} = v_C - R_a i_a - K_e \omega \quad (2.27)$$

$$J \frac{d\omega}{dt} = K_t i_a - D\omega - \tau_L \quad (2.28)$$

donde i_L es la corriente en el inductor del convertidor, v_C es el voltaje en el capacitor de salida, del convertidor reductor-elevador, i_a es la corriente que circula por el circuito de armadura del motor de CD, ω es la velocidad angular en el eje del motor y τ_L es un par de carga de perturbación que será estimado mediante un observador de tipo GPIO (por sus siglas en inglés, *Generalized Proportional Integral Observer*). La entrada de control promedio se denota por la variable $u_{av} \in [0, 1]$. Sin pérdida de generalidad, considerando un par de perturbación, $\tau_L = 0$, en forma vectorial-matricial, el modelo dinámico promedio dado en (2.25)-(2.28) se escribe de la siguiente forma:

$$\frac{di}{dt} \begin{bmatrix} i_L \\ v_C \\ i_a \\ \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} v_C \\ -\frac{1}{C} (i_L + \frac{1}{R_L} v_C + i_a) \\ \frac{1}{L_a} (v_C - R_a i_a - K_e \omega) \\ \frac{1}{J} (K_t i_a - D\omega) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} (-v_C + E) \\ \frac{1}{C} i_L \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u_{av} \quad (2.29)$$

A continuación se describe el proceso llevado a cabo para realizar algunos cambios en las escalas de medición de las variables de estado y de la variable tiempo en la ecuación (2.29).

Normalización

Se define el nuevo conjunto de variables para el sistema normalizado como sigue:

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{i_L}{E} \sqrt{\frac{L}{C}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{v_C}{E} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{i_a}{E} \sqrt{\frac{L}{C}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sqrt{LC}\omega \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L \\ v_C \\ i_a \\ \omega \end{bmatrix}, \quad \tau = \frac{t}{\sqrt{LC}} \quad (2.30)$$

Así, el *modelo normalizado promedio*³ para el sistema convertidor buck-boost/motor de CD está dado por:

$$\frac{dx_1}{d\tau} = (1 - u_{av})x_2 + 1 \quad (2.31)$$

$$\frac{dx_2}{d\tau} = -(1 - u_{av})x_1 - \frac{1}{Q}x_2 - x_3 \quad (2.32)$$

$$\alpha \frac{dx_3}{d\tau} = -Q_a x_3 - \kappa x_4 + x_2 \quad (2.33)$$

$$\gamma \frac{dx_4}{d\tau} = \kappa x_3 - \beta x_4 \quad (2.34)$$

donde $Q = R\sqrt{C/L}$, $\alpha = L_a/L$, $Q_a = R_a\sqrt{C/L}$. Además $\kappa = K/(E\sqrt{LC})$, $\gamma = J/(LC^2E^2)$ y $\beta = (D/LCE^2)(\sqrt{L/C})$. En forma vectorial matricial se obtiene:

$$\frac{d}{d\tau} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 + 1 \\ -x_1 - \frac{1}{Q}x_2 - x_3 \\ -Q_a x_3 - \frac{\kappa x_4}{\alpha} + \frac{x_2}{\alpha} \\ \frac{\kappa x_3}{\gamma} - \frac{\beta x_4}{\gamma} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -x_2 \\ x_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u_{av} \quad (2.35)$$

de donde, comparando (2.1) con (2.35), no es difícil apreciar que:

$$f(x) = \begin{bmatrix} x_2 + 1 \\ -x_1 - \frac{1}{Q}x_2 - x_3 \\ -Q_a x_3 - \frac{\kappa x_4}{\alpha} + \frac{x_2}{\alpha} \\ \frac{\kappa x_3}{\gamma} - \frac{\beta x_4}{\gamma} \end{bmatrix}, \quad g(x) = \begin{bmatrix} -x_2 \\ x_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

además considerando a $y = x_4$ como la salida de interés, entonces de la ecuación (2.2) se tiene que:

$$h(x) = x_4 \quad (2.37)$$

³Esta normalización se empleará en el capítulo 4 para la comprobación de que dicho sistema es diferencialmente no-plano y de fase no-mínima.

2.2. Planitud diferencial

En esta sección se proporcionan los elementos teóricos relacionados con la *planitud* y *defecto* de los sistemas dinámicos no lineales. El material aquí presentado fue tomado de [2, 3, 70] y algunas otras referencias comentadas en el texto que a continuación se escribe.

2.2.1. Álgebra de Lie

En el estudio de sistemas de control no lineal, es conveniente tomar en cuenta los conceptos y operaciones de la derivada y el corchete de Lie, los cuales constituyen uno de los métodos geométricos esenciales de los sistemas no lineales [70]. A continuación se definen tales operaciones.

Derivada de Lie

Definición 2.1. Sean $x \in \mathbb{R}$, una función escalar diferenciable $\lambda(x) = \lambda(x_1, x_2, \dots, x_n)$ y un campo vectorial $f(x) = [f_1, f_2, \dots, f_n]^T$, una nueva función escalar, denotada por $L_f \lambda(x)$ y denominada la derivada de Lie de la función $\lambda(x)$ a lo largo del campo vectorial $f(x)$, se obtiene mediante la siguiente operación:

$$L_f \lambda(x) = \frac{\partial \lambda(x)}{\partial x} f(x) = \sum_{i=1}^n \frac{\partial \lambda(x_i)}{\partial x} f_i(x) \quad (2.38)$$

□

De la definición 2.1, se sabe que la derivada de Lie es una función escalar, así que es posible repetir el uso de esta operación para obtener la derivada de Lie de $L_f \lambda(x)$ a lo largo de otro campo vectorial $g(x)$, es decir:

$$L_g L_f \lambda(x) = \frac{\partial (L_f \lambda(x))}{\partial x} g(x) \quad (2.39)$$

Ciertamente, se puede también obtener la derivada de Lie de k -ésimo orden de $\lambda(x)$ a lo largo de $f(x)$ recursivamente como sigue:

$$L_f(L_f \lambda(x)) = L_f^2 \lambda(x) = \frac{\partial (L_f \lambda(x))}{\partial x} f(x) \quad (2.40)$$

$$L_f^k \lambda(x) = \frac{\partial (L_f^{k-1} \lambda(x))}{\partial x} f(x) \quad (2.41)$$

La derivada de Lie de k -ésimo orden de $\lambda(x)$ a lo largo de $f(x)$, $L_f^k \lambda(x)$, es todavía una función escalar diferenciable y se utiliza para obtener la derivada de Lie a lo largo de otro campo vectorial $g(x)$, es decir:

$$L_g L_f^k \lambda(x) = \frac{\partial (L_f^k \lambda(x))}{\partial x} g(x) \quad (2.42)$$

Corchete de Lie

Definición 2.2. Sean $x \in \mathbb{R}$, y dos campos vectoriales $f(x) = [f_1, f_2, \dots, f_n]^T$ y $g(x) = [g_1, g_2, \dots, g_n]^T$. la siguiente operación denotada por $[f(x), g(x)]$ o $ad_f g$ dado por:

$$[f, g] = ad_f g = \frac{\partial g}{\partial x} f - \frac{\partial f}{\partial x} g \quad (2.43)$$

obtiene un nuevo campo vectorial el cual se denomina el corchete de Lie de $g(x)$ a lo largo de $f(x)$. □

Ya que el corchete de Lie de $g(x)$ a lo largo de $f(x)$ es un nuevo campo vectorial, se utiliza para calcular el corchete de Lie a lo largo de $f(x)$ una vez más. Similarmente se calcula el corchete de Lie de k -ésimo orden inductivamente como:

$$ad_f^2 g(x) [f, [f, g]](x) \quad (2.44)$$

$$ad_f^k g(x) = [f, ad_f^{k-1} g](x) \quad (2.45)$$

La función escalar y la función vectorial dadas en las definiciones 2.1 y 2.2 son necesarias para comprender algunos conceptos desarrollados en la siguiente sección.

2.2.2. Sistemas diferencialmente planos

Un sistema no lineal SISO (por sus siglas en inglés, *Single Input Single Output*) se dice *diferencialmente plano* si existe una *función diferencial* del estado (es decir, no satisface cualquier ecuación diferencial por sí sola y, adicionalmente, es una función del estado y de un número finito de sus derivadas temporales), llamada la *salida plana* tal que todas las variables en el sistema (estados, salidas y entradas) son a la vez expresables como funciones de la salida plana y de un número finito de sus derivadas. Contrario a lo que se piensa, la planitud no es otra forma de hacer linealización de la retroalimentación en sistemas no lineales. Es, de hecho, una *propiedad estructural* del sistema que permite establecer todas las características que se requieren para la aplicación de alguna técnica de diseño particular de controladores retroalimentados (como por ejemplo: back-stepping, pasividad y por supuesto, linealización por retroalimentación). Es una propiedad que trivializa el problema de linealización exacta en un sistema no lineal, sea este multivariable o no, o si es o no afin en las entradas de control. Una característica menos conocida de la planitud es que ayuda a determinar el carácter de fase mínima o no mínima de las salidas del sistema. Considérese el sistema no lineal SISO de la forma general:

$$\dot{x} = f(x, u), \quad x \in \mathbb{R}^n, \quad u \in \mathbb{R} \quad (2.46)$$

donde $f = (f_1, \dots, f_n)^T$ es una función suave de x y u y el rango de la matriz Jacobiana, con respecto a u , $\partial f / \partial u$ es máximo, es decir, es igual a 1.

Definición 2.3. Se dice, en general, que ϕ es una *función diferencial* de x , si:

$$\phi = \phi(x, \dot{x}, \ddot{x}, \dots, x^{(\beta)}) \quad (2.47)$$

donde β es un entero finito.

Si $x \in \mathbb{R}^n$ obedece a un conjunto de ecuaciones diferenciales controladas, como las dadas en (2.46), entonces necesariamente la diferenciación de más alto orden del estado implicado en la definición 2.3, conduce, generalmente hablando, a considerar derivadas de los componentes de la entrada de control u . Dicho de otro modo, una función diferencial del estado x es una función del estado y de un número finito de las derivadas temporales de la entrada:

$$\phi = \phi(x, u, \dot{u}, \ddot{u}, \dots, u^{(\beta-1)}) \quad (2.48)$$

Definición 2.4. Un sistema de la forma (2.46), se dice ser diferencialmente plano si existe una función diferencial del estado x , denotada por y , dada por:

$$y = h(x, u, \dot{u}, \ddot{u}, \dots, u^{(\alpha)}) \quad (2.49)$$

tal que el sistema inverso de, $\dot{x} = f(x, u)$, con u como la entrada y y como la salida, no tiene dinámica alguna. \square

Un sistema es plano si existe una cierta salida artificial, tal que esta salida parametriza a todas las variables del sistema. Esto significa que los estados, variables de entrada, variables de salida en el sistema, son escritos como funciones diferenciales de la salida plana y y de sus derivadas sucesivas, es decir:

$$x = A(y, \dot{y}, \ddot{y}, \dots, y^{(\gamma)}), \quad u = B(y, \dot{y}, \ddot{y}, \dots, y^{(\gamma+1)}) \quad (2.50)$$

Establecer si un sistema es diferencialmente plano es difícil en general, ya que no existe un procedimiento sistemático para determinar si un sistema posee o no dicha propiedad estructural. La excepción a lo anterior está en el caso de los sistemas lineales (donde un sistema es plano si y sólo si es controlable) y en el caso de los sistemas no lineales SISO, se emplea el siguiente Teorema tomado de [3]:

Teorema 2.2. Un sistema no lineal SISO de la forma (2.1), es diferencialmente plano si y sólo si es linealizable en forma exacta. \square

Respecto a la aplicación del Teorema 2.2, el siguiente teorema, tomado de [70], es útil para determinar si un sistema de la forma (2.1) es linealizable en forma exacta.

Teorema 2.3. Dado el sistema:

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u$$

donde $x \in \mathbb{R}^n$ es el vector de estado, $u \in \mathbb{R}$ es la variable de control, $f \in \mathbb{R}^n$ y $g \in \mathbb{R}^n$ son campos vectoriales de dimensión n . Si y sólo si:

1. El rango de la matriz de controlabilidad, C ,

$$C(x) = \begin{bmatrix} g & ad_f g & \cdots & ad_f^{m-2} g & ad_f^{m-1} g \end{bmatrix} \quad (2.51)$$

donde $ad_f^j g$, es el ya familiar j -ésimo corchete de Lie de $f(x)$ y $g(x)$ (dado por la definición 2.2) es igual a n y no cambia en una vecindad de un punto $x_0 \in \mathbb{R}^n$.

2. El conjunto de campos vectoriales:

$$D = \{g, ad_f g, ad_f^2 g, \dots, ad_f^{m-2} g\} \quad (2.52)$$

es involutivo en $x = x_0$, entonces existe una función $w(x) \in \mathbb{R}$ cuyo grado relativo, r , es igual al orden del sistema, n , en $x = x_0$. Lo que significa que el sistema dado puede ser transformado en forma exacta en un sistema lineal completamente controlable (es decir, una forma normal de Brunovsky) en una vecindad abierta de $x = x_0$. \square

Que el conjunto dado en la hipótesis (2) del Teorema 2.3 sea involutivo implica que la matriz:

$$\begin{bmatrix} g & ad_f g & ad_f^2 g & \cdots & ad_f^{n-2} g \end{bmatrix}$$

tiene rango k en $x = x_0$ y que la matriz aumentada:

$$\begin{bmatrix} g & ad_f g & ad_f^2 g & \cdots & ad_f^{n-2} g & [ad_f^i g, ad_f^j g] \end{bmatrix}$$

también tenga el mismo rango k en $x = x_0$ al número par arbitrario i y j donde $1 \leq i, j \leq k$. Además, la función $w(x)$ cuya existencia garantiza el Teorema 2.3, deberá cumplir con las dos condiciones siguientes:

$$\frac{\partial w(x)}{\partial x} \begin{bmatrix} g & ad_f g & ad_f^2 g & \cdots & ad_f^{n-2} g \end{bmatrix} = 0$$

y en $x = x_0$:

$$\frac{\partial w(x)}{\partial x} ad_f^{n-1} g \neq 0$$

Ejemplo 2.2. *Considérese el convertidor tipo elevador mostrado en la figura 2.1. El modelo dinámico promedio normalizado para dicho sistema está dado por la ecuación (2.9), la cual por razones de claridad se repite a continuación:*

$$\frac{d}{d\tau} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -x_2 + 1 \\ x_1 - \frac{1}{Q}x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_2 \\ -x_1 \end{bmatrix} u_{av}$$

de donde, no es difícil apreciar que:

$$f(x) = \begin{bmatrix} -x_2 + 1 \\ x_1 - \frac{1}{Q}x_2 \end{bmatrix}, \quad g(x) = \begin{bmatrix} x_2 \\ -x_1 \end{bmatrix}$$

Se verá a continuación si se satisfacen las hipótesis del Teorema 2.3. Calculando, mediante el corchete de Lie (dado por la definición 2.2) el campo vectorial involucrado:

$$ad_f g = \frac{\partial g}{\partial x} f - \frac{\partial f}{\partial x} g = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -x_2 + 1 \\ x_1 - \frac{1}{Q}x_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -\frac{1}{Q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_2 \\ -x_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-x_2}{Q} \\ -1 - \frac{x_1}{Q} \end{bmatrix}$$

Así la matriz de controlabilidad, \mathcal{C} , está dada por:

$$\mathcal{C}(x) = \begin{bmatrix} g & ad_f g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 & \frac{-x_2}{Q} \\ -x_1 & -1 - \frac{x_1}{Q} \end{bmatrix}, \quad \det(\mathcal{C}) = -x_2 \left(1 + \frac{2x_1}{Q}\right)$$

Típicamente, en el caso de los convertidores CD/CD se desea controlar el voltaje de salida a un valor constante V_d . Del modelo dinámico promedio normalizado para el convertidor elevador, es posible ver que los puntos de equilibrio del mismo, considerando $x_2 = V_d$, están dados por:

$$\bar{x}_1 = \frac{V_d^2}{Q}, \quad \bar{x}_2 = V_d$$

Entonces el determinante de la matriz de controlabilidad, \mathcal{C} , estaría dado por:

$$\det(\mathcal{C}) = -V_d(1 + \frac{2V_d^2}{Q^2}) \neq 0$$

Dado que se trata de un convertidor elevador, $V_d \neq 0$, por lo que se cumple la expresión anterior. Así la matriz \mathcal{C} es de rango completo. Por otro lado, el campo vectorial $\{g\}$ es involutivo (evaluado en el punto de equilibrio) ya que las matrices:

$$[g] = \begin{bmatrix} V_d \\ V_d^2 \\ -\frac{V_d^2}{Q} \end{bmatrix}, \quad [g \quad ad_g g] = \begin{bmatrix} V_d & 0 \\ -\frac{V_d^2}{Q} & 0 \end{bmatrix}$$

son ambas de rango 1 en una vecindad del punto de equilibrio. Dado que se cumplen las hipótesis del Teorema 2.3 entonces el convertidor elevador es un sistema linealizable en forma exacta, por lo que invocando el Teorema 2.2 se concluye que el sistema bajo estudio es diferencialmente plano. \square

Obteniendo la salida plana

El número de salidas planas de un sistema dinámico determinado debe ser igual al número de entradas del mismo. Establecer cuales son dichas salidas planas también es difícil saberlo en general, porque tampoco existe un procedimiento sistemático para su determinación. No obstante, para el caso de un sistema no lineal SISO de la forma (2.1):

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u, \quad x \in \mathbb{R}^n, \quad u \in \mathbb{R}$$

con $f(x) \in \mathbb{R}^n$ y $g(x) \in \mathbb{R}^n$ como funciones vectoriales suaves, se puede calcular la salida plana del sistema de manera sistemática mediante la siguiente expresión [3]:

$$\frac{\partial \lambda(x)}{\partial x} = a(x)[0, 0, \dots, 0, 1][\mathcal{C}(x)]^{-1} \quad (2.53)$$

donde $\lambda(x) \in \mathbb{R}$ califica como una salida plana, $a(x) \in \mathbb{R}$ es una función escalar no cero y la matriz $\mathcal{C}(x) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ es la matriz de controlabilidad dada por la ecuación 2.51 [3].

Ejemplo 2.3. Considérese el sistema abordado en el Ejemplo 2.2. Como ya se vió, la matriz de controlabilidad de dicho sistema está dada por:

$$\mathcal{C}(x) = [g \quad ad_f g] = \begin{bmatrix} x_2 & \frac{-x_2}{Q} \\ -x_1 & -1 - \frac{x_1}{Q} \end{bmatrix}$$

de donde la salida plana puede ser calculada como sigue:

$$\frac{\partial \lambda(x)}{\partial x} = \frac{a(x)}{\det(\mathcal{C})} [0 \quad 1] \begin{bmatrix} -1 - \frac{x_1}{Q} & \frac{x_2}{Q} \\ x_1 & x_2 \end{bmatrix} = \frac{a(x)}{\det(\mathcal{C})} [x_1 \quad x_2]$$

Se puede elegir $a(x) = \det(\mathcal{C})$ (ya que $\det(\mathcal{C}) \neq 0$) por lo que deben de satisfacerse el siguiente par de ecuaciones diferenciales parciales:

$$\frac{\partial \lambda(x)}{\partial x_1} = x_1, \quad \frac{\partial \lambda(x)}{\partial x_2} = x_2$$

No es difícil ver que la solución al conjunto de ecuaciones diferenciales parciales anterior está dada por:

$$\lambda(x) = \frac{1}{2}(x_1^2 + x_2^2)$$

es decir que la salida que linealiza al convertidor elevador en forma exacta es la energía total almacenada en dicho circuito. \square

2.2.3. Sistemas diferencialmente no planos

Algunos sistemas físicos no lineales desafiantes, matemáticamente hablando, son conocidos por ser diferencialmente no-planos, como el popular *ball and beam*, el *pendubot*, el famoso *ventilador de flujo guiado Caltech*, el *péndulo de Kapitsa*, el *péndulo rotacional de Furuta* y algunos reactores químicos interesantes. Algunos otros ejemplos interesantes de sistemas no planos han sido reportados en [64, 65]. La ausencia de planitud es conocida como *defecto* [3, 4] y se representa frecuentemente por el conjunto de variables de estado del sistema que no son expresables como funciones diferenciales de las salidas planas asociadas con el subsistema plano más grande. Un sistema no plano puede aún ser controlable o exhibir la propiedad de accesibilidad fuerte, pero de manera definitiva no todas sus variables pueden ser expresadas como funciones diferenciales de un conjunto particular de salidas planas independientes. Un tratamiento rigurosamente matemático para determinar si un sistema es no diferencialmente plano es encontrado en [2].

Dentro de la clase de sistemas estudiados en este trabajo (sistemas controlados por un interruptor) son encontrados un sin número de combinaciones entre convertidores y motores tanto de CD como de CA, que no poseen la propiedad de ser diferencialmente planos. Dos de tales casos son abordados en este trabajo: el convertidor CD/CD tipo Čuk y el motor de CD de imán permanente alimentado por un convertidor CD/CD del tipo reductor-elevador. Respectivamente en los capítulos 3 y 4, se probará que dichos sistemas son no-planos. Para ello se hará uso del Teorema 2.2 y del Teorema 2.3. Obsérvese que en el caso de los sistemas SISO de la forma (2.1), para probar que el sistema es no-plano, basta con que una de las hipótesis del Teorema 2.3 no se cumpla para que el sistema no sea linealizabile en forma exacta, y por tanto no se cumpla el Teorema 2.2.

El criterio de la variedad controlada

Debido a que no se conoce una forma sistemática para verificar la planitud de un sistema de la forma (2.1) es por tanto difícil verificar si un sistema es no-plano (excepto en el caso de los sistemas SISO). El siguiente resultado proporciona una condición necesaria simple.

Teorema 2.4. *Supóngase que el sistema de la forma (2.46) es plano. La proyección en el p -espacio de la sub-variedad $p = f(x, u)$, donde x es considerado un parámetro, es una sub-variedad controlada para todo x .* \square

El Teorema 2.4 significa que al eliminar u de $\dot{x} = f(x, u)$ se produce un conjunto de ecuaciones $F(x, \dot{x}) = 0$ con la siguiente propiedad: $\forall (x, p)$ tal que $F(x, p) = 0$, existe $a \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$ tal que:

$$\forall \lambda \in \mathbb{R}, \quad F(x, p + \lambda a) = 0 \quad (2.54)$$

$F(x, p) = 0$ es así una variedad controlada que contiene líneas rectas de dirección a .

Ejemplo 2.4. El sistema dado por:

$$\dot{x}_1 = u_1, \quad \dot{x}_2 = u_2, \quad \dot{x}_3 = u_1^2 + u_2^3$$

no es plano ya que la sub-variedad $p_3 = p_1^2 + p_2^3$ es no controlada: no existe $a \in \mathbb{R}^3$, $a \neq 0$ tal que:

$$\forall \lambda \in \mathbb{R}, \quad p_3 + \lambda a_3 = (p_1 + \lambda a_1)^2 + (p_2 + \lambda a_2)^3$$

En efecto el término cúbico en λ implica que $a_2 = 0$, el término cuadrático implica que $a_1 = 0$ de donde $a_3 = 0$. □

En los capítulos 3 y 4 se mostrará que el convertidor CD/CD tipo Čuk y el motor de CD alimentado por un convertidor CD/CD tipo reductor-elevador, son diferencialmente no-planos, respectivamente.

2.3. Pasividad

La *pasividad* (ver [1, 71]) es una propiedad fundamental de muchos sistemas físicos que se define vagamente en términos de la disipación y transformación de energía. Es una propiedad inherentemente de *entrada–salida*, en el sentido de que cuantifica y califica el balance de energía de un sistema, cuando es excitado por entradas externas para generar alguna salida.

Así, la pasividad está relacionada con la propiedad de estabilidad en un sentido *entrada–salida*, es decir, se dice que el sistema es *estable* si al alimentar el sistema con una “entrada de energía acotada”, se produce una “salida de energía acotada”. Esto contrasta con la *estabilidad de Lyapunov* la cual se relaciona con la *estabilidad interna* de un sistema, esto es, que tan lejos permanece de un valor deseado el *estado* de un sistema [71].

Por otro lado, el control basado en pasividad (PBC, por sus siglas en inglés, *Passivity Based Control*) es una metodología que consiste en controlar un sistema con el objetivo de hacer *pasivo* el sistema en lazo cerrado. En lo que sigue de ésta sección se proporcionan breves exposiciones de los conceptos relacionados con la pasividad de los sistemas no lineales, así como de las técnicas de control PBC empleadas en este trabajo de tesis. La mayoría de las ideas aquí expuestas fueron tomadas de [71, 72, 73, 74, 75]. Adicionalmente, en lo referente a otros conceptos y aplicaciones relacionados con el PBC, pueden ser consultados los contenidos de [52, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 60, 84], sólo por citar algunas referencias.

2.3.1. Disipatividad y pasividad

A fin de entender mejor el concepto de pasividad y el control basado en pasividad (PBC), se requiere dejar a un lado la noción de *estado* de un sistema y pensar en éste último como un dispositivo que interactúa con su ambiente *transformando entradas* en salidas [1, 71]. Desde un punto de vista energético se puede definir a un sistema pasivo de la siguiente manera.

Definición 2.5. *Un sistema pasivo es aquél que no puede almacenar más energía de la que le es entregada por alguna “fuente”, siendo la energía disipada la diferencia entre la energía almacenada y la energía suministrada.* □

Debe quedar claro que la pasividad está cercanamente relacionada con la *estabilidad* de un sistema, en el sentido entrada–salida evocado en la introducción de ésta sección. En el PBC, el primer objetivo es lograr la estabilidad desde éste punto de vista. Una propiedad fundamental de los sistemas pasivos es que, considerando la interconexión retroalimentada de sistemas pasivos, la pasividad es invariante bajo una interconexión con retroalimentación negativa. En otras palabras, *la interconexión retroalimentada de dos sistemas pasivos produce un sistema pasivo*.

La disipatividad es una propiedad fundamental de los sistemas físicos cercanamente relacionada con el fenómeno más bien intuitivo de la pérdida o disipación de energía. Fue introducida por Willems (ver [1] y las referencias incluidas) como una generalización de la propiedad de pasividad. Algunos ejemplos típicos de sistemas disipativos son, por un lado los circuitos eléctricos (entre los que se incluyen los convertidores CD/CD conmutados) y por el otro la fricción en los sistemas electromecánicos (entre los que se cuentan a los motores de CD). Para describir matemáticamente a la propiedad de disipatividad deben introducirse dos funciones: la razón de suministro, que es la razón con la cual fluye energía en un sistema; y la función de almacenamiento, que mide la cantidad de energía almacenada dentro del sistema. Estas funciones están relacionadas mediante la desigualdad de disipación, que establece que a lo largo de las trayectorias temporales de un sistema disipativo, la razón de suministro no es menor que su incremento en almacenamiento.

En su formulación más general, la noción de disipatividad no requiere de la definición de entradas y salidas de un sistemas dinámico. No obstante, para los propósitos de éste documento, es útil distinguirlas, llamándolas $u \in \mathbb{R}^n$ y $y \in \mathbb{R}^m$, respectivamente. Además se restringe la atención a la clase particular de sistemas disipativos dados en la definición 2.5, para los que la función de razón de suministro es simplemente $u^T y$. Las definiciones, lemas, proposiciones y teoremas que siguen a continuación, fueron tomados de [1, 71].

Aunque, como ya se mencionó previamente, los conceptos de pasividad y estabilidad de entrada–salida se desarrollan independientemente de la definición del estado de un sistema, por razones de simplicidad se restringe la atención a sistemas de la forma:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x, u), & x(0) &= x_0 \in \mathbb{R}^n \\ y &= h(x, u)\end{aligned}\tag{2.55}$$

donde $x \in \mathbb{R}^n$ es el estado, $u \in \mathbb{R}^m$ es la entrada y $y \in \mathbb{R}^m$ es la salida.

2.3.2. Algunos Resultados útiles

Definición 2.6. *El sistema dado en (2.55) es disipativo con respecto al suministro $w(u, y) : \mathbb{R}^m \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}$ si y sólo si existe una función de almacenamiento $\mathcal{H} : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}_+$, tal que:*

$$\mathcal{H}(x(T)) \leq \mathcal{H}(x(0)) + \int_0^T w(u(t), y(t)) dt\tag{2.56}$$

para toda u , para toda $T \geq 0$ y para todo $x_0 \in \mathbb{R}^n$. La desigualdad (2.56) es equivalente a:

$$\dot{\mathcal{H}} \leq w(u(t), y(t))\tag{2.57}$$

el sistema es sin pérdidas si las desigualdades (2.56) y (2.57) son, de hecho, igualdades. \square

Definición 2.7. El sistema dado en (2.55) es pasivo si es disipativo con función de suministro $w(u, y) = u^T y$. Es de entrada estrictamente pasiva (ISP) si es disipativo con función de suministro $w(u, y) = u^T y - \delta_i \|u\|^2$, donde $\delta_i > 0$. Finalmente, (2.55) es de salida estrictamente pasiva (OSP) si es disipativo con función de suministro $w(u, y) = u^T y - \delta_o \|y\|^2$, donde $\delta_o > 0$. \square

Definición 2.8. Un sistema (f, g, h) como el dado en (2.55), tiene la propiedad de Kalman-Yakubovich-Popov (KYP) si existe una función no negativa continuamente diferenciable $\mathcal{H} : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}_+$, con $\mathcal{H}(0) = 0$, tal que:

$$\begin{aligned} L_f \mathcal{H}(x) &\leq 0 \\ L_g \mathcal{H}(x) &= h(x) \end{aligned}$$

\square

Proposición 2.1. Un sistema que posee la propiedad KYP es pasivo con función de almacenamiento \mathcal{H} . Conversamente un sistema pasivo que tiene una función de almacenamiento continuamente diferenciable posee la propiedad de KYP. \square

Definición 2.9. Se dice que el sistema dado en (2.55) es estable \mathcal{L}_2 si existe una constante positiva γ tal que para toda condición inicial x_0 , existe una constante finita $\beta(x_0)$ tal que:

$$\|y\|_{2T} \leq \gamma \|u\|_{2T} + \beta(x_0) \quad (2.58)$$

\square

Corolario 2.1. El sistema representado en variables de estado en la forma (2.55) es estable \mathcal{L}_2 si es disipativo con función de suministro $w(u, y) = \frac{1}{2} \gamma^2 \|u\|^2 - \|y\|^2$, para algún $\gamma > 0$ [36]. \square

Proposición 2.2. Si el sistema (2.55) es OSP entonces es estable \mathcal{L}_2 [36].

Sistemas retroalimentados

En este apartado se presentan algunos resultados conocidos, acerca del sistema mostrado en la Figura 2.4. Cada sistema Σ_i , $i = 1, 2$ es un sistema de la forma (2.55). Se supone que la interconexión está bien condicionada, esto es, el operador $u \mapsto y$, con $u \triangleq (u_1, u_2)$ y $y \triangleq (y_1, y_2)$, es causal y mapea señales \mathcal{L}_{2e} en señales \mathcal{L}_{2e} .

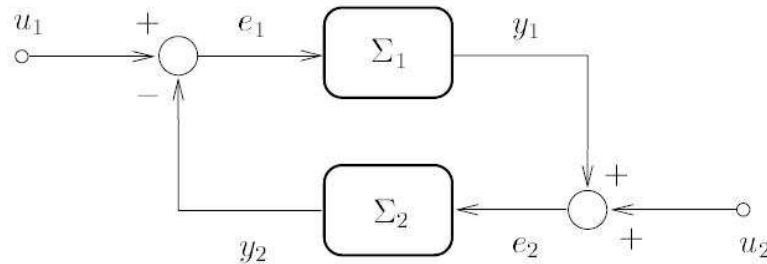


Figura 2.4: Interconexión retroalimentada de sistemas pasivos. Tomado de la referencia [1].

Proposición 2.3. *Considérese el sistema entrada–salida mostrado en la Figura 2.4. Si Σ_1 y Σ_2 son ambos pasivos entonces $\Sigma : u \mapsto y$ es también pasivo. Si además son OSP entonces $\Sigma : u \mapsto y$ es también OSP. \square*

Teorema 2.5. *Considérese el sistema entrada–salida mostrado en la Figura 2.4. Supóngase que existen constantes $\delta_{i1}, \delta_{o1}, \delta_{i2}, \delta_{o2}, \beta_1, \beta_2$ tal que:*

$$\langle e_1 | y_1 \rangle_T \geq \delta_{i1} \|e_1\|_{2T}^2 + \delta_{o1} \|y_1\|_{2T}^2 + \beta_1$$

y:

$$\langle e_2 | y_2 \rangle_T \geq \delta_{i2} \|e_2\|_{2T}^2 + \delta_{o2} \|y_2\|_{2T}^2 + \beta_2$$

para todo $e_1, e_2 \in \mathcal{L}_{2e}$ y para todo $T \geq 0$. Entonces, $\Sigma : u \mapsto y$ es estable \mathcal{L}_2 siempre que:

$$\delta_{i1} + \delta_{o2} > 0, \quad \delta_{o1} + \delta_{i2} > 0$$

\square

Estabilidad interna y pasividad

Es claro que los sistemas estables en el sentido entrada–salida son también estables internamente, es decir estables en el sentido de Lyapunov, si se satisfacen algunas propiedades de observabilidad.

Definición 2.10. *Un sistema del espacio de estados $\dot{x} = f(x)$, $x \in \mathbb{R}^n$ es observable de estado–cero a partir de la salida $y = h(x)$, si para toda condición inicial $x(0) \in \mathbb{R}^n$ se tiene $(y(t) \equiv 0 \implies x(t) \equiv 0)$. Es detectable de estado–cero si $(y(t) \equiv 0 \implies \lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = 0)$. \square*

Restringiendo la atención a sistemas afines en la entrada de control u , es decir sistemas cuya representación en variables de estado se escribe como en (2.55):

Definición 2.11. *Supóngase que el sistema (2.55) es OSP con función de almacenamiento semi–definida positiva $\mathcal{H} \geq 0$.*

1. *Si (2.55) es observable de estado–cero entonces $\mathcal{H} > 0$ para todo $x \neq 0$.*
2. *Si $\mathcal{H} > 0$ para todo $x \neq 0$, $\mathcal{H}(0) = 0$ y (2.55) es detectable de estado–cero, entonces $x = 0$ es un equilibrio asintóticamente estable localmente de $\dot{x} = f(x)$. Además si \mathcal{H} es radialmente no acotada, la estabilidad es global.*

\square

Proposición 2.4. *Para el sistema retroalimentado de la Figura 2.4:*

1. *Supóngase que los sistemas Σ_1 y Σ_2 son pasivos con funciones de almacenamiento que tienen un mínimo estricto local en $x_1 = \bar{x}_1$ y $x_2 = \bar{x}_2$, respectivamente. Entonces (\bar{x}_1, \bar{x}_2) es un equilibrio estable del sistema retroalimentado, sin entradas externas, es decir, $u_1 = u_2 = 0$.*
2. *Supóngase que los sistemas Σ_1 y Σ_2 son de salida estrictamente pasiva y detectables de estado–cero, y las correspondientes funciones de almacenamiento son apropiadas, teniendo un mínimo único y global en $x_1 = 0$ y $x_2 = 0$, respectivamente. Entonces $(0, 0)$ es un equilibrio asintóticamente estable en forma global del sistema retroalimentado sin entradas externas.*

\square

En los capítulos 3 y 4 se mostrará que el convertidor CD/CD tipo Čuk y el motor de CD alimentado por un convertidor CD/CD tipo reductor-elevador, son pasivo-disipativos, respectivamente.

2.3.3. Control basado en pasividad

García–Canseco y Ortega [74, 85] refieren que en años recientes, la comunidad científica está siendo testigo, en la literatura de control, tanto teórica como aplicada, de un predominio cada vez mayor de técnicas de control que explotan de manera efectiva la estructura de los sistemas, sobre técnicas más clásicas que intentan imponer algún comportamiento dinámico predeterminado –casi siempre mediante la cancelación de no linealidades y alta ganancia. El enorme interés que dicha línea de investigación ha planteado, lleva a creer que se está ante el crepúsculo de la “era de la alta ganancia” en el control no lineal, para entrar en un periodo en el que “se respeta y aprende a vivir” con las no linealidades. La propiedad de pasividad descrita en las definiciones, proposiciones, corolarios y teoremas del apartado anterior, juega un papel central en muchos de estos desarrollos.

El control basado en pasividad (PBC), es un nombre genérico, introducido en [37], para definir una metodología de diseño de controladores que lleva a cabo la estabilización volviendo pasivo al sistema con respecto a una función de almacenamiento deseada e inyección de amortiguamiento [74, 85]. A pesar de que existen diversas variantes de ésta idea básica, los controladores PBC se pueden clasificar dentro de dos grandes grupos: PBC “clásico”, donde se selecciona *a priori* la función de almacenamiento a asignar y entonces se diseña el controlador que hace decreciente a la función de almacenamiento; y el PBC donde no se fija la función de almacenamiento de lazo cerrado, sino que se selecciona la estructura deseada para el sistema de lazo cerrado (por ejemplo, el lagrangiano o el hamiltoniano de puerto–controlado) y entonces se caracterizan todas las funciones de energía asignables y compatibles con esta estructura.

Ortega *et al.* muestran en [1], que asignar *a priori* la función de almacenamiento –la cual no necesariamente se interpreta como la energía total– conduce a una inversión del sistema a lo largo de las trayectorias de referencia, lo que a su vez destruye la estructura lagrangiana e impone un requerimiento de invertibilidad estable no natural al sistema. Por lo anterior, en este apartado nos enfocaremos a dos PBC del segundo grupo, a saber, la *técnica de moldeo de energía e inyección de amortiguamiento* (ESDI, por sus siglas en inglés, *Energy Shaping plus Damping Injection*) y la *metodología de retroalimentación de la salida pasiva de la dinámica del error de seguimiento exacto* (ETEDPOF, por sus siglas en inglés, *Exact Tracking Error Dynamics Passive Output Feedback*).

Metodología ESDI

Un problema de control fundamental es aquel de la estabilización de las trayectorias de un sistema alrededor de un equilibrio deseado [86]. Para éste propósito, la metodología ESDI fue desarrollada con base en la modificación de la energía almacenada en el sistema, tomando en cuenta el equilibrio deseado, y añadiendo, mediante retroalimentación del estado o de la salida, la disipación requerida con el fin de mejorar la estructura de disipación de la estabilización del error del sistema. Pueden encontrarse las generalidades y detalles de ésta técnica en los trabajos de Ortega [38] y Sira-Ramírez [86] donde la metodología ESDI es extendida adecuadamente al caso general. En lo que sigue se supondrá que se satisface la así llamada condición de

transversalidad [86] de sistemas afines en la entrada de control (dados por la ecuación (2.55)):

$$\frac{\partial V}{\partial x}g(x) = L_gV(x) \neq 0, \quad \forall x \in \mathcal{X} \quad (2.59)$$

Lo que se expone a continuación fue tomado del trabajo de Sira y Silva [68]. Los sistemas considerados son de la forma general [87, 68]:

$$\begin{aligned} \mathcal{A}\dot{x} &= \mathcal{J}(u_{av})x - \mathcal{R}x + \mathcal{B}u_{av} + \mathcal{E}(t), \\ y &= \mathcal{B}^T x \end{aligned} \quad (2.60)$$

donde x es un vector n -dimensional (el cual se supone que está disponible para su medición y o estimación) \mathcal{A} es una matriz constante simétrica definida positiva, \mathcal{J} es una matriz antisimétrica de la forma:

$$\mathcal{J} = \mathcal{J}_0 + \sum_{i=1}^m \mathcal{J}_i u_{iav} \quad (2.61)$$

El término $\mathcal{J}(u_{av})$ representa las fuerzas conservativas del sistema. La matriz \mathcal{R} es simétrica semidefinida positiva y que representa los términos de disipación. \mathcal{B} es, generalmente hablando, un vector constante que puede contener algunos componentes que son dependientes de fuentes externas constantes. El término \mathcal{E} también representa fuentes de voltaje constantes externas. El objetivo de control es seguir una trayectoria del estado de referencia, $x^*(t)$, que se determina con base al conocimiento de la estructura del sistema y a una tarea de estabilización de la trayectoria especificada. La metodología inicia con una función candidata de Lyapunov del error de seguimiento $e = x(t) - x^*(t)$ de la forma:

$$V(e) = \frac{1}{2}e^T \mathcal{A}e = \frac{1}{2}(x - x^*)^T \mathcal{A}(x - x^*)$$

La derivada temporal de dicha función a lo largo de las trayectorias del sistema está dada por:

$$\begin{aligned} \dot{V}(e) &= (x - x^*)^T \mathcal{A}(\dot{x} - \dot{x}^*) \\ &= (x - x^*)^T ([\mathcal{J}(u_{av}) - \mathcal{R}]x + \mathcal{B}u_{av} + \mathcal{E} - \mathcal{A}\dot{x}^*) \end{aligned}$$

Haciendo:

$$\mathcal{A}\dot{x}^* = \mathcal{J}(u_{av})x^* - \mathcal{R}x^* + \mathcal{B}u_{av} + \mathcal{E} + \mathcal{R}_I(x - x^*)$$

donde \mathcal{R}_I es una matriz simétrica y definida positiva, o semidefinida positiva, tal que se cumple la condición $\mathcal{R} + \mathcal{R}_I > 0$. Con base a la selección anterior para la dinámica de referencia y en vista de que $e^T \mathcal{J}(u_{av})e = 0 \forall u_{av}$, entonces la derivada temporal de la función de Lyapunov, $V(e)$, queda como:

$$\dot{V}(e) = -e^T (\mathcal{R} + \mathcal{R}_I)e < 0$$

Entonces el error de seguimiento, e , tiene un punto de equilibrio asintóticamente estable. Obsérvese que la matriz simétrica \mathcal{R}_I complementa las características de estabilidad de la matriz original, \mathcal{R} del sistema. La condición $\mathcal{R} + \mathcal{R}_I > 0$ debe ser considerada como un tipo de *condición de cumplimiento de disipación*. La metodología ESDI es empleada en el capítulo 4 para controlar la velocidad de salida de la combinación convertidor reductor-elevador / motor de CD.

Metodología ETEDPOF

La metodología ETEDPOF fue introducida por el doctor Hebert Sira Ramírez (ver [87, 68]) para estabilizar el origen del “espacio de error” de sistemas dinámicos mediante controladores retroalimentados lineales variantes en el tiempo. Los sistemas considerados son de la forma general [87]:

$$\begin{aligned}\mathcal{A}\dot{x} &= \mathcal{J}(u_{av})x - \mathcal{R}x + \mathcal{B}u_{av} + \mathcal{E}(t), \\ y &= \mathcal{B}^T x\end{aligned}$$

donde x es un vector n -dimensional, \mathcal{A} es una matriz constante simétrica definida positiva, \mathcal{J} es una matriz antisimétrica de la forma:

$$\mathcal{J} = \mathcal{J}_0 + \sum_{i=1}^m \mathcal{J}_i u_{iav}$$

para toda u_i , donde \mathcal{J}_0 es constante y antisimétrica y \mathcal{J}_i es también constante y antisimétrica para toda i . \mathcal{R} es una matriz constante, simétrica y semi-definida positiva. \mathcal{B} es una matriz constante de $n \times m$ y, de aquí y es un vector de salida m -dimensional. En términos de sus n dimensionales vectores columna, la matriz \mathcal{B} está dada por $\mathcal{B} = [b_1, b_2, \dots, b_m]$. El vector u_{av} es el vector de entradas de control m -dimensional, con cada componente u_{iav} , tomando valores en el conjunto cerrado $[0, 1]$, o en el conjunto cerrado $[-1, 1]$. En cualquier caso, u_{iav} representa una entrada de control promedio acotada. $\mathcal{E}(t)$ es una función vectorial suave del tiempo t o, en ocasiones, un vector con entradas constantes, que representa a *fuentes de entrada externas*. Debe hacerse notar que la matriz \mathcal{R} representa el campo *disipativo* del sistema mientras que $\mathcal{J}(u_{av})$ representa el campo *conservativo* del sistema, posiblemente dependiente de la entrada de control. Para propósitos de lo que a continuación se expone, sea $\mathcal{B}^*(t) = [\mathcal{J}_1 x^* + b_1, \dots, \mathcal{J}_m x^* + b_m]$.

Suposición 2.1. *Se supone que $u_{iav} \in [0, 1]$. Los resultados son igualmente válidos cuando $u_{iav} \in [-1, 1]$.*

Suposición 2.2. *El sistema (2.60)-(2.61) es plano (ver la sección 2.2.2). Dicha propiedad garantiza la validez de la siguiente sentencia: dada una trayectoria de referencia del estado (factible, suave y acotada) $x^*(t) \in \mathbb{R}^n$, existe una entrada de control de lazo abierto (suave y acotada) $u^*(t) \in [0, 1]$, tal que todas las trayectorias que inician en el tiempo t_0 , en el estado $x(t_0) = x^*(t_0)$, el vector del error de seguimiento $e(t) = x(t) - x^*(t)$ es idénticamente cero para todo $t \in [t_0, +\infty]$. En otras palabras, la relación sin perturbar:*

$$\begin{aligned}\mathcal{A}\dot{x}^*(t) &= \mathcal{J}(u_{av}^*(t))x^*(t) - \mathcal{R}x^*(t) + \mathcal{B}u_{av}^*(t) + \mathcal{E}(t), \\ y &= \mathcal{B}^T x^*(t)\end{aligned}$$

es válida para todo tiempo con una $x^(t_0)$ dada, la cual vuelve acotados los componentes del vector de entradas de control en lazo abierto $u^*(t)$ en el intervalo $[0, 1]$, para todo $t \geq t_0$.*

Suposición 2.3. *Se satisface la siguiente condición de disipatividad. Para cualquier matriz simétrica y definida positiva Γ , se tiene que $\mathcal{R} + \mathcal{B}^*(t)\Gamma[\mathcal{B}^*(t)]^T > 0$.*

Suposición 2.4. *Por razones de simplicidad, todos los estados del sistema están disponibles para su medición. Lo anterior implica que cualquier función vectorial de salida se conoce en términos de los estados medidos. Cabe la posibilidad de emplear observadores de estados.*

Teorema 2.6. *Sea $z = [\mathcal{B}^*(t)]^T x$ y $e_z = [\mathcal{B}^*(t)]^T e$. Entonces, considerando el sistema descrito en las suposiciones 2.1-2.4, el vector de error de seguimiento $e(t) = x(t) - x^*(t)$ es asintóticamente exponencialmente*

semi-globalmente estabilizado a cero cuando se emplea el siguiente controlador retroalimentado lineal variante en el tiempo de seguimiento del error:

$$u = u_{av}^* - \Gamma[\mathcal{B}^*(t)]^T e = u_{av}^* - \Gamma e_z \quad (2.62)$$

La condición de disipatividad dada en la suposición 2.3, puede ser debilitada a una condición de semi-definición positiva. Lo anterior todavía produce un resultado de estabilidad asintótico, provisto que se satisface el principio de invarianza de Lasalle. Dicho de otro modo, siempre que el conjunto:

$$\{e \in \mathbb{R}^n : e^T[\mathcal{R} + \mathcal{B}^*(t)\Gamma[\mathcal{B}^*(t)]^T]e = 0\}$$

contenga únicamente al elemento $e = 0$. □

En el capítulo 3 se emplea esta metodología para abordar el control basado en pasividad del voltaje de salida del convertidor CD/CD tipo Ćuk.

2.4. Sistemas de fase no mínima

Es conocido, de la teoría de control para sistemas lineales e invariantes en el tiempo, que un *cero* de la función de transferencia es una raíz del polinomio en el numerador de la función de transferencia [88]. También se sabe que cuando la función de transferencia es asintóticamente estable (todas las raíces del polinomio en el denominador están en el semiplano izquierdo del plano complejo) cada cero tiene un efecto específico en la respuesta asintótica de la función de transferencia para ciertas entradas.

Así, los ceros son un aspecto fundamental de los sistemas y la teoría de control; sin embargo, las causas y efectos de los ceros son más sutiles que las de los polos. En particular, puede que los ceros positivos provoquen un subimpulso inicial, cruces por cero, y sobreimpulso de la respuesta al escalón de un sistema. Un sistema lineal e invariante en el tiempo se dice de *fase mínima* si todos los ceros de la función de transferencia, en lazo abierto, están en el semiplano izquierdo del plano complejo. En caso contrario el sistema se dice de *fase no mínima*. Los ceros de fase no mínima empeoran el equilibrio entre la robustez y el rendimiento alcanzables de un sistema de control retroalimentado [88].

Por otro lado, el concepto de dinámica de los ceros de un sistema no lineal fue introducido alrededor de 30 años atrás como un análogo no lineal del concepto de ceros de un sistema lineal e invariante en el tiempo [89]. La base para esta analogía fue la posibilidad de representar el sistema en una forma normal especial. En el caso (elemental) de un sistema no lineal afín de la forma (2.1):

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) + g(x)u \\ y &= h(x) \end{aligned}$$

que posee un grado relativo $r = 1$, esto es, tal que $L_g h(x) \neq 0$ para todo $x \in \mathbb{R}^n$, la forma en cuestión, obtenida bajo un difeomorfismo que está globalmente definido si el campo vectorial $\tilde{g}(x) = g(x)[L_g h(x)]^{-1}$

es completo, está dada por [89]:

$$\begin{aligned}\dot{z} &= f(z, \xi) \\ \dot{\xi} &= q(z, \xi) + b(z, \xi)u \\ y &= \xi\end{aligned}\tag{2.63}$$

Un estado produce salida cero ante cualquier entrada si y sólo si la coordenada ξ es cero. Si este fuera el caso, $z(t)$ obedece [89]:

$$\dot{z} = f(z, 0)\tag{2.64}$$

Esto conduce al concepto de *dinámica cero* (o *dinámica de los ceros*): un sistema dinámico que caracteriza el comportamiento interno del sistema una vez que las condiciones iniciales y las entradas son seleccionadas de forma tal que se restringe la salida a ser idénticamente cero. Dicho concepto es importante debido a que permite distinguir aquellos problemas de control que pueden ser catalogados como *difíciles*.

2.4.1. Grado relativo

Supóngase un sistema no lineal SISO, como el dado en (2.1). Si se satisface que:

- La derivada de Lie $L_f^k h(x)$ a lo largo de $g(x)$ es igual a cero en una vecindad Ω de $x = x_0$, es decir:

$$L_g L_f^k h(x) = 0, \quad k < r - 1, \quad \forall x \in \Omega$$

- La derivada de Lie de la función $L_f^{r-1} h(x)$ a lo largo de $g(x)$ es diferente de cero en Ω , es decir:

$$L_g L_f^{r-1} h(x) \neq 0$$

entonces se dice que el sistema tiene grado relativo r .

2.4.2. Forma normal linealizada

Para el caso de un sistema no lineal como el dado en (2.1), el grado relativo r puede no ser igual al grado del sistema n sino que $r < n$. Se puede utilizar la siguiente proposición tomada de [70], para obtener una forma normal linealizada.

Proposición 2.5. *Considérese el sistema dado en (2.1) y que el grado relativo $r < n$. Si se elige una transformación de coordenadas $z = \Phi(x)$ como sigue:*

$$\begin{aligned}z_1 &= \phi_1(x) = h(x) \\ z_2 &= \phi_2(x) = L_f h(x) \\ &\vdots = \vdots \\ z_r &= \phi_r(x) = L_f^{r-1} h(x) \\ z_{r+1} &= \phi_{r+1}(x) \\ &\vdots = \vdots \\ z_n &= \phi_n(x)\end{aligned}$$

en la cual $\phi_{r+1}, \dots, \phi_n$ satisfacen:

$$L_g \phi_i(x) = 0, \quad r+1 \leq i \leq n$$

y la matriz Jacobiana en $x = x_0$:

$$J_\Phi = \frac{\partial \Phi(x)}{\partial x} \Big|_{x=x_0}$$

es no singular, estableciendo:

$$\begin{aligned} a(z) &= L_f^r h(\Phi^{-1}(z)) \\ b(z) &= L_g L_f^{r-1} h(\Phi^{-1}(z)) \end{aligned}$$

y:

$$\begin{aligned} q_{r+1}(z) &= L_f \phi_{r+1}(\Phi^{r-1}(z)) \\ &\vdots \\ q_n(z) &= L_f \phi_n(\Phi^{r-1}(z)) \end{aligned}$$

entonces el sistema original no lineal puede ser transformado en la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= z_2 \\ \dot{z}_2 &= z_3 \\ &\vdots \\ \dot{z}_r &= a(z) + b(z)u \\ \dot{z}_{r+1} &= q_{r+1}(z) \\ &\vdots \\ \dot{z}_n &= q_n(z) \end{aligned} \tag{2.65}$$

El modelo del sistema expresado en (2.65) es denominado una forma normal. □

2.4.3. Dinámica de los ceros

Considérese un sistema no lineal afin de la forma (2.1) [70]:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) + g(x)u \\ y &= h(x) \end{aligned}$$

Si el grado relativo del sistema cumple con que $r < n$, entonces se sabe que el sistema puede ser escrito en la forma (2.65). Por conveniencia, ζ denotará a las primeras r variables de estado en (2.65), y η las restantes $n - r$ variables de estado, como sigue:

$$\zeta = [z_1 \ z_2 \ \dots \ z_r]^T \tag{2.66}$$

$$\eta = [z_{r+1} \ z_{r+2} \ \dots \ z_n]^T \tag{2.67}$$

Entonces (2.65) puede escribirse como sigue:

$$\begin{aligned}
 \dot{z}_1 &= z_2 \\
 &\vdots \\
 \dot{z}_{r-1} &= z_r \\
 \dot{z}_r &= a(\zeta, \eta) + b(\zeta, \eta)u \\
 \dot{\eta} &= q(\zeta, \eta)
 \end{aligned} \tag{2.68}$$

donde:

$$\begin{aligned}
 a(\zeta, \eta) &= L_f^r h(\Phi^{-1}(\zeta, \eta)) \\
 b(\zeta, \eta) &= L_g L_f^{r-1} h(\Phi^{-1}(\zeta, \eta))
 \end{aligned} \tag{2.69}$$

y:

$$q(\zeta, \eta) = \begin{bmatrix} q_{r+1}(\zeta, \eta) \\ \vdots \\ q_{r+1}(\zeta, \eta) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_f \phi_{r+1}(\Phi^{-1}(\zeta, \eta)) \\ \vdots \\ L_f \phi_n(\Phi^{-1}(\zeta, \eta)) \end{bmatrix} \tag{2.70}$$

Siempre se puede elegir la ecuación de salida $h(x(t))$ igual a cero en el punto de equilibrio x_0 , es decir $h(x_0) = 0$ [70]. Si se utiliza algún controlador para mantener la salida del sistema igual a cero en cualquier instante de tiempo, es decir, $y(t) = h(x(t)) = 0 \ 0 \leq t \leq \infty$ entonces de la dinámica externa del sistema de control se puede considerar que el sistema es estable y que la salida del sistema no cambia bajo la influencia de alguna perturbación. La condición de que la salida del sistema se mantenga a cero en cualquier instante de tiempo significa que la "dinámica externa" del sistema es asintóticamente estable. Es fácil saber que en tal condición el sistema de control completo será estable si la "dinámica interna" del sistema es también estable. Ya que $y(t) = z_1(t)$ ha sido establecida a cero en cualquier instante de tiempo, bajo ésta condición, de (2.68) se obtiene:

$$\begin{aligned}
 z_2(t) &= \dot{z}_1(t) = 0 \\
 z_3(t) &= \dot{z}_2(t) = 0
 \end{aligned}$$

Similarmente las primeras r componentes de las coordenadas z están dadas por:

$$\zeta(t) = [z_1(t) \ z_2(t) \ \cdots \ z_r(t)]^T = 0 \tag{2.71}$$

y existe:

$$\dot{z}_r(t) = 0 \tag{2.72}$$

Más aún, las primeras r ecuaciones de (2.68) se desvanecerán. De esta manera:

$$\dot{\eta} = q(0, \eta) \tag{2.73}$$

La ecuación diferencial (2.73) describe la dinámica interna del sistema. Tal ecuación es llamada la dinámica de los ceros o simplemente "dinámica cero". En el contexto de los sistemas que se describen en ésta sección, son necesarias las siguientes definiciones.

Definición 2.12. Se define la dinámica cero como la dinámica interna cuando la salida y todas sus derivadas son nulas. \square

Definición 2.13. Se define a un sistema de fase mínima como aquel cuya dinámica cero es asintóticamente estable. Análogamente, se define a un sistema de fase no mínima como aquel cuya dinámica cero es inestable. \square

Es importante considerar un aspecto relacionado con la forma normal linealizada (2.65) señalada en la Proposición 2.5. Como $r < n$, se sabe que de la $(r + 1)$ -ésima a la n -ésima coordenadas $\phi_{r+1}, \dots, \phi_n$ se eligen de acuerdo con las siguientes condiciones:

$$L_g \phi_i(x) = 0, \quad r + 1 \leq i \leq n \quad (2.74)$$

lo que implica que las ecuaciones diferenciales parciales dadas en (2.74) deberán ser resueltas para poder obtener la forma normal dada en (2.65), y eso no es fácil en general. En éste trabajo, ya que se abordan sistemas controlados por un interruptor de cuarto orden, la solución de tales ecuaciones diferenciales parciales así como los cálculos involucrados en el cálculo de la forma normal (2.65), presentan una complejidad elevada. Por esa razón se prefiere emplear un método no ortodoxo, como el mostrado en el siguiente ejemplo, tomado de [68].

Ejemplo 2.5. Considérese el convertidor tipo elevador mostrado en la figura 2.1. El modelo dinámico promedio normalizado para dicho sistema está dado por la ecuación (2.9):

$$\frac{d}{d\tau} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -x_2 + 1 \\ x_1 - \frac{1}{Q}x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_2 \\ -x_1 \end{bmatrix} u_{av}$$

Supóngase que se desea regular el valor promedio del voltaje del capacitor de salida x_2 , hacia un valor de equilibrio $\bar{y} = \bar{x}_2 = V_d$. Los correspondientes valores de equilibrio para x_1 y u_{av} están dados por $\bar{x}_1 = V_d^2/Q$ y $\bar{u}_{av} = 1 - (1/V_d)$, respectivamente. La linealización entrada-salida por retroalimentación se lleva a cabo forzando a la ecuación para x_2 a representar una dinámica lineal con $\bar{y} = V_d$ como punto de equilibrio asintótica y exponencialmente estable. Entonces se establece la entrada de control promedio como:

$$u_{av} = \frac{\frac{y}{Q} - \lambda(y - \bar{y})}{x_1}$$

con la restricción, $0 \leq u_{av} \leq 1$, y $\lambda \in \mathbb{R}_+$. El valor de la función de retroalimentación promedio u_{av} , correspondiente al estado estacionario de la variable promedio de salida y está dado por $u_{av}(\bar{y}) = \bar{y}/(Qx_1)$. Así, la dinámica de los ceros correspondiente para la función de salida controlada y es obtenida como:

$$\dot{x}_1 = - \left(\frac{\bar{y}^2}{Q} \right) \frac{1}{x_1} + 1 = - \left(\frac{V_d^2}{Q} \right) \frac{1}{x_1} + 1$$

Así, la dinámica promedio de los ceros de la variable del voltaje del capacitor de salida es por tanto, inestable. Para mostrar esto, simplemente se recurre a la linealización aproximada y se encuentra que alrededor del punto de equilibrio $\bar{x}_1 = V_d^2/Q$, la linealización tangente de la dinámica para x_1 satisface que:

$$\dot{x}_{1\delta} = \left(\frac{Q}{V_d^2} \right) x_{1\delta}$$

la cual es claramente inestable debido a la positividad estricta del parámetro Q . Por tanto, cuando se considera a x_2 como la salida, el convertidor elevador (boost) es de fase no-mínima. \square

En los capítulos 3 y 4 se mostrará que el convertidor CD/CD tipo Ćuk y el motor de CD alimentado por un convertidor CD/CD tipo reductor-elevador, son sistemas de fase no mínima, respectivamente.

2.5. Observadores GPI

En esta sección se presentan algunas generalidades relacionadas con los así llamados observadores GPI (por sus siglas en inglés, *Generalized Proportional Integral Observer*. Tal tipo de estimador, será empleado en el capítulo 4 en combinación con un controlador basado en pasividad con la finalidad de regular la velocidad angular del eje de un motor de CD alimentado por un convertidor reductor-elevador. Considérese el siguiente sistema escalar de segundo orden [90]:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= ku + \xi \\ y &= x_1\end{aligned}\tag{2.75}$$

donde en (2.75), ξ es una perturbación completamente desconocida pero acotada, que puede ser de naturaleza no lineal y dependiente de los estados del sistema y de otras perturbaciones externas; y k es la ganancia del sistema. El diseño clásico de un observador GPI de orden completo, se establece como:

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}}_1 &= \hat{x}_2 + \lambda_{n+1}(y - \hat{x}_1) \\ \dot{\hat{x}}_2 &= z_1 + ku + \lambda_n(y - \hat{x}_1) \\ \dot{z}_1 &= z_2 + \lambda_{n-1}(y - \hat{x}_1) \\ \dot{z}_2 &= z_3 + \lambda_{n-2}(y - \hat{x}_1) \\ &\vdots \\ \dot{z}_{n-1} &= z_n + \lambda_1(y - \hat{x}_1) \\ \dot{z}_n &= \lambda_0(y - \hat{x}_1)\end{aligned}\tag{2.76}$$

Definiendo el error de estimación como $\tilde{e} = y - \hat{x}_1$, la dinámica del error de estimación está dada por:

$$\tilde{e}^{(n+2)} + \lambda_{n+1}\tilde{e}^{(n+1)} + \dots + \lambda_1\tilde{e}^{(1)} + \lambda_0\tilde{e} = \xi^{(n)}\tag{2.77}$$

donde se ha empleado la notación $f^{(n)}$ como la n -ésima derivada temporal de la función f . Si $\xi^{(n)}$ es absolutamente y uniformemente acotada por una constante $\epsilon > 0$, es posible elegir los coeficientes λ_i en una forma tal que el error de observación converja asintóticamente a un disco de radio arbitrariamente pequeño, pre-especificado en el $n + 2$ espacio de fase del sistema. Obsérvese que la parte predominantemente lineal del sistema perturbado (2.77), obedece el siguiente polinomio característico para \tilde{e} :

$$\lambda(s) = s^{n+2} + \lambda_{n+1}s^{n+1} + \dots + \lambda_1s + \lambda_0\tag{2.78}$$

y las ganancias λ_i del observador pueden ser sintonizadas utilizando un polinomio deseado $\lambda_d(s)$ como sigue:

$$f(x) = \begin{cases} (s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)^{(n+2)/2} & \text{si } n \text{ es par} \\ (s + \omega_n)(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)^{(n+1)/2} & \text{si } n \text{ es impar} \end{cases} \quad (2.79)$$

Control por retroalimentación de la salida pasiva de la dinámica exacta del error de seguimiento (ETEDPOF) de un convertidor tipo Ćuk

3.1. Introducción

En los circuitos electrónicos de potencia, los dispositivos semiconductores son generalmente operados como “interruptores” –ya sea en el estado *on* o en el estado *off*. Lo anterior difiere del caso de los reguladores lineales y de los amplificadores de potencia, donde los dispositivos semiconductores operan en su región lineal. Como resultado, se pierde una considerable cantidad de energía en el circuito antes de que la energía procesada alcance la salida. La necesidad de emplear dispositivos semiconductores de conmutación en los circuitos electrónicos de potencia está fundamentada en su capacidad para controlar y manipular grandes cantidades de potencia de la entrada a la salida con una disipación de potencia relativamente baja en el dispositivo de conmutación, lo que resulta en un sistema electrónico de potencia con mejor eficiencia.

Los convertidores electrónicos de potencia CD/CD de tipo conmutado son utilizados ampliamente en fuentes de alimentación de potencia de CD, en aplicaciones relacionadas con el manejo de la potencia de motores de CD [91, 92], o bien como interfaces entre sistemas de CD de diferentes niveles de voltaje [93]. Con mucha frecuencia la entrada a éste tipo de convertidores es un voltaje de CD no regulado, que se obtiene de rectificar el voltaje de la línea de CA comercial, y así, fluctuará debido a cambios en la magnitud de éste último. Los convertidores CD/CD de modo conmutado se emplean para convertir la entrada de CD no regulada en una salida de CD regulada a un nivel constante o a una trayectoria deseada del voltaje [91, 92, 93].

El objetivo del control retroalimentado es el de convertir la entrada de CD sin regular en una salida de CD regulada a un nivel deseado y mantener la salida de CD en dicho nivel ante cualesquiera variaciones en

la carga [93]. Frecuentemente en los convertidores de tipo conmutado se emplea la *modulación por ancho de pulso* (PWM, por sus siglas en inglés, *Pulse Width Modulation*), donde la posición de un interruptor actúa como la entrada de control. Sira–Ramírez muestra en [94], que bajo la suposición de una frecuencia de conmutación infinita, la posición del interruptor puede ser reemplazada por el así llamado *ciclo útil de trabajo*. Esto conduce a un modelo matemático que describe el *comportamiento promedio* de un convertidor CD/CD. Además dicho modelo dinámico pertenece a una clase de sistemas no lineales de tiempo continuo conocidos como sistemas de *entrada afín* (Ver [93] y las referencias dentro).

Los circuitos más frecuentemente empleados en la conversión de corriente directa son los denominados, reductor (buck), elevador (boost) y reductor–elevador (buck-boost) [91, 92, 95]. Dichos convertidores son considerados en el área de electrónica de potencia como los convertidores CD/CD clásicos. Es posible conectar en cascada más de una de las topologías básicas que presenten características más atractivas que una topología simple no tiene. Uno de tales arreglos en cascada es el así denominado convertidor Ćuk, el cual debe su nombre a su inventor Slobodan Ćuk del California Institute of Technology [92, 96]. Los modelos dinámicos en forma promedio, que representan a cada uno de los circuitos convertidores mencionados anteriormente, exhiben características especiales, las cuales hacen nada tradicional y complicado el análisis y diseño de controladores para regular o seguir una trayectoria determinada en el voltaje de salida de tales convertidores. Algunas de esas características son:

1. Los sistemas a ser regulados pertenecen a una clase de sistemas no–lineales denominados *sistemas bilineales* (con excepción del convertidor CD/CD tipo reductor, el cual es lineal), los cuales están sujetos a variaciones en su estructura a través de la acción de control, generando en realidad “sistemas lineales a tramos”.
2. Los convertidores elevador, reductor–elevador y Ćuk, pertenecen a la clase de sistemas denominados *de fase no mínima*. Este fenómeno se presenta al considerar al voltaje de salida en el capacitor como la variable de salida del sistema. Este hecho conduce a controladores inestables.
3. La presencia de oscilaciones en la fuente de alimentación externa, o variaciones en la carga de salida, están ligadas al proceso y tienen una influencia importante sobre la estrategia de control. Este hecho demanda acciones de control lo suficientemente robustas para contrarrestar la influencia aleatoria de estas señales de perturbación.

En años recientes han sido reportados algunos trabajos relacionados con el convertidor tipo Ćuk; la temática abordada por dichos trabajos está relacionada con cuestiones que van desde el modelado matemático y control hasta aplicaciones específicas tales como corrección del factor de potencia y la construcción de inversores alimentados por celdas solares que extraen eficientemente la máxima potencia de salida de un panel solar bajo diferentes condiciones meteorológicas [93, 97, 98, 99, 100, 101, 61, 102, 103, 104, 105]. Las diferentes técnicas de control que han sido utilizadas para los convertidores tipo Ćuk y sus diferentes aplicaciones van desde controladores discontinuos (control por histéresis y control por modos deslizantes) hasta controladores continuos no lineales de H_∞ [93, 97, 100, 106, 105, 104, 103, 107].

Uno de los de los inconvenientes del convertidor tipo Ćuk es que, como se verá más adelante, su modelo dinámico no cumple con la condición de ser involutivo, de ahí que el modelo no lineal del convertidor no puede ser linealizable en forma exacta [3, 70], o dicho de otra manera no es diferencialmente plano [3]. Esto no permite aplicar un método de control por retroalimentación de estados entrada-salida (control por linealización exacta o control por planitud diferencial para sistemas no lineales) para regular el voltaje de salida del convertidor; no obstante, como también se verá, el modelo mencionado con anterioridad cumple solamente con una de las condiciones para la linealización de todos sus estados de entrada, que es la de ser controlable.

En éste capítulo se aborda una alternativa de control de fácil diseño e implementación para regular el voltaje de salida del convertidor tipo Ćuk. Esta propuesta de control por retroalimentación de la salida pasiva del error, es un controlador lineal que evita el uso de una linealización alrededor de un punto de equilibrio del modelo no lineal, el cual se basa en el almacenamiento total de la energía del sistema para después disiparla mediante la retroalimentación de la *salida pasiva* que hace perder energía al sistema y con ello consigue regular las variables físicas del convertidor a valores de referencia deseados. La metodología para el diseño de este controlador está fundamentada en algunos trabajos previamente publicados en [46, 47, 49, 68].

Por otra parte, existen algunos trabajos de control de convertidores CD-CD basados en pasividad que carecen de robustez ante perturbaciones constantes en la carga [68, 108]. También han sido reportados algunos trabajos en los cuales se aborda el problema de control del voltaje de salida del convertidor tipo Ćuk ante variaciones en la carga de salida [109, 110, 111]. Balestrino *et al.* presentan en [109], un controlador proporcional-integral difuso, basado en un controlador proporcional-integral de estructura variable. Los resultados obtenidos muestran que el sistema es robusto ante variaciones en el voltaje de salida; no obstante, el controlador propuesto requiere de considerable experiencia por parte del diseñador para la elección de las reglas de inferencia, además de que el controlador propuesto es sintetizado con base a un modelo linealizado del convertidor Ćuk alrededor de un punto de equilibrio.

En [110], Jose y Mohan, proponen un controlador H_∞ de la corriente promedio del convertidor tipo Ćuk, para el sistema eléctrico de un automóvil. Aún cuando los resultados mostrados confirman la efectividad de la solución propuesta ante variaciones en la carga de salida, el convertidor es sintetizado con base a un modelo linealizado alrededor de un punto de equilibrio del convertidor. Por otro lado en [111], Chen presenta un control combinado PI-modos deslizantes para regular el voltaje de salida de un convertidor Ćuk, el cual es robusto ante variaciones en el voltaje de referencia, no obstante, el controlador es sintetizado con base en un modelo linealizado del convertidor, además de que los resultados presentados son de simulación.

Motivados por el interés práctico de minimizar los efectos indeseables ocasionados por la carencia de robustez mencionada con anterioridad, en este capítulo se adapta un estimador algebraico en línea del parámetro de carga a las variables de referencia deseadas de la ley de control del convertidor. El estimador de la carga se diseña a partir de una de las ecuaciones del modelo promedio no lineal del convertidor tipo Ćuk,

que particularmente es lineal, por lo que el estimador se obtiene aplicando la metodología de estimación algebraica en línea en el dominio de la frecuencia [50, 112, 113]. A través de este estimador es como se puede predecir de forma rápida el comportamiento que deben tener cada una de las variables de referencia deseadas del controlador para solventar los efectos producidos por un cambio súbito en la carga de salida del convertidor. Además el controlador propuesto es diseñado no requiere de una linealización alrededor de un punto de equilibrio de la planta, y, la efectividad de la solución propuesta es validada mediante resultados experimentales realizados en una plataforma experimental *ad hoc*.

Este capítulo está organizado como sigue. En la sección 3.2 se describe el modelo dinámico promedio del convertidor tipo Ćuk. La sección 3.3 está relacionada con el diseño del controlador por retroalimentación de la salida pasiva, así como la demostración formal de estabilidad del sistema controlador- convertidor. La sección 3.4 está dedicada a describir el diseño del estimador algebraico utilizado para minimizar los efectos de los cambios súbitos en la carga de salida del convertidor. La descripción de la plataforma experimental utilizada así como de los resultados experimentales obtenidos se expone en la sección 3.5. Finalmente se dan algunas conclusiones en la sección 3.6.

3.2. Modelo dinámico del convertidor tipo Ćuk

El convertidor Ćuk es un convertidor de tipo reductor-elevador pero con una polaridad positiva del voltaje de salida. La principal ventaja de este convertidor es que el inductor de entrada, L_1 , y el inductor de salida, L_2 , pueden ser acoplados en un núcleo magnético de tal modo que con un diseño apropiado del núcleo, puede lograrse que las corrientes de conmutación de entrada y salida, se hagan cero [52, 92, 93, 114, 115]. Con base en el circuito eléctrico mostrado en la Fig 3.1 y usando las leyes de Kirchhoff, se puede establecer el modelo dinámico en forma promedio del convertidor cd-cd tipo Ćuk, como sigue:

$$L_1 \frac{di_1}{dt} = -(1 - u_{av}) v_1 + E \quad (3.1)$$

$$C_1 \frac{dv_1}{dt} = (1 - u_{av}) i_1 + u_{av} i_2 \quad (3.2)$$

$$L_2 \frac{di_2}{dt} = -v_2 - u_{av} v_1 \quad (3.3)$$

$$C_2 \frac{dv_2}{dt} = i_2 - \frac{1}{R_L} v_2 \quad (3.4)$$

$$y = v_2 \quad (3.5)$$

donde i_1 es la corriente de entrada del convertidor, v_1 es el voltaje en el capacitor de enlace C_1 , i_2 es la corriente que circula por la segunda inductancia del convertidor, v_2 es el voltaje de salida del convertidor y R_L es el parámetro de carga que será estimado algebraicamente. La entrada de control es denotada por la variable u_{av} , la cual toma valores en el intervalo cerrado $[0, 1]$ (véase [68, 108]). En las siguientes subsecciones se mostrará que el modelo dinámico dado por (3.1)-(3.5) es no plano, pasivo-disipativo y de fase no mínima.

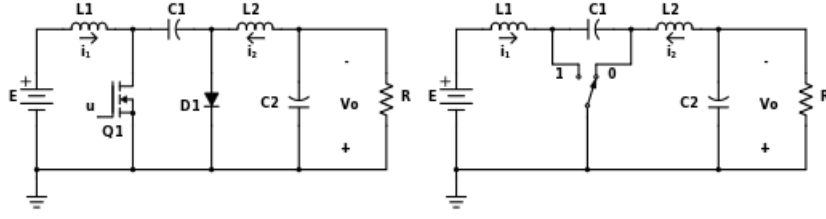


Figura 3.1: Circuito eléctrico del convertidor CD/CD tipo Ćuk.

3.2.1. Diferencialmente no-plano

En este apartado se hará uso de los teoremas 2.2 y 2.3 para probar que el modelo dinámico que representa al convertidor tipo Ćuk es no plano. Considérese el modelo dinámico promedio normalizado (2.22):

$$\frac{d}{d\tau} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -x_2 + 1 \\ x_1 \\ -\frac{1}{\alpha_1} x_4 \\ \frac{1}{\alpha_2} (x_3 - \frac{1}{Q} x_4) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_2 \\ -x_1 + x_3 \\ -\frac{1}{\alpha_1} x_2 \\ 0 \end{bmatrix} u_{av} \quad (3.6)$$

donde $Q = R\sqrt{C_1/L_1}$, $\alpha_1 = L_2/L_1$ y $\alpha_2 = C_2/C_1$. No es difícil apreciar que los campos vectoriales $f(x)$ y $g(x)$, están dados por:

$$f(x) = \begin{bmatrix} -x_2 + 1 \\ x_1 \\ -\frac{1}{\alpha_1} x_4 \\ \frac{1}{\alpha_2} (x_3 - \frac{1}{Q} x_4) \end{bmatrix}, \quad g(x) = \begin{bmatrix} x_2 \\ -x_1 + x_3 \\ -\frac{1}{\alpha_1} x_2 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

En primer lugar, con base a los campos vectoriales dados en (3.7), se calculan los corchetes de Lie involucrados en la "matriz de controlabilidad". Así se tiene que:

$$ad_f g = \frac{\partial g}{\partial x} f - \frac{\partial f}{\partial x} g = \begin{pmatrix} x_3 \\ -\frac{x_4}{\alpha_1} - 1 \\ -\frac{x_1}{\alpha_1} \\ \frac{x_2}{\alpha_1 \alpha_2} \end{pmatrix}$$

$$ad_f^2 g = \frac{\partial ad_f g}{\partial x} f - \frac{\partial f}{\partial x} ad_f g = \begin{pmatrix} -\frac{2x_4}{\alpha_1} - 1 \\ -x_3 - \frac{x_3 - x_4}{\alpha_1 \alpha_2} \\ \frac{x_2 - 1}{\alpha_1} + \frac{x_2}{\alpha_1^2 \alpha_2} \\ \frac{x_2 + 2Q \alpha_2 x_1}{Q \alpha_1 \alpha_2^2} \end{pmatrix}$$

$$ad_f^3 g = \frac{\partial ad_f^2 g}{\partial x} f - \frac{\partial f}{\partial x} ad_f^2 g = \begin{pmatrix} -x_3 - \frac{3(x_3 - \frac{x_4}{Q})}{\alpha_1 \alpha_2} \\ \frac{\alpha_1 (3x_4 Q^2 \alpha_2^2 + x_3 Q - x_4) + Q^2 \alpha_2 x_4}{Q^2 \alpha_1^2 \alpha_2^2} + 1 \\ \frac{x_1}{\alpha_1} + \frac{x_2 + 3Q \alpha_2 x_1}{Q \alpha_1^2 \alpha_2^2} \\ \frac{\alpha_1 ((3Q^2 - 3Q^2 x_2) \alpha_2^2 + 3Q x_1 \alpha_2 + x_2) - Q^2 \alpha_2 x_2}{Q^2 \alpha_1^2 \alpha_2^3} \end{pmatrix}$$

Por lo que la matriz de controlabilidad (2.51) queda como:

$$\mathcal{C}(x) = \begin{pmatrix} x_2 & x_3 & -\frac{2x_4}{\alpha_1} - 1 & -x_3 - \frac{3(x_3 - \frac{x_4}{Q})}{\alpha_1 \alpha_2} \\ -x_1 + x_3 & -\frac{x_4}{\alpha_1} - 1 & -x_3 - \frac{x_3 - \frac{x_4}{Q}}{\alpha_1 \alpha_2} & \frac{\alpha_1 (3x_4 Q^2 \alpha_2^2 + x_3 Q - x_4) + Q^2 \alpha_2 x_4}{Q^2 \alpha_1^2 \alpha_2^2} + 1 \\ -\frac{1}{\alpha_1} x_2 & -\frac{x_1}{\alpha_1} & \frac{x_2 - 1}{\alpha_1} + \frac{x_2}{\alpha_1^2 \alpha_2} & \frac{x_1}{\alpha_1} + \frac{x_2 + 3Q \alpha_2 x_1}{Q \alpha_1^2 \alpha_2^2} \\ 0 & \frac{x_2}{\alpha_1 \alpha_2} & \frac{x_2 + 2Q \alpha_2 x_1}{Q \alpha_1 \alpha_2^2} & \frac{\alpha_1 ((3Q^2 - 3Q^2 x_2) \alpha_2^2 + 3Q x_1 \alpha_2 + x_2) - Q^2 \alpha_2 x_2}{Q^2 \alpha_1^2 \alpha_2^3} \end{pmatrix}$$

Se puede comprobar, con ayuda de alguna herramienta de cálculo simbólico, que la matriz $\mathcal{C}(x)$ dada en la expresión anterior es de rango completo, es decir que $\text{rango}(\mathcal{C}(x)) = 4$, por lo que se satisface la primera hipótesis del teorema 2.3. Por otro lado, para que el modelo dinámico normalizado (3.6) sea linealizable en forma exacta, el conjunto reducido de campos vectoriales (2), dado en este caso por:

$$D = \{g, ad_f g, ad_f^2 g\} \quad (3.8)$$

deberá ser involutivo. Para comprobar lo anterior es necesario calcular los siguientes corchetes de Lie:

$$[g, ad_f g] = \frac{\partial ad_f g}{\partial x} g - \frac{\partial g}{\partial x} ad_f g = \begin{pmatrix} 1 - \frac{x_2 - x_4}{\alpha_1} \\ x_3 + \frac{x_1}{\alpha_1} \\ -\frac{x_4 + \alpha_1 (x_2 + 1)}{\alpha_1^2} \\ -\frac{x_1 - x_3}{\alpha_1 \alpha_2} \end{pmatrix}$$

$$[g, ad_f^2 g] = \frac{\partial ad_f^2 g}{\partial x} g - \frac{\partial g}{\partial x} ad_f^2 g = \begin{pmatrix} x_3 + \frac{x_3 - \frac{x_4}{Q}}{\alpha_1 \alpha_2} \\ -\frac{2x_4 - 1}{\alpha_1} - 1 \\ \frac{x_4 - Q x_1}{Q \alpha_1^2 \alpha_2} - \frac{x_1}{\alpha_1} \\ \frac{x_3 - x_1 + 2Q \alpha_2 x_2}{Q \alpha_1 \alpha_2^2} \end{pmatrix}$$

$$[ad_f g, ad_f^2 g] = \frac{\partial ad_f^2 g}{\partial x} ad_f g - \frac{\partial ad_f g}{\partial x} ad_f^2 g = \begin{pmatrix} -\frac{x_2 - 1}{\alpha_1} - \frac{3x_2}{\alpha_1^2 \alpha_2} \\ \frac{x_1}{\alpha_1} + \frac{2x_2 + 3Q \alpha_2 x_1}{Q \alpha_1^2 \alpha_2^2} \\ -\frac{2\alpha_1 + 3x_4}{\alpha_1^2} - \frac{\alpha_1 + x_4}{\alpha_1^3 \alpha_2} \\ \frac{Q x_3 - 2x_4 + \alpha_1 (3Q \alpha_2 x_3 - 1)}{Q \alpha_1^2 \alpha_2^2} \end{pmatrix}$$

Luego se forman las matrices:

$$\mathcal{C}_1(x) = [g \quad ad_f g \quad ad_f^2 g] = \begin{pmatrix} x_2 & x_3 & -\frac{2x_4}{\alpha_1} - 1 \\ -x_1 + x_3 & -\frac{x_4}{\alpha_1} - 1 & -x_3 - \frac{x_3 - \frac{x_4}{Q}}{\alpha_1 \alpha_2} \\ -\frac{1}{\alpha_1} x_2 & -\frac{x_1}{\alpha_1} & \frac{x_2 - 1}{\alpha_1} + \frac{x_2}{\alpha_1^2 \alpha_2} \\ 0 & \frac{x_2}{\alpha_1 \alpha_2} & \frac{x_2 + 2Q \alpha_2 x_1}{Q \alpha_1 \alpha_2^2} \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{C}_2(x) &= \begin{bmatrix} g & ad_f g & ad_f^2 g & [g, ad_f g] \end{bmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} x_2 & x_3 & -\frac{2x_4}{\alpha_1} - 1 & 1 - \frac{x_2 - x_4}{\alpha_1} \\ -x_1 + x_3 & -\frac{x_4}{\alpha_1} - 1 & -x_3 - \frac{x_3 - x_4}{\alpha_1 \alpha_2} & x_3 + \frac{x_1}{\alpha_1} \\ -\frac{1}{\alpha_1} x_2 & -\frac{x_1}{\alpha_1} & \frac{x_2 - 1}{\alpha_1} + \frac{x_2}{\alpha_1^2 \alpha_2} & -\frac{x_4 + \alpha_1 (x_2 + 1)}{\alpha_1^2} \\ 0 & \frac{x_2}{\alpha_1 \alpha_2} & \frac{x_2 + 2Q \alpha_2 x_1}{Q \alpha_1 \alpha_2^2} & -\frac{x_1 - x_3}{\alpha_1 \alpha_2} \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{C}_3(x) &= \begin{bmatrix} g & ad_f g & ad_f^2 g & [g, ad_f^2 g] \end{bmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} x_2 & x_3 & -\frac{2x_4}{\alpha_1} - 1 & x_3 + \frac{x_3 - x_4}{\alpha_1 \alpha_2} \\ -x_1 + x_3 & -\frac{x_4}{\alpha_1} - 1 & -x_3 - \frac{x_3 - x_4}{\alpha_1 \alpha_2} & -\frac{2x_4 - 1}{\alpha_1} - 1 \\ -\frac{1}{\alpha_1} x_2 & -\frac{x_1}{\alpha_1} & \frac{x_2 - 1}{\alpha_1} + \frac{x_2}{\alpha_1^2 \alpha_2} & \frac{x_4 - Q x_1}{Q \alpha_1^2 \alpha_2} - \frac{x_1}{\alpha_1} \\ 0 & \frac{x_2}{\alpha_1 \alpha_2} & \frac{x_2 + 2Q \alpha_2 x_1}{Q \alpha_1 \alpha_2^2} & \frac{x_3 - x_1 + 2Q \alpha_2 x_2}{Q \alpha_1 \alpha_2^2} \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{C}_4(x) &= \begin{bmatrix} g & ad_f g & ad_f^2 g & [ad_f g, ad_f^2 g] \end{bmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} x_2 & x_3 & -\frac{2x_4}{\alpha_1} - 1 & -\frac{x_2 - 1}{\alpha_1} - \frac{3x_2}{\alpha_1^2 \alpha_2} \\ -x_1 + x_3 & -\frac{x_4}{\alpha_1} - 1 & -x_3 - \frac{x_3 - x_4}{\alpha_1 \alpha_2} & \frac{x_1}{\alpha_1} + \frac{2x_2 + 3Q \alpha_2 x_1}{Q \alpha_1^2 \alpha_2^2} \\ -\frac{1}{\alpha_1} x_2 & -\frac{x_1}{\alpha_1} & \frac{x_2 - 1}{\alpha_1} + \frac{x_2}{\alpha_1^2 \alpha_2} & -\frac{2\alpha_1 + 3x_4}{\alpha_1^2} - \frac{\alpha_1 + x_4}{\alpha_1^3 \alpha_2} \\ 0 & \frac{x_2}{\alpha_1 \alpha_2} & \frac{x_2 + 2Q \alpha_2 x_1}{Q \alpha_1 \alpha_2^2} & \frac{Q x_3 - 2x_4 + \alpha_1 (3Q \alpha_2 x_3 - 1)}{Q \alpha_1^2 \alpha_2^2} \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

Se puede probar, nuevamente con ayuda de alguna herramienta de cálculo simbólico, que la matriz $\mathcal{C}_1(x)$ es de rango 3 ($rango(\mathcal{C}_1(x)) = 3$) y que las matrices $\mathcal{C}_1(x)$, $\mathcal{C}_2(x)$, $\mathcal{C}_3(x)$, son de rango 4 ($rango(\mathcal{C}_2(x)) = rango(\mathcal{C}_3(x)) = rango(\mathcal{C}_4(x)) = 4$). De lo anterior, puede verse que ya que los rangos de las matrices aumentadas son distintos al rango de la matriz reducida, entonces el conjunto de campos vectoriales (3.2.1) no es involutivo. Por tanto, el modelo dinámico normalizado para el convertidor tipo Ćuk no es linealizable en forma exacta. Así, invocando el teorema 2.2, dicho sistema es diferencialmente no-plano.

3.2.2. Pasivo-disipativo

El modelo no lineal descrito en (3.1)-(3.4) se puede escribir como un sistema pasivo en forma matricial, como el dado en (2.60) (véase [87, 68]) de la siguiente forma:

$$\mathcal{A} \dot{x} = \mathcal{J}(u_{av}) x - \mathcal{R}x + \mathcal{B}u_{av} + \mathcal{E} \quad (3.9)$$

donde $A = diag(L_1, C_1, L_2, C_2)$ es una matriz diagonal definida positiva constante; $x = (i_1, v_1, i_2, v_2)^T \in \mathbb{R}^4$ es el vector de estados; $\mathcal{J}(u_{av}) \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$, es la matriz no disipativa (o conservativa); $u_{av} \in \mathbb{R}$ es la entrada de control promedio; $\mathcal{R} \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$, es la matriz disipativa que cumple con ser simétrica y semi-definida positiva, es decir, $\mathcal{R} = \mathcal{R}^T \geq 0$; $\mathcal{B} \in \mathbb{R}^{4 \times 1}$, es un vector constante que puede contener algunos términos que son

dependientes de las fuentes externas y $\mathcal{E} \in \mathbb{R}^{4 \times 1}$, es un vector constante que representa a las fuentes de voltaje de alimentación del sistema

Aún cuando la dinámica expresada en (3.9) es compleja posee algunas propiedades que pueden ser explotadas para facilitar el diseño de sistemas de control. Por ahora, se considerará una propiedad importante.

Propiedad 3.1. [68] *La matriz conservativa $\mathcal{J}(u_{av})$ satisface:*

$$e^T \mathcal{J}(u_{av}) e = 0, \quad \forall u_{av} \in \mathbb{R}, \quad e \in \mathbb{R}^n$$

□

Con respecto a la matriz conservativa, la matriz disipativa y los vectores \mathcal{B} y \mathcal{E} , en el caso del convertidor tipo Ćuk, están dados como:

$$\mathcal{J}(u_{av}) = \begin{pmatrix} 0 & -(1 - u_{av}) & 0 & 0 \\ (1 - u_{av}) & 0 & u_{av} & 0 \\ 0 & -u_{av} & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\mathcal{R} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{R_L} \end{pmatrix}; \quad \mathcal{B} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad \mathcal{E} = \begin{pmatrix} E \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.10)$$

Las propiedades de las matrices y vectores descritos en (3.10) se satisfacen siempre y cuando la entrada de control promedio satisfaga: $u_{av} \in [0, 1]$. Derivado del hecho de que la matriz no disipativa (conservativa) y la matriz disipativa del modelo promedio no lineal del convertidor tipo Ćuk cumplen con ser antisimétrica y simétrica respectivamente, entonces el modelo promedio siempre se puede tratar como un sistema pasivo (ver [68]). Para comprobar que el sistema promedio no lineal del convertidor cd-cd tipo Ćuk dado en (3.1)-(3.4) es pasivo, se hace uso de las definiciones 2.6 y 2.7, las cuales se repiten a continuación por razones de claridad.

Definición 3.1. [34] *El sistema (3.9) es disipativo con respecto a la razón de cambio de la fuente de alimentación $s(u, y)$ si existe una función de almacenamiento de energía $H(x) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}_+$ y para todo $t_1 \geq t_0$, y para toda función de entrada u , la siguiente relación se lleva acabo:*

$$H(x(t_1)) - H(x(t_0)) \leq \int_{t_0}^{t_1} s(u(t), y(t)) dt \quad (3.11)$$

con $x(t_0) = x_0$ y $x(t_1)$ es el estado resultante, en el tiempo t_1 , de la solución tomando como condición inicial x_0 y como entrada de control a la función $u(t)$. Si H es diferenciable con respecto al tiempo t para todo $x \in \mathbb{R}^n$ y $u(t) \in \mathbb{R}$, entonces la desigualdad (3.11) es equivalente a (ver [116]):

$$\dot{H}(x) \leq s(u(t), y(t)) \quad (3.12)$$

El sistema está libre de pérdidas si alguna de las desigualdades (3.11), o (3.12) se cumple, ya que de hecho son equivalentes. □

Definición 3.2. [34] El sistema (3.9) es pasivo si este es disipativo con respecto a la razón de cambio de la fuente de alimentación $s(u, y) = uy$. \square

La energía total que almacena el sistema está dada por:

$$H(x) = \frac{1}{2}x^T \mathcal{A}x \quad (3.13)$$

Sustituyendo en (3.13), los valores de \mathcal{A} y x se tiene la siguiente expresión:

$$H(x) = \frac{1}{2}L_1 i_1^2 + \frac{1}{2}C_1 v_1^2 + \frac{1}{2}L_2 i_2^2 + \frac{1}{2}C_2 v_2^2 \quad (3.14)$$

Cuya primera derivada con respecto al tiempo, está dada por:

$$\dot{H}(x) = L_1 \frac{di_1}{dt} i_1 + C_1 \frac{dv_1}{dt} v_1 + L_2 \frac{di_2}{dt} i_2 + \frac{1}{2}C_2 \frac{dv_2}{dt} v_2 \quad (3.15)$$

Sustituyendo cada una de las ecuaciones dinámicas (3.1)-(3.4) en (3.15), y después de algunas operaciones matemáticas se tiene lo siguiente:

$$\dot{H}(x) = E i_1 - \frac{1}{R_L} v_2^2 \leq E i_1 = uy \quad (3.16)$$

Así, haciendo uso de la *definición 3.1*, se verifica que el sistema (3.1)-(3.4) es *disipativo*; luego entonces a partir de la *definición 3.2* se concluye que el sistema es *pasivo-disipativo*.

3.2.3. De fase no mínima

En esta sección se hará uso del método ilustrado en el ejemplo 2.5 para mostrar que el convertidor tipo Cúk es un sistema de fase no mínima cuando se considera el voltaje normalizado en el capacitor de salida, x_4 , como la salida del sistema. Considérese el modelo normalizado para el convertidor tipo Cúk dado en (3.6):

$$\frac{d}{d\tau} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -x_2 + 1 \\ x_1 \\ -\frac{1}{\alpha_1} x_4 \\ \frac{1}{\alpha_2} (x_3 - \frac{1}{Q} x_4) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_2 \\ -x_1 + x_3 \\ -\frac{1}{\alpha_1} x_2 \\ 0 \end{bmatrix} u_{av}$$

La linealización entrada-salida mediante retroalimentación se lleva a cabo forzando a la ecuación para x_4 a representar una dinámica lineal con $\bar{y} = V_d < 0$ como punto de equilibrio asintótica y exponencialmente estable. Entonces se establece la entrada de control promedio como:

$$u_{av} = \frac{-\frac{1}{\alpha_1 \alpha_2} y - \frac{1}{\alpha_2 Q} \dot{y} - \lambda_0 (y - \bar{y}) - \lambda_1 \dot{y}}{\frac{1}{\alpha_1 \alpha_2} x_2}$$

con la restricción, $0 \leq u_{av} \leq 1$, y $\lambda_0, \lambda_1 \in \mathbb{R}_+$. El valor de la función de retroalimentación promedio u_{av} , correspondiente al estado estacionario de la variable de salida promedio y está dado por $u_{av}(\bar{y}) = -\bar{y}/x_2$. Se sigue que el comportamiento ideal de la variable x_3 corresponde en sí a un valor constante, es decir,

$x_3 = \bar{x}_3 = V_d/Q$. La correspondiente dinámica de los ceros de la función de salida y es obtenida entonces como:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= 1 - (x_2 + V_d) \\ \dot{x}_2 &= \left(1 + \frac{V_d}{x_2}\right) x_1 - \frac{V_d^2}{Q} \frac{1}{x_2}\end{aligned}$$

la cual tiene como punto de equilibrio a $(\bar{x}_1, \bar{x}_2) = (V_d^2/Q, 1 - V_d)$. Es posible mostrar que dicha dinámica de los ceros es inestable. Para ello, se recurre a la linealización aproximada y se encuentra que alrededor del punto de equilibrio (\bar{x}_1, \bar{x}_2) la linealización tangente de la dinámica para x_1 y x_2 está dada por:

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_{1\delta} \\ \dot{x}_{2\delta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ \frac{1}{(1-V_d)} & \frac{V_d^2}{Q(1-V_d)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{1\delta} \\ x_{2\delta} \end{pmatrix}$$

cuyo polinomio característico es:

$$p(s) = s^2 - \frac{V_d^2}{Q(1-V_d)} + \frac{1}{(1-V_d)}$$

el cual es claramente inestable porque tiene al menos una raíz inestable en el semiplano derecho del plano complejo. Ya que la dinámica de los ceros es inestable, entonces se concluye que el convertidor tipo Ćuk es un sistema de fase no mínima cuando se toma como salida a $y = x_4$.

3.3. Controlador promedio por retroalimentación de la salida pasiva

El valor de referencia deseado para el voltaje de salida del convertidor tipo Ćuk, se denotará mediante V_d . A continuación, se calcula la dinámica de referencia deseada a partir de la representación pasiva del sistema (3.9), la cual satisface la siguiente dinámica en lazo abierto:

$$\mathcal{A}\dot{\bar{x}} = \mathcal{J}(\bar{u}_{av})\bar{x} - \mathcal{R}\bar{x} + \mathcal{B}\bar{u}_{av} + \mathcal{E} \quad (3.17)$$

donde, \bar{u}_{av} , representa el valor nominal de referencia deseado de la entrada de control correspondiente al valor nominal deseado del vector de estado \bar{x} . Los valores de referencia deseados $\bar{x} = (\bar{i}_1, \bar{v}_1, \bar{i}_2, \bar{v}_2)^T$ y \bar{u}_{av} se calculan en términos de V_d , a partir del modelo promedio autónomo dado en (3.17), considerada como relación de equilibrio, esto es:

$$\mathcal{A}\dot{\bar{x}} = \mathcal{J}(\bar{u}_{av})\bar{x} - \mathcal{R}\bar{x} + \mathcal{B}\bar{u}_{av} + \mathcal{E} = 0 \in \mathbb{R}^{4 \times 1}$$

Con base a la expresión anterior, se tienen los valores de referencia deseados de cada una de las variables de estado y de la entrada de control promedio del convertidor:

$$\bar{i}_1 = \frac{V_d^2}{R_L E}; \quad \bar{v}_1 = E - V_d; \quad \bar{i}_2 = \frac{V_d}{R_L}; \quad \bar{v}_2 = V_d; \quad \bar{u}_{av} = \frac{V_d}{V_d - E} \quad (3.18)$$

Nótese que los valores de referencia obtenidos en (3.18), constituyen el punto de equilibrio del sistema autónomo dado en (3.9), dicho punto es invariante en el tiempo, y además es único, para un determinado valor

de V_d ; por tanto se dice que es un punto estacionario (singular) y aislado (ver [116]).

También debe considerarse en (3.18), que después de un tiempo pequeño, δ , el parámetro de carga estimado \hat{R}_L alcanza el valor real R_L , en un tiempo muy corto (ver sección 3.4), por lo que se considera en este momento a:

$$\hat{R}_L = R_L$$

Se define el error de regulación como: $e = x - \bar{x}$ y al error de la entrada de control promedio como: $e_{u_{av}} = u_{av} - \bar{u}_{av}$, y se resta miembro a miembro (3.9) y (3.17), para obtener la siguiente dinámica del error dada como:

$$\begin{aligned} \mathcal{A}\dot{e} &= \mathcal{A}\dot{x} - \mathcal{A}\dot{\bar{x}} \\ &= \mathcal{J}(u_{av})x - \mathcal{J}(\bar{u}_{av})\bar{x} - \mathcal{R}e \\ &= \mathcal{J}(u_{av})x - \mathcal{J}(\bar{u}_{av})\bar{x} - \mathcal{R}e + \mathcal{J}(u_{av})\bar{x} - \mathcal{J}(u_{av})\bar{x} \\ &= (\mathcal{J}(u_{av}) - \mathcal{J}(\bar{u}_{av}))\bar{x} + \mathcal{J}(u_{av})e - \mathcal{R}e \end{aligned} \quad (3.19)$$

Se hace una aproximación lineal por serie de *Taylor* del término, $\mathcal{J}(u_{av}) - \mathcal{J}(\bar{u}_{av})$ con respecto a la entrada de control promedio u_{av} en (3.19), y se tiene que:

$$\begin{aligned} \mathcal{J}(u_{av}) &= \left. \frac{\partial \mathcal{J}(u_{av})}{\partial u_{av}} \right|_{u_{av}=\bar{u}_{av}} (u_{av} - \bar{u}_{av}) \\ \Rightarrow \mathcal{J}(u_{av}) - \mathcal{J}(\bar{u}_{av}) &= \left. \frac{\partial \mathcal{J}(u_{av})}{\partial u_{av}} \right|_{u_{av}=\bar{u}_{av}} e_{u_{av}} \end{aligned} \quad (3.20)$$

Se sustituye (3.20) en (3.19), y se tiene la dinámica del error como (ver [68]):

$$\mathcal{A}\dot{e} = \mathcal{J}(u_{av})e + \left(\left. \frac{\partial \mathcal{J}(u_{av})}{\partial u_{av}} \right|_{u_{av}=\bar{u}_{av}} \right) \bar{x}e_{u_{av}} - \mathcal{R}e \quad (3.21)$$

Se propone como función candidata de *Lyapunov* a la siguiente función cuadrática para el error del sistema como:

$$V(e) = \frac{1}{2}e^T A e \quad (3.22)$$

Entonces la derivada temporal de (3.22) está dada como:

$$\dot{V}(e) = e^T \mathcal{A}\dot{e} = e^T \mathcal{J}(u_{av})e + e^T \left(\left. \frac{\partial \mathcal{J}(u_{av})}{\partial u_{av}} \right|_{u_{av}=\bar{u}_{av}} \right) \bar{x}e_{u_{av}} - e^T \mathcal{R}e$$

Utilizando la *Propiedad 3.1* y la dinámica del error (3.21), la derivada con respecto al tiempo de la expresión anterior se escribe como:

$$\dot{V}(e) = e^T \left(\left. \frac{\partial \mathcal{J}(u_{av})}{\partial u_{av}} \right|_{u_{av}=\bar{u}_{av}} \right) \bar{x}e_{u_{av}} - e^T \mathcal{R}e \quad (3.23)$$

El lado derecho de (3.23), está compuesto de dos términos: el primero es el que incluye el error de la entrada de control, mediante el cual se establece la ley de control por retroalimentación de la salida pasiva del error,

que inyecta más términos de disipación al sistema en lazo cerrado a través de una matriz de acoplamiento; y el segundo término corresponde a la matriz disipativa del sistema. Por lo tanto, la ley de control por retroalimentación de la salida pasiva del error que logra que la derivada de la función candidata de Lyapunov (3.23), sea al menos semi-definida negativa, se propone como:

$$e_{u_{av}} = -\gamma e_y = -\gamma \left[\left(\frac{\partial \mathcal{J}(u_{av})}{\partial u_{av}} \Big|_{u_{av}=\bar{u}_{av}} \right) \bar{x} \right]^T e \quad (3.24)$$

donde la expresión e_y , de (3.24) representa a la salida pasiva del error, definida como:

$$e_y = \left[\left(\frac{\partial \mathcal{J}(u_{av})}{\partial u_{av}} \Big|_{u_{av}=\bar{u}_{av}} \right) \bar{x} \right]^T e \quad (3.25)$$

Se sustituye (3.24) dentro de (3.23), y se tiene la derivada de la función de Lyapunov como:

$$\begin{aligned} \dot{V}(e) &= -e^T \gamma \underbrace{\left[\left(\frac{\partial \mathcal{J}(u_{av})}{\partial u_{av}} \Big|_{u_{av}=\bar{u}_{av}} \right) \bar{x} \right]}_{\equiv \mathcal{R}_d} \left[\left(\frac{\partial \mathcal{J}(u_{av})}{\partial u_{av}} \Big|_{u_{av}=\bar{u}_{av}} \right) \bar{x} \right]^T e - e^T \mathcal{R} e \\ &= -e^T \underbrace{(\mathcal{R}_d + \mathcal{R})}_{\equiv \tilde{\mathcal{R}}} e \\ &= -e^T \tilde{\mathcal{R}} e \leq 0 \end{aligned} \quad (3.26)$$

Donde en (3.26), la matriz $\tilde{\mathcal{R}}$, está dada por:

$$\tilde{\mathcal{R}} = \begin{pmatrix} \gamma \bar{v}_1^2 & \gamma \bar{v}_1 (\bar{i}_2 - \bar{i}_1) & -\gamma \bar{v}_1^2 & 0 \\ \gamma \bar{v}_1 (\bar{i}_2 - \bar{i}_1) & \gamma (\bar{i}_2 - \bar{i}_1)^2 & -\gamma \bar{v}_1 (\bar{i}_2 - \bar{i}_1) & 0 \\ -\gamma \bar{v}_1^2 & -\gamma \bar{v}_1 (\bar{i}_2 - \bar{i}_1) & \gamma \bar{v}_1^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\bar{R}_L} \end{pmatrix}$$

Haciendo uso del criterio de *Sylvester*, se verifica que, $\tilde{\mathcal{R}} \geq 0$, es decir es una matriz semi-definida positiva. Así, (3.26) es una función semi-definida negativa y por tanto el punto de equilibrio de (3.21) bajo la ley de control (3.24) es estable. Para poder concluir la estabilidad asintótica se explota la naturaleza autónoma de (3.21), aplicando el principio de invarianza de LaSalle, el cual por razones de claridad se cita a continuación.

Definición 3.3. [116] *Considérese el sistema autónomo descrito por:*

$$\dot{x} = f(x) \quad (3.27)$$

donde $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ es una función de Lipschitz globalmente en \mathbb{R}^n . Sea \bar{x} un punto de equilibrio de (3.27), es decir, $f(\bar{x}) = 0 \in \mathbb{R}^n$. Sea $V : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ una función definida positiva, radialmente no acotada ($\lim_{\|x\| \rightarrow \infty} V(x) \rightarrow \infty$) continuamente diferenciable tal que $\dot{V}(x) \leq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}^n$. Sea $\Omega = \{x \in \mathbb{R}^n : \dot{V}(x) \leq 0\}$ y supóngase que ninguna solución permanece idénticamente en Ω más que la solución trivial entonces el origen es asintóticamente estable en forma global. \square

En este caso $f(x)$ está dada por la ecuación en lazo cerrado (3.21) donde $x = e^T \in \mathbb{R}^4$. El único punto de equilibrio de (3.21) es $e = 0 \in \mathbb{R}^4$. La función $V: \mathbb{R}^4 \times \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}$ dada en (3.22) es definida positiva en forma global, radialmente no acotada y continuamente diferenciable; en (3.23) se mostró que $\dot{V}(e) \leq 0 \forall e \in \mathbb{R}^4$. Considérese la región dada por:

$$\Omega = \left\{ e \in \mathbb{R}^4 : \dot{V}(e) = 0 \right\}$$

Ya que $\dot{V}(e(t)) \leq 0 \in \Omega$, entonces $V(e(t))$ es una función decreciente de t . $V(e)$ es continua en el conjunto compacto Ω , y es acotada inferiormente en Ω . Por ejemplo, satisface $0 \leq V(e(0))$. Así, $V(e(t))$ tiene un límite conforme $t \rightarrow \infty$. De ahí que $\dot{V}(e(t)) = 0$. Ya que Ω es un conjunto invariante, $\dot{V}(e(t)) = 0$ y la única solución invariante es $e = 0$. Como la solución trivial es la única solución del sistema (3.21) restringido a Ω , entonces empleando la definición 3.3 puede concluirse que el origen del espacio de estados es global y asintóticamente estable.

Tomando en cuenta que $e_{u_{av}} = u_{av} - \bar{u}_{av}$, así en términos de las corrientes y el voltaje de la salida del convertidor, se tiene que la ley de control por retroalimentación de la salida pasiva dada en (3.24), y que obliga a que el voltaje de salida del convertidor tipo Ćuk siga un voltaje constante de referencia deseado, está dada por:

$$u_{av} = \bar{u}_{av} + \gamma (\bar{i}_1 - \bar{i}_2) v_1 + \gamma (i_2 - i_1) \bar{v}_1 \quad (3.28)$$

Donde \bar{u}_{av} es un término de pre-alimentación, el cual se calcula a partir de (3.18). Nótese también en (3.28), que el parámetro γ debe seleccionarse de modo tal que se cumpla que $u_{av} \in [0, 1]$. Para ello, el parámetro γ se seleccionó en base a la siguiente desigualdad $0 < \gamma < 1$.

3.4. Estimador algebraico en línea de la carga de salida

El cálculo de las referencias constantes deseadas para el controlador (dadas en (3.18)) incluye el valor estimado del parámetro de carga, R_L , el cual se estima en línea de forma rápida en un intervalo pequeño de tiempo $[0, \delta)$. Cuando el valor estimado del parámetro de carga del convertidor converge al valor constante de la carga de salida que tiene en ese momento el convertidor, éste valor estimado se adapta a las variables de referencia constantes deseadas del controlador dadas en (3.18). El diseño del estimador algebraico en línea del parámetro de la carga de salida del convertidor tipo Ćuk, se calcula a partir de la última ecuación diferencial del sistema dada en (3.4), que por razones de claridad se escribe a continuación:

$$C_2 \frac{dv_2}{dt} = i_2 - \frac{1}{\hat{R}_L} v_2 \quad (3.29)$$

Aplicando la transformada de Laplace en ambos lados de (3.29), se obtiene lo siguiente:

$$C_2 [sV_2(s) - v_2(0)] = I_2(s) - \frac{1}{\hat{R}_L} V_2(s) \quad (3.30)$$

Para eliminar la condición inicial del voltaje de la expresión del estimador algebraico, la ecuación (3.30) se deriva con respecto a la variable s , resultando así:

$$C_2 \left[V_2(s) + s \frac{dV_2(s)}{ds} \right] = \frac{dI_2(s)}{ds} - \frac{1}{\hat{R}_L} \frac{dV_2(s)}{ds} \quad (3.31)$$

De la misma forma, para evitar la derivada en el tiempo del voltaje en el estimador, la ecuación (3.31) se multiplica por $1/s$, quedando de la siguiente forma:

$$C_2 \left[\frac{V_2(s)}{s} + \frac{dV_2(s)}{ds} \right] = \frac{1}{s} \frac{dI_2(s)}{ds} - \frac{1}{\hat{R}_L} \frac{1}{s} \frac{dV_2(s)}{ds} \quad (3.32)$$

Utilizando las siguientes propiedades de la transformada de Laplace:

$$\mathcal{L} \left[\int_0^t f(t) dt \right] = \frac{F(s)}{s}; \quad \mathcal{L} [tf(t)] = -\frac{dF(s)}{ds};$$

Entonces, aplicando la transformada inversa de Laplace en ambos lados de (3.32), se tiene el siguiente resultado:

$$C_2 \left(\int_0^t v_2(\sigma) d\sigma - tv_2(t) \right) = - \int_0^t (\sigma) i_2(\sigma) d\sigma + \frac{1}{\hat{R}_L} \int_0^t (\sigma) v_2(\sigma) d\sigma \quad (3.33)$$

Para poder implementar la fórmula (3.33) dentro de una computadora, y con el fin de conservar la calidad de la estimación de la carga del convertidor, los términos de dicha fórmula, deben ser reinicializados. Así la expresión del estimador se re-parametriza en función del periodo de reinicialización de la siguiente forma:

$$C_2 \left(\int_{t_i}^t v_2(\sigma) d\sigma - (t - t_i) v_2(t) \right) = - \int_{t_i}^t (\sigma - t_i) i_2(\sigma) d\sigma + \frac{1}{\hat{R}_L} \int_{t_i}^t (\sigma - t_i) v_2(\sigma) d\sigma \quad (3.34)$$

Despejando de (3.34) el valor estimado \hat{R}_L , se tiene lo siguiente:

$$\hat{R}_L = \begin{cases} \hat{R}_L(t_i^-) \cong R_{L1} \text{ para } t \in [t_i, t_i + \delta] \\ \frac{\text{num}(t)}{\text{den}(t)} \text{ para } t \in [t_i + \delta, \infty] \end{cases} \quad (3.35)$$

Donde, en (3.35):

$$\text{num} = \int_{t_i}^t (\sigma - t_i) v_2(\sigma) d\sigma \quad (3.36)$$

$$\text{den} = C_2 \int_{t_i}^t v_2(\sigma) d\sigma - C_2 (t - t_i) v_2(t) + \int_{t_i}^t (\sigma - t_i) i_2(\sigma) d\sigma \quad (3.37)$$

$$t_i = kT, \quad k = 1, 2, 3, \dots, n > 0 \quad n \in \mathbb{Z}^+ \quad (3.38)$$

La fórmula (3.35) incorpora re-inicializaciones periódicas al final de cada intervalo de tiempo de duración T . Dichas re-inicializaciones no toman en consideración el hecho de que la carga del convertidor puede variar en el tiempo, aunque físicamente si suceda. Para no perder los valores medidos antes y después de cada reinicialización, siempre se conserva el último valor estimado de la carga durante el periodo $[t_i, t_i + \delta]$, en el tiempo t_i^- , y el valor estimado inicial de la carga se fija a un valor arbitrario. La selección del tiempo T que se necesita para adaptar la escala de tiempo esperada ante los cambios súbitos de la carga en el convertidor, se hace siempre considerando el valor del periodo de muestreo, T_s , de la adquisición de los datos de las variables del sistema, éste valor recomendablemente siempre debe ser mayor al periodo de muestreo ($T > T_s$). Por otra parte, la selección del tiempo pequeño δ de (3.35), se calcula con base al periodo de muestreo y al periodo de tiempo T . Es decir, se selecciona de acuerdo a la siguiente desigualdad:

$$T_s < \delta < T \quad (3.39)$$

Aquí, el valor del parámetro δ es un múltiplo del periodo de muestreo T_s , lo cual evita que se tengan divisiones por cero en la expresión matemática (3.35), muy cerca del punto de reinicialización. En los experimentos realizados en la plataforma, como se verá en la siguiente sección, se fijó un valor inicial aproximado del valor inicial de la carga $\hat{R}_L(t_i^-) \cong R_{L1}$. Éste valor tiene un tiempo de duración pequeño δ . En las tablas 3.1 y 3.2 se muestran los valores de la carga inicial R_{L1} y los tiempos T y δ del estimador algebraico del parámetro de carga de la salida del convertidor implementado en la plataforma.

La aproximación algebraica para la estimación de parámetros tiene sus fundamentos en la teoría de módulos y en el álgebra diferencial no conmutativa, específicamente el Algebra de Weyl, el lector puede consultar la justificación teórica y algunos ejemplos ilustrativos de esta técnica en [117, 118].

3.5. Resultados experimentales

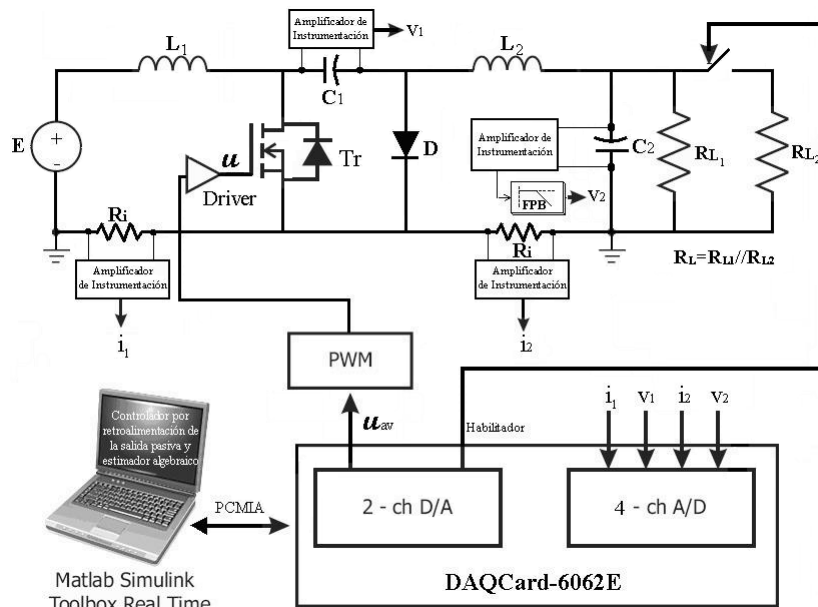


Figura 3.2: Diagrama esquemático de la plataforma experimental para el convertidor Ćuk controlado por retroalimentación de la salida pasiva (ETEDPOF).

Los experimentos que permiten validar la efectividad del método ETEDPOF para controlar el voltaje de salida del convertidor tipo Ćuk, así como del estimador algebraico en línea del parámetro de carga, fueron llevados a cabo en la plataforma experimental mostrada en la figura 3.2.

La plataforma está constituida por los siguientes elementos:

- Un convertidor tipo Ćuk diseñado para operar en el modo de conducción continuo a una frecuencia de conmutación de 45Khz.

Tabla 3.1: Parámetros y componentes de circuito integrado del convertidor tipo Ćuk.

Parámetros del Sistema	
Potencia nominal	300 W
Dispositivo de conmutación	IRF640 (200 V/18A)
Frecuencia de conmutación	45kHz
Dispositivo de adquisición de datos	DAQCard-6062E
Diodo de potencia	MBR1045
Driver del transistor	IR2117
Método de control	Controlador ETEDPOF
Inductor de entrada	$L_1 = 1 \text{ mH}$
Inductor de salida	$L_2 = 1 \text{ mH}$
Capacitor de entrada	$C_1 = 470 \mu\text{F}$
Capacitor de salida	$C_2 = 1000 \mu\text{F}$
Carga de salida 1	$R_{L1} = 47 \Omega$
Carga de salida 2	$R_{L2} \Omega$
Resistencia del sensor de corriente	$R_i = 3 \text{ m}\Omega$
Voltaje de alimentación	$E = 13,8 \text{ V}$

Tabla 3.2: Parámetros del estimador en línea de la carga del convertidor

Parámetros del Sistema	
Tiempo de reposo	$\delta = 0,03 \text{ s}$
Periodo de re-inicialización	$T = 0,03 \text{ s}$
Periodo de muestreo	$T_s = 0,3 \text{ s}$

- Dos sensores de corriente implementados mediante una resistencia de precisión y un amplificador de instrumentación.
- Dos sensores de voltaje implementados mediante amplificadores operacionales de instrumentación.

El algoritmo de control ETEDPOF y el estimador algebraico en línea del parámetro de carga fueron implementados desde una computadora portátil utilizando como interfaz gráfica el Real Time Windows Target Toolbox de Matlab/Simulink®. La adquisición de las variables de estado del convertidor, así como el envío de la señal de control promedio se realizaron a través de una tarjeta de adquisición de datos DAQCard-6062E de la firma *National Instruments*® con un periodo de muestreo de $T_s = 300 \mu\text{s}$.

Los valores de cada uno de los dispositivos del convertidor y los parámetros de tiempo del estimador se presentan en las tablas 3.1 y 3.2. Para la activación del semiconductor de potencia se utilizó un circuito analógico PWM externo a la tarjeta DAQCard-6062E. Lo anterior se debe principalmente a la limitante que se tiene en cuanto al periodo de muestreo para la implementación del PWM dentro de la computadora que usa como interfaz entrada/salida la tarjeta de adquisición de datos. El modulador PWM se construyó con un comparador analógico LM311 de respuesta rápida y un circuito generador de onda triangular de precisión

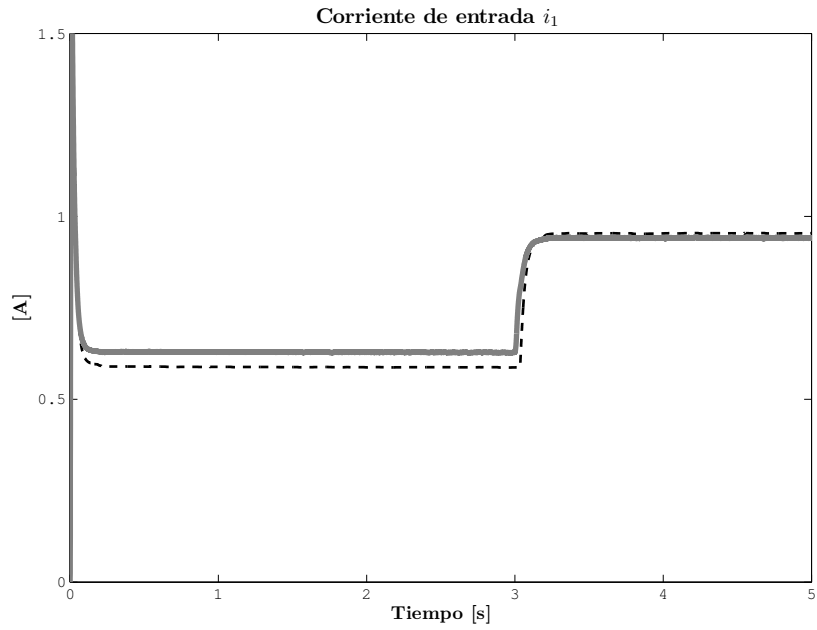


Figura 3.3: Respuesta en el tiempo de la corriente de entrada i_1 para un voltaje de salida deseado $V_d = -20V$ (valor de referencia con línea punteada y señal medida y/o estimada con línea continua).

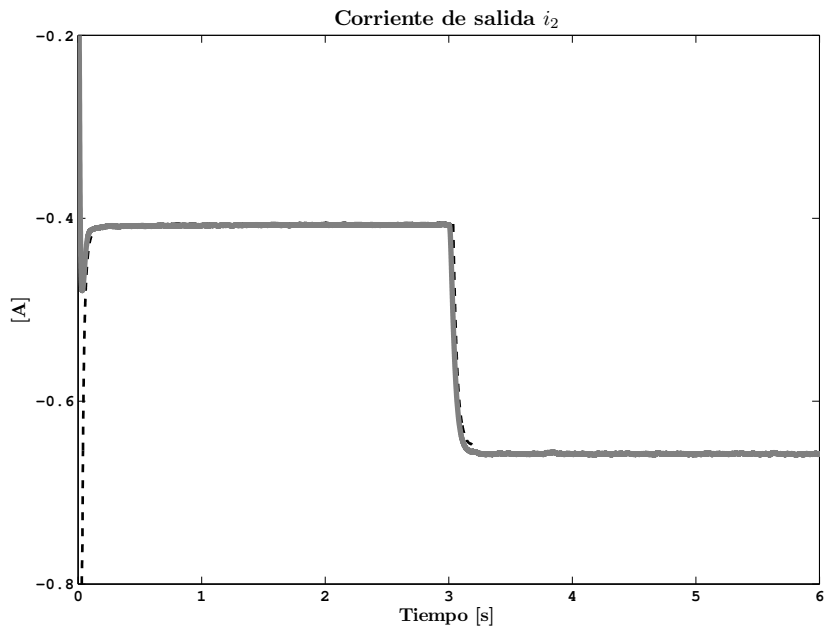


Figura 3.4: Respuesta en el tiempo de la corriente de salida i_2 para un voltaje de salida deseado $V_d = -20V$ (valor de referencia con línea punteada y señal medidas y/o estimada con línea continua).

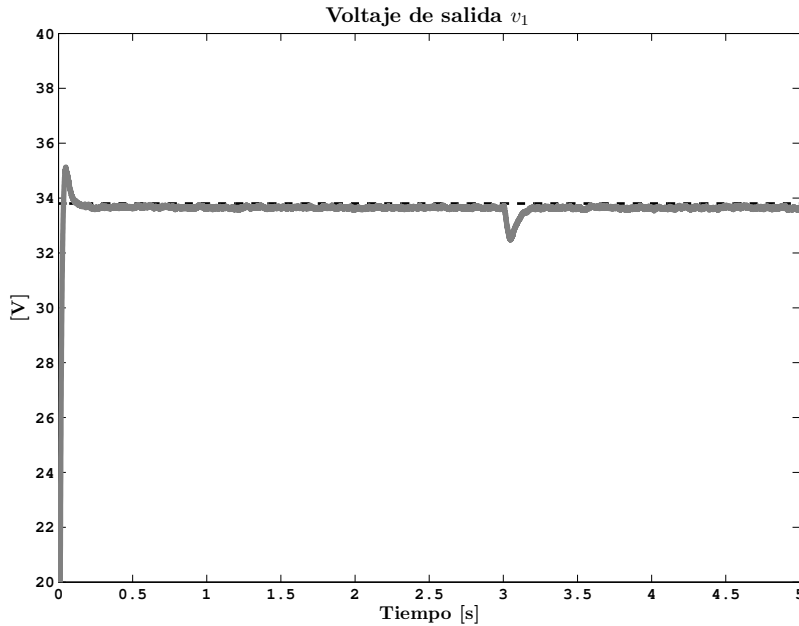


Figura 3.5: Respuesta en el tiempo del voltaje de enlace v_1 para un voltaje de salida deseado $V_d = -20V$ (valor de referencia con línea punteada y señal medidas y/o estimada con línea continua).

ICL8038. El filtro paso bajas usado para el monitoreo del voltaje de salida del convertidor $\hat{C}uk$ fue diseñado para una frecuencia de corte de 1 KHz (ver figura 3.2).

En las figuras 3.3 a la 3.7 se muestra la evolución en el tiempo de la corriente de entrada i_1 , la corriente de salida i_2 , el voltaje en el capacitor de enlace v_1 , el voltaje en el capacitor de salida v_2 , y la entrada de control promedio u_{av} , respectivamente, para un voltaje de salida deseado constante $V_d = -20V$. Para esta prueba, se seleccionó una ganancia $\gamma = 0,003$ del controlador, la cual asegura una estabilidad asintótica del vector de estado de error del sistema en lazo cerrado. También evita que se presente el efecto de saturación en los inductores del convertidor cuando se regula las variables de corriente en los mismos. Como puede apreciarse de las gráficas mostradas, el valor específico de la ganancia γ ayuda a reducir de forma considerable los niveles de ruido que se tienen en las variables físicas del convertidor y mantiene al controlador promedio en el intervalo cerrado $[0, 1]$ (ver figura 3.7).

Puede verse también en las figuras 3.3 a la 3.6, que las únicas variables físicas del convertidor que sufren cambios notables en su valor nominal, son las corrientes i_1 e i_2 . Lo anterior derivado del hecho de que dichas corrientes aumentan su valor debido al cambio súbito en la carga de salida \hat{R}_L , con una disminución de alrededor del 30 % del valor inicial.

Debe observarse en las figuras 3.3 a la 3.6, que en $t = 3s$ se produce un cambio súbito en la carga de salida, provocado por la conexión de un resistor R_{L2} en paralelo con el resistor de carga R_{L1} . Puede observarse, en la respuesta en el tiempo del voltaje de salida v_2 (ver figura 3.6), que la adaptación de la carga

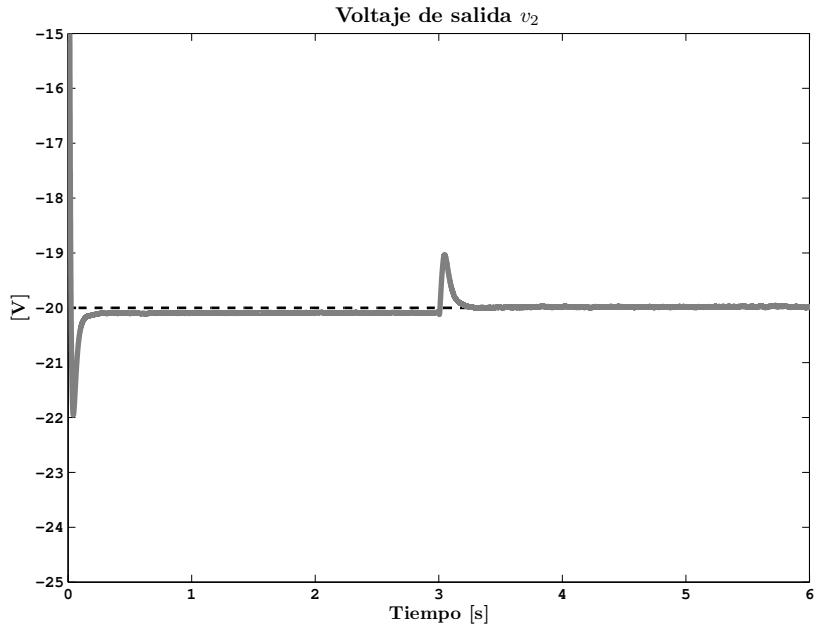


Figura 3.6: Respuesta en el tiempo del voltaje de salida v_2 para un voltaje de salida deseado $V_d = -20V$ (valor de referencia con línea punteada y señal medidas y/o estimada con línea continua).

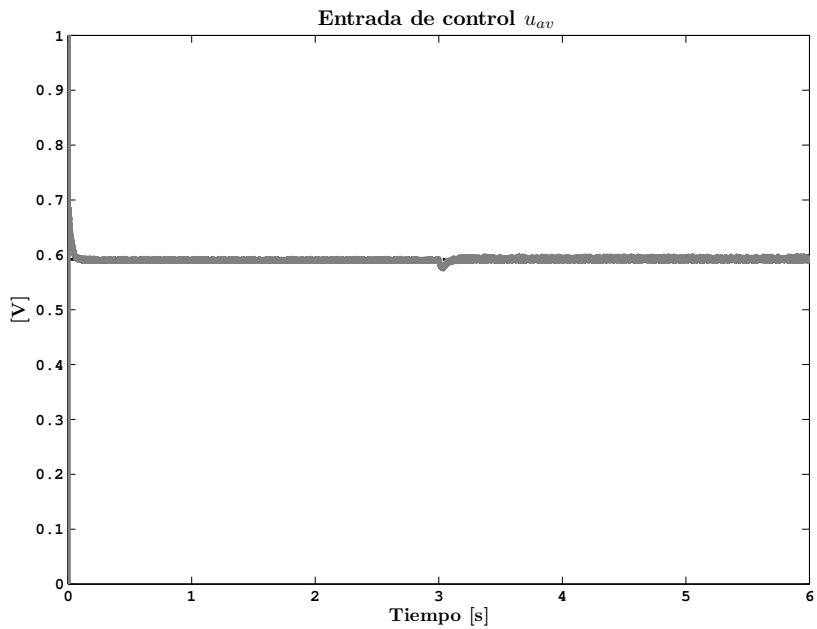


Figura 3.7: Respuesta en el tiempo de la señal de control promedio u_{av} para un voltaje de salida deseado $V_d = -20V$ (valor de referencia con línea punteada y señal medidas y/o estimada con línea continua).

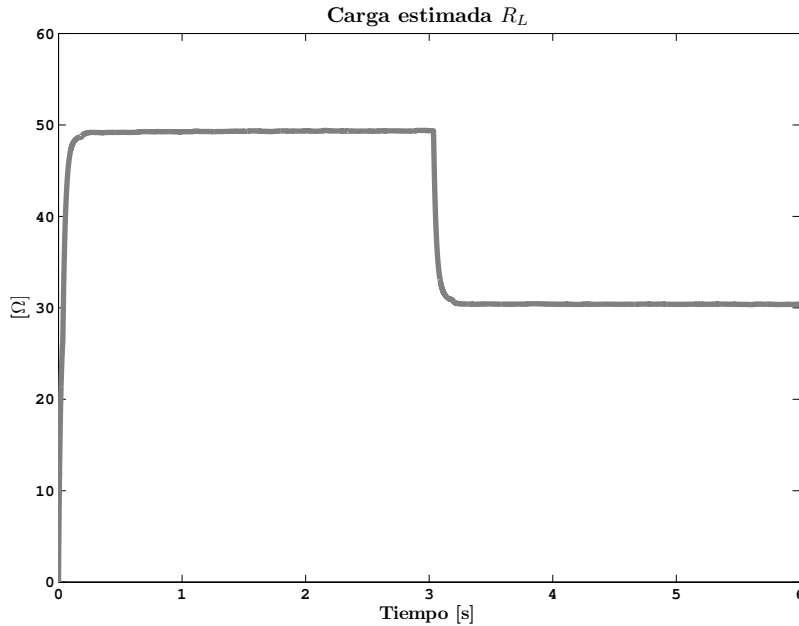


Figura 3.8: Respuesta en el tiempo de la estimación algebraica de la carga de salida \hat{R}_L para un voltaje de salida deseado $V_d = -20V$ (valor de referencia con línea punteada y señal medidas y/o estimada con línea continua).

\hat{R}_L a las variables de referencia dadas en la expresión (3.18), logra que dicho voltaje de salida mantenga el valor de referencia seleccionado, V_d . En la figura 3.8 se muestra el comportamiento de la estimación en línea de la carga de salida \hat{R}_L .

En la figura 3.9 se muestra la evolución en el dominio del tiempo del índice de desempeño del controlador ETEDPOF propuesto (se seleccionó la integral del error cuadrático (ISE)), para una referencia deseada en la salida del convertidor Ćuk de $V_d = -20V$. Puede apreciarse de la figura mencionada, que el valor del índice es prácticamente constante a partir de $t = 3s$, lo cual significa que el error de control llega a ser cero en un tiempo finito.

En las figuras 3.10 a la 3.12 se muestra la evolución en el tiempo del voltaje en el capacitor de salida v_2 , la entrada de control promedio u_{av} , y la estimación de la carga de salida \hat{R}_L respectivamente, cuando sucede un cambio en el voltaje de referencia de $V_d = -20V$ a $V_d = -15V$ en el tiempo $t = 2s$. Para esta prueba, se seleccionó también una ganancia $\gamma = 0,003$ del controlador. El propósito de esta prueba fue el de observar el desempeño del estimador algebraico en línea para el parámetro de carga en lazo cerrado ante un cambio en la variable de referencia deseada del controlador.

En la gráfica 3.12, se observa una ligera disminución en el valor nominal estimado de carga a los $t > 2s$, el cual tiene una corta duración en tiempo y después se estabiliza al valor inicial que se tenía antes de los

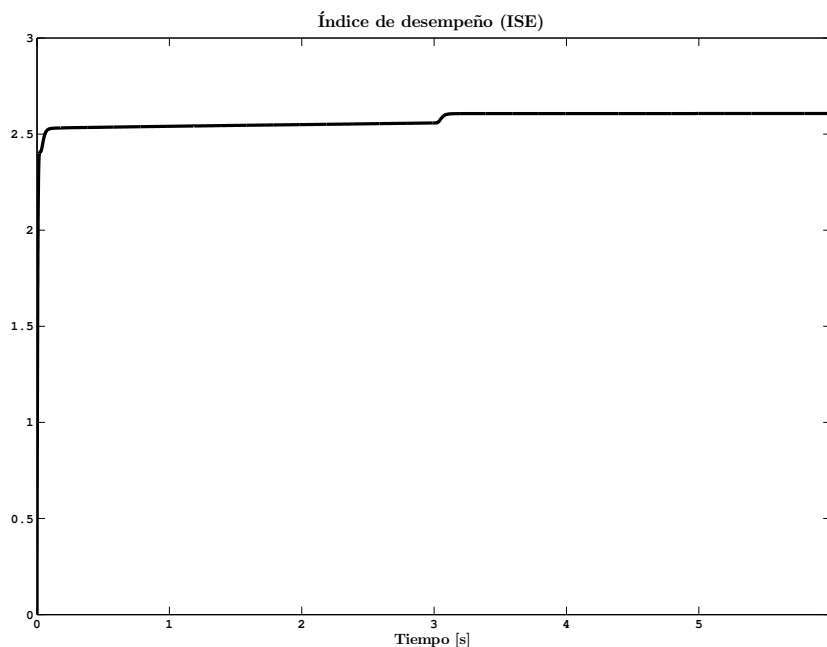


Figura 3.9: Evolución temporal de la integral del error cuadrático (ISE) para un voltaje de referencia de $V_d = -20V$.

$t = 2,0s$. También se observa en esta misma gráfica que la estimación algebraica en línea del parámetro de carga, se calcula rápidamente a través del algoritmo de estimación y tiene un tiempo de establecimiento muy corto ante cambios súbitos en la variable de referencia deseada, V_d .

En la figura 3.13 se muestra la evolución en el dominio del tiempo del índice de desempeño del controlador cuando sucede un cambio en el voltaje de referencia de $V_d = -20V$ a $V_d = -15V$ en el tiempo $t = 2s$. Puede apreciarse de la figura mencionada, que el valor del índice es casi constante a partir de $t = 2s$, lo cual significa que el error de control llega a ser cero en un tiempo finito.

Finalmente, en las gráficas 3.14 a la 3.18 se muestra la evolución en el tiempo de la corriente de entrada i_1 , la corriente de salida i_2 , el voltaje en el capacitor de enlace v_1 , el voltaje en el capacitor de salida v_2 , y la entrada de control promedio u_{av} , respectivamente, para un voltaje de salida deseado constante $V_d = -20V$. Esta prueba se realizó sin adaptar el parámetro de carga estimado a las variables de referencia dados en la expresión (3.18).

Puede verse de dichas gráficas que las variables mencionadas no siguen los valores de referencia, por lo que existe un error de magnitud considerable entre el valor de referencia y el valor medido. Esta prueba se realizó para mostrar la efectividad de la estimación en línea del parámetro de carga, al contrastar los resultados obtenidos en la primera prueba con los obtenidos en ésta última. En la figura 3.19 se muestra el cambio de

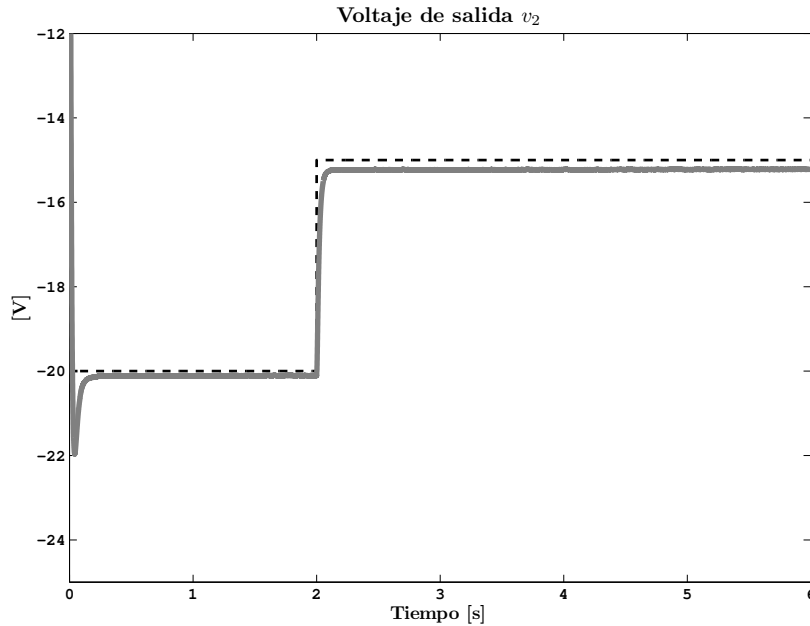


Figura 3.10: Respuesta en el tiempo del voltaje de salida v_2 ante un cambio súbito en el voltaje de referencia de $V_d = -20V$ a $V_d = -15V$ (valor de referencia con línea punteada y señal medidas y/o estimada con línea continua).

carga realizado en $t = 3s$.

Para ésta última prueba, el índice de desempeño ISE se comporta como se ilustra en en la figura 3.20. Puede apreciarse de la figura mencionada, que el valor del índice crece linealmente a partir de $t = 3s$, lo cual significa que el error de control no tenderá asintóticamente a cero en un tiempo finito.

3.6. Conclusiones del capítulo

En éste capítulo se abordó el problema de control del voltaje de salida de un convertidor electrónico de potencia CD/CD tipo \acute{C} uk. En primer lugar, se desarrolló el modelado dinámico de dicho convertidor. Puede concluirse de esta etapa, que dicho sistema es no-plano, pasivo y de fase no mínima cuando se considera como variable de salida al voltaje en el segundo capacitor.

En segundo lugar, se desarrolló un controlador por retroalimentación de la salida pasiva del error (ETED-POF) para regular el voltaje de salida de un convertidor de potencia CD/CD tipo \acute{C} uk. Con base a las pruebas experimentales realizadas en la plataforma construida, se verificó la robustez del controlador ante cambios súbitos tanto en la carga de salida del convertidor, como en el voltaje de referencia deseado. Puede concluirse entonces, que la robustez del controlador proviene de la adaptación del parámetro de carga en línea a las

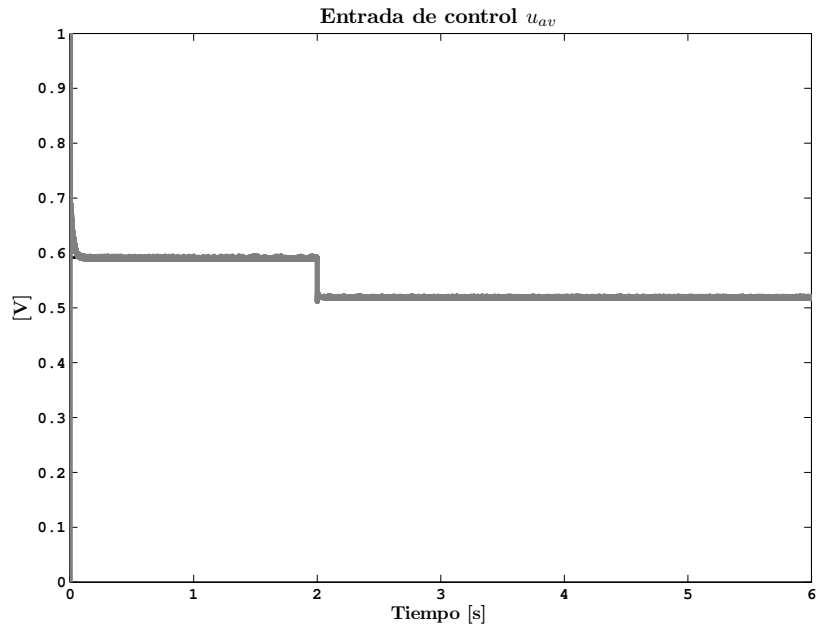


Figura 3.11: Respuesta en el tiempo de la estimación en línea del parámetro de carga \hat{R}_L ante un cambio súbito en el voltaje de referencia de $V_d = -20V$ a $V_d = -15V$ (valor de referencia con línea punteada y señal medidas y/o estimada con línea continua).

variables de referencia deseadas.

La rapidez del algoritmo de estimación del parámetro de carga es de gran importancia para conseguir la robustez en la variable del voltaje de salida del convertidor, ya que mediante éste valor estimado automáticamente se inyecta la corriente que necesita el convertidor para mantener el voltaje real impuesto por la referencia deseada.

El método seleccionado para diseñar el controlador permite evitar la linealización alrededor de un único punto de equilibrio del modelo dinámico no lineal autónomo del convertidor. El sustento teórico formal desarrollado para la estabilidad del sistema en lazo cerrado, permite establecer que el rango de operación de éste convertidor es más amplio, toda vez que, sin tomar en cuenta las consideraciones de carácter práctico (como el fenómeno de saturación de la señal de control para el convertidor), la estabilidad obtenida es global y uniforme.

Cuando se sustituye el parámetro de carga estimado dentro de las variables de referencia del controlador, las características de estabilidad en lazo cerrado del convertidor-controlador son dominadas por las acciones del controlador. Por otro lado, la metodología aquí desarrollada para regulación de voltaje puede ser aplicada con éxito en otras topologías de convertidores del tipo CD/CD.

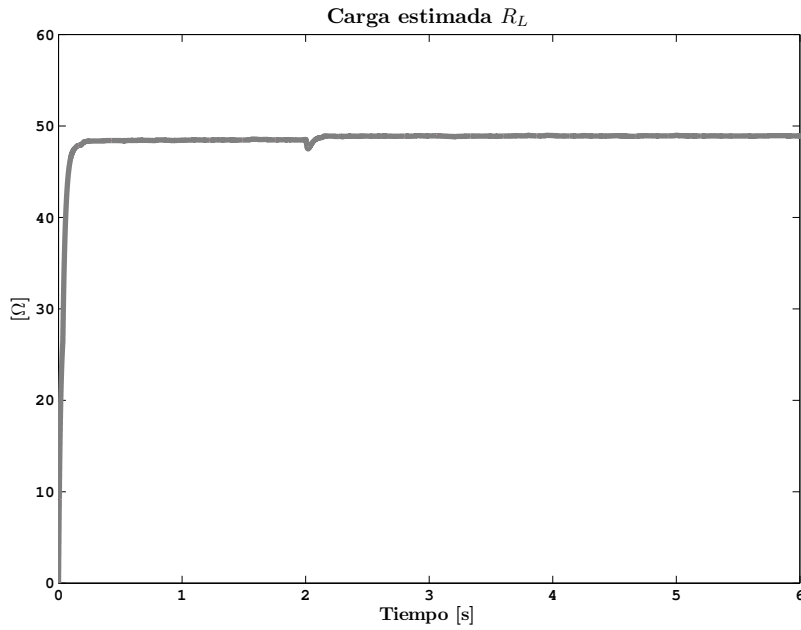


Figura 3.12: Respuesta en el tiempo de la entrada de control promedio u_{av} ante un cambio súbito en el voltaje de referencia de $V_d = -20V$ a $V_d = -15V$ (valor de referencia con línea punteada y señal medidas y/o estimada con línea continua).

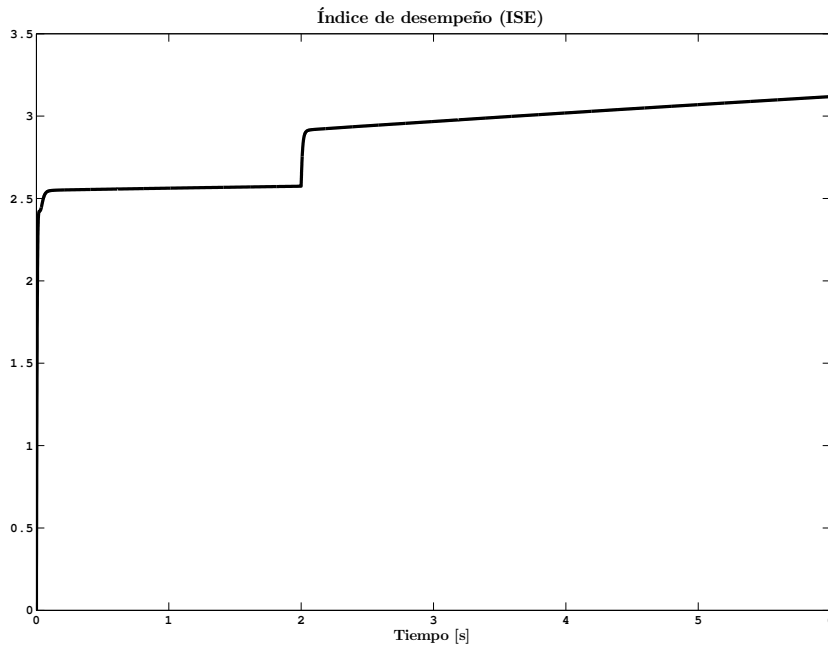


Figura 3.13: Evolución temporal de la integral del error cuadrático (ISE) para un cambio en el voltaje de referencia de $V_d = -20V$ a $V_d = -15V$ en el tiempo $t = 2s$.

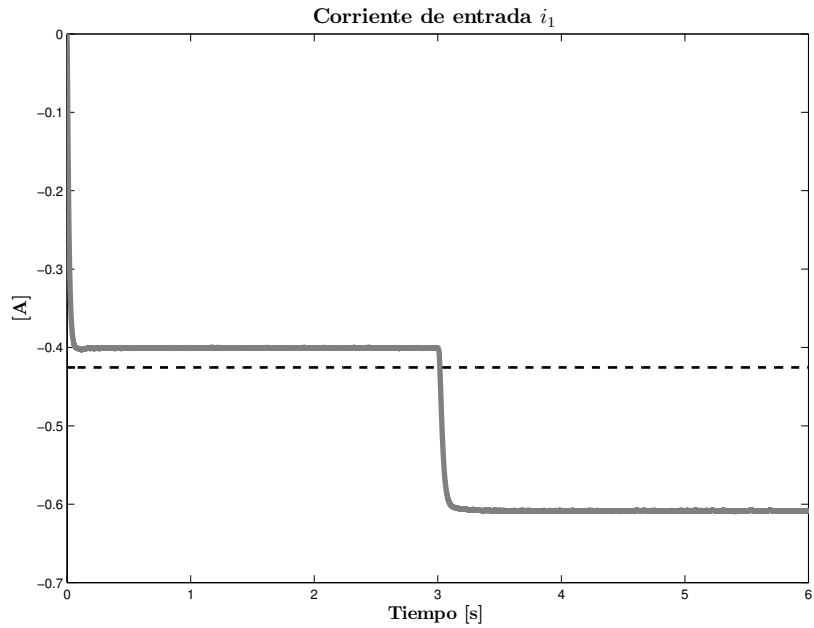


Figura 3.14: Respuesta en el tiempo de la corriente de entrada i_1 para un voltaje de salida deseado $V_d = -20V$, sin adaptar el parámetro de carga estimado a las variables de referencia (valor de referencia con línea punteada y señal medidas y/o estimada con línea continua).

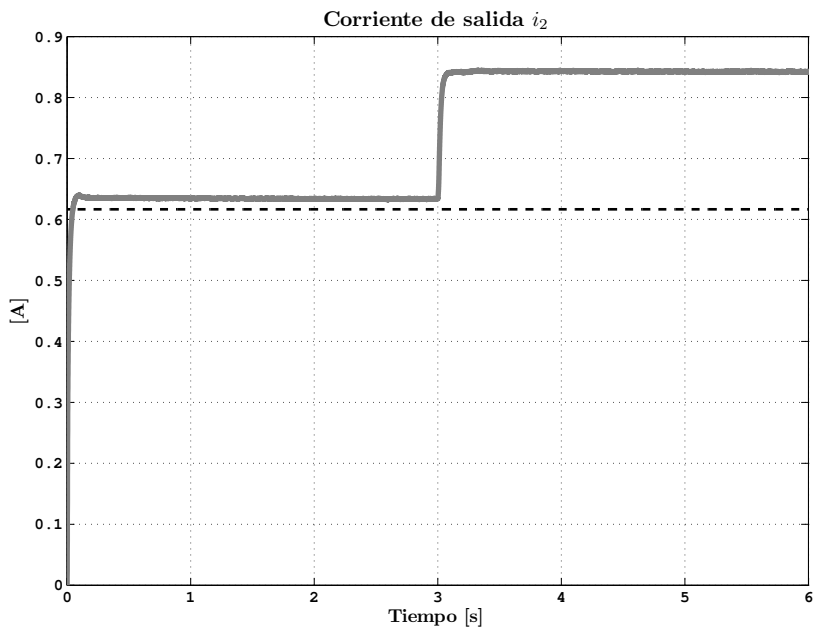


Figura 3.15: Respuesta en el tiempo de la corriente de entrada i_2 para un voltaje de salida deseado $V_d = -20V$, sin adaptar el parámetro de carga estimado a las variables de referencia (valor de referencia con línea punteada y señal medidas y/o estimada con línea continua).

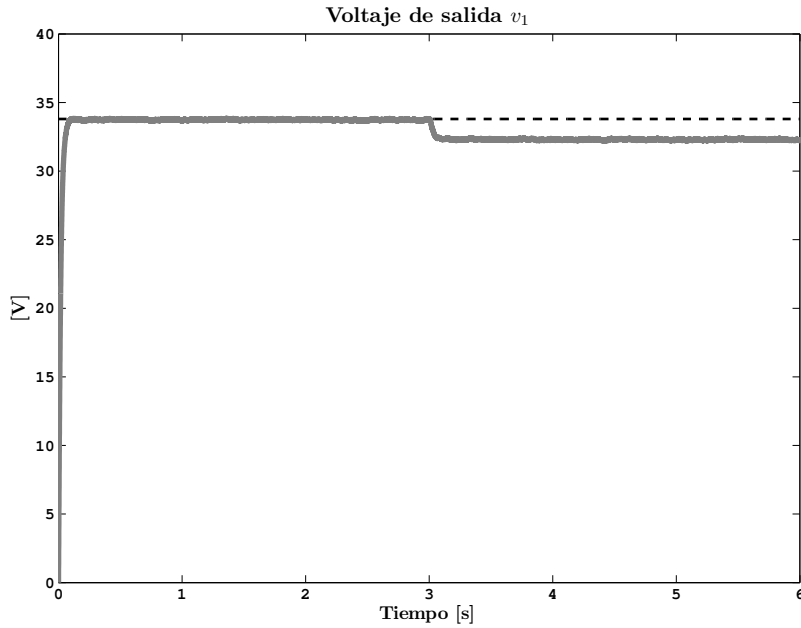


Figura 3.16: Respuesta en el tiempo del voltaje en el capacitor de enlace v_1 para un voltaje de salida deseado $V_d = -20V$, sin adaptar el parámetro de carga estimado a las variables de referencia (valor de referencia con línea punteada y señal medidas y/o estimada con línea continua).

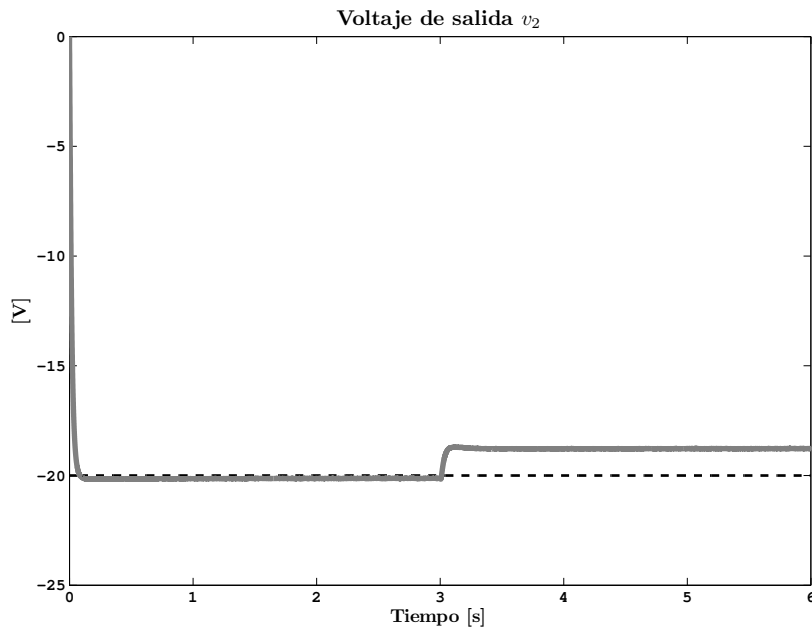


Figura 3.17: Respuesta en el tiempo del voltaje en el capacitor de salida v_2 para un voltaje de salida deseado $V_d = -20V$, sin adaptar el parámetro de carga estimado a las variables de referencia (valor de referencia con línea punteada y señal medida y/o estimada con línea continua).

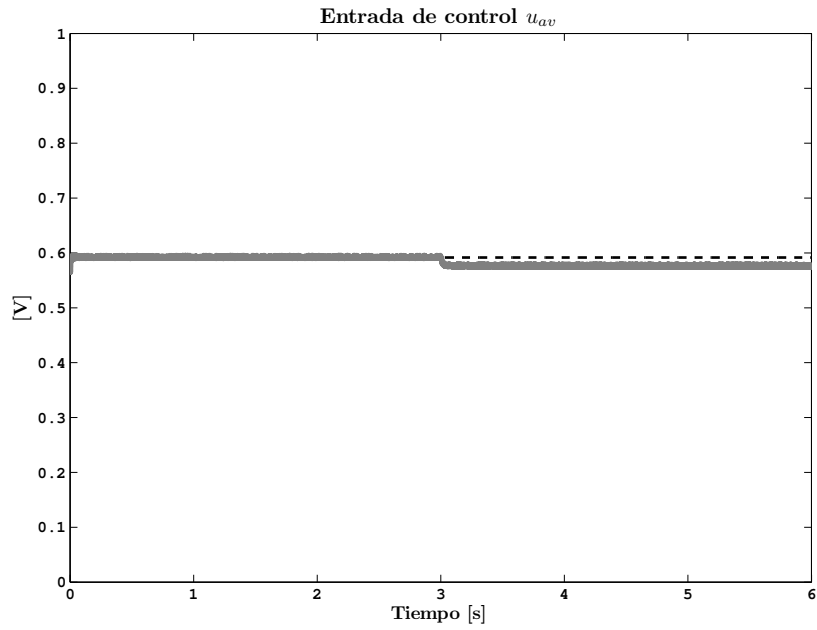


Figura 3.18: Respuesta en el tiempo de la entrada de control promedio u_{av} para un voltaje de salida deseado $V_d = -20V$, sin adaptar el parámetro de carga estimado a las variables de referencia (valor de referencia con línea punteada y señal medidas y/o estimada con línea continua).

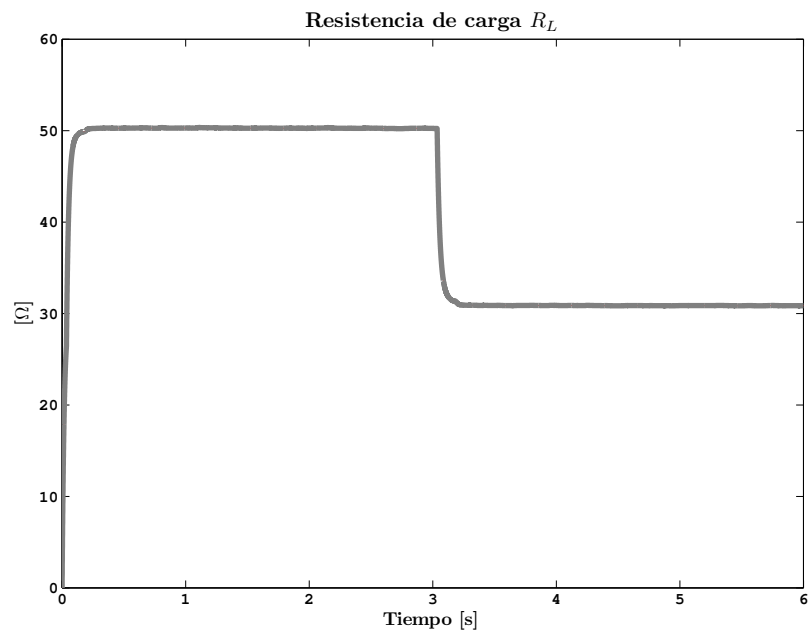


Figura 3.19: Respuesta en el tiempo de la variación de la carga \hat{R}_L , el cual no es adaptado a las variables de referencia.

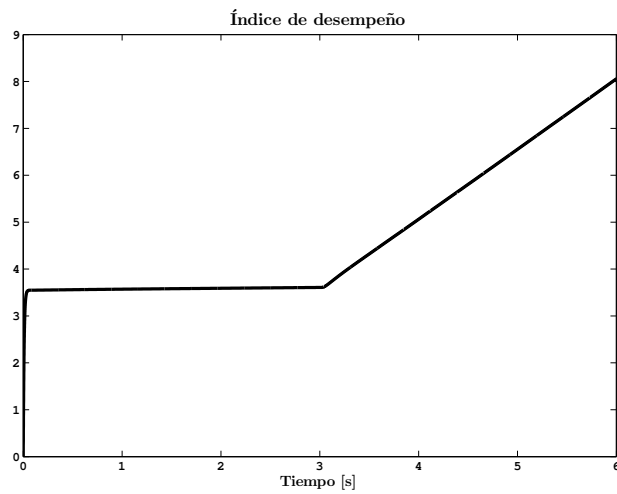


Figura 3.20: Evolución temporal de la integral del error cuadrático (ISE) cuando no se adapta el parámetro de carga estimado a las referencias del controlador.

Control por moldeo de energía e inyección de amortiguamiento de un motor de CD alimentado por un convertidor tipo reductor-elevador

4.1. Introducción

De manera general, los motores trabajan con base al principio básico de que los campos magnéticos producen fuerzas sobre alambres que conducen una corriente. Los principios físicos sobre los cuales se basan algunos de los conceptos a los que se refiere ésta sección están contenidos en [119].

Muchos procesos industriales requieren de máquinas con distintos requerimientos de velocidad y par. Dicha función ha sido proporcionada confiablemente por los motores de corriente directa (a partir de ahora referidos como motores de CD) por más de un siglo [57]. Los manejadores de la potencia de motores de CD, representan entre el 10 % al 20 % de la demanda de energía eléctrica en algunas instalaciones industriales [120]. Así, los motores de CD han proporcionado el mejor método de control de velocidad hasta antes de la aparición de los variadores de velocidad (ASD, por sus siglas en inglés, *Adjustable Speed Drive*). Derivado del bajo costo y la creciente utilización de los ASD's, los motores de CD son menos comunes en algunas aplicaciones, pero aún proporcionan características par-velocidad superiores comparadas con motores de CA, lo que los convierte en la mejor selección para algunas aplicaciones [121].

En dependencia de la configuración de los arrollamientos de un motor de CD, éste puede obtener una característica de velocidad de 3:1 a potencia constante y de hasta 8:1 con una carga de par variable. También puede proporcionar, típicamente entre 3 a 5 veces su par nominal en situaciones de emergencia sin detenerse. Esta flexibilidad en las características par-velocidad de los motores de CD proviene de los métodos básicos para conectar los devanados de campo y de armadura: *de excitación por imán permanente, de excitación*

separada, de excitación shunt, de excitación serie y de excitación compuesta [119, 121].

Por otro lado, el control de la velocidad en motores alimentados mediante convertidores de potencia de tipo conmutado, sin el uso de sensores mecánicos, es un área que ha atraído la atención de la comunidad científica, en gran parte debido al uso extensivo de este tipo de dispositivos. En este trabajo de tesis, son de interés aquellos motores de CD que son alimentados de manera directa a partir de una fuente de CD (paneles solares, baterías, celdas de combustible, ultra-capacitores, etc. [45, 122]). Una de las principales características del desarrollo expuesto en éste capítulo es la eliminación de sensores mecánicos para obtener información tanto de la velocidad angular como de pares de carga externos en el eje de la máquina de CD (técnica que en la literatura se conoce por el vocablo inglés *sensorless* [46, 123]).

Adicionalmente, los convertidores de potencia CD/CD se pueden emplear en forma eficiente como manejadores de la potencia en motores de CD [124]. Una de las topologías electrónicas que se emplean con mayor frecuencia para alimentar motores de CD, es el convertidor reductor-elevador (en inglés, *buck-boost*). Lo anterior es debido en buena medida, a algunas de sus características eléctricas: alta eficiencia sobre un rango amplio del voltaje de entrada; un voltaje de salida cuya magnitud se puede hacer mayor o menor que la magnitud del voltaje constante de entrada; control en modo-conmutado que puede ser sintetizado con facilidad; y una topología de circuito simple, similar a la de los convertidores reductor y elevador (en inglés, *buck* y *boost*, respectivamente).

Es importante aclarar que a diferencia de los convertidores reductor y elevador, en el caso del convertidor reductor-elevador, el voltaje de salida es de polaridad opuesta a la del voltaje de entrada [125]. En años recientes, se ha empleado el convertidor reductor-elevador en vehículos eléctricos e híbridos, alimentados por celdas de combustible y super-capacitores [126, 127]. La topología del convertidor reductor-elevador ofrece mejor desempeño cuando se le compara con otras topologías de convertidores que emplean un sólo dispositivo electrónico de conmutación, tales como los así denominados convertidores Ćuk, Zeta y SEPIC [128].

También se ha probado la eficacia del convertidor reductor-elevador en su configuración bidireccional, para alimentar motores de CD utilizados en la tracción de vehículos eléctricos, lo que ha permitido tanto un adecuado control de la velocidad como del frenado regenerativo [129, 130]. De igual forma, el convertidor reductor-elevador se ha empleado con éxito en variadores de velocidad y en aplicaciones relacionadas con la corrección del factor de potencia [131, 132, 133, 134].

Linares *et al.* [47] reportan un trabajo relacionado con el empleo del convertidor buck-boost para alimentar y controlar la velocidad de un motor de CD, sin utilizar un sensor mecánico de velocidad. Dicho artículo contiene resultados que sirven como punto de partida para el desarrollo de esta parte de la tesis doctoral. No obstante, Linares *et al.* no consideraron los pares de carga externos a los que puede estar sometido el eje del motor. Como se verá más adelante en este capítulo, aquí se consideró la presencia de pares de carga externos de naturaleza arbitraria, pero absolutamente uniformemente acotados, sin el empleo de algún sensor de par

para determinar la magnitud de tales perturbaciones.

En [10], se considera el control basado en pasividad de un motor de CD alimentado por un convertidor tipo elevador. En dicho trabajo se utiliza un estimador algebraico para la estimación del par el cual es estimado en línea utilizando mediciones ruidosas de las variables de estado. Se emplea un controlador basado en pasividad del tipo ETEDPOF. No obstante el par de carga considerado es contante de una sola pieza y la velocidad angular es medida mediante un taco-generador.

González-Rivera *et al.* en [58] proponen el diseño de un controlador de velocidad PI de un motor de CD alimentado por un convertidor tipo reductor-elevador con base a observadores lineales de velocidad y del par de carga. Sin embargo, no se presenta el sustento teórico que sustente la sintonización de los observadores y del controlador por separado. Además los resultados presentados son de simulación.

Kumar *et al.* [60] proponen un control basado en pasividad del tipo ETEDPOF para controlar la velocidad de un motor de CD alimentado por un convertidor tipo reductor. El par de carga es estimado mediante métodos algebraicos y observadores de orden reducido. Pese a que los resultados presentados son experimentales y confirman la efectividad de la solución propuesta, se emplea un sensor de velocidad mecánico para la medición de la velocidad angular.

Las principales contribuciones de este capítulo son: por un lado el diseño de un observador lineal GPIO (por sus siglas en inglés, *Generalized Proportional Integral Observer*) de orden reducido para estimar en forma simultánea la velocidad angular y el par de carga no lineal del sistema combinado convertidor buck-boost/motor de CD, y por el otro, el establecimiento de un principio de separación para el control basado en pasividad (empleando la metodología de moldeo de energía e inyección de amortiguamiento), sin el empleo de sensores mecánicos de la velocidad de éste sistema.

La ley de control que se propone en éste capítulo, ejerce la acción de rechazo activo de perturbaciones mediante la estimación tanto de los pares de perturbación exógenos aditivos, como de la velocidad angular del eje del motor de CD. Dichas estimaciones se llevan a cabo en línea utilizando un observador lineal GPIO. Este tipo de observador es aplicable en forma natural a los sistemas no lineales que poseen la propiedad de ser diferencialmente planos [2, 3]. Pese a que, como se verá más adelante, el motor de CD alimentado por un convertidor reductor-elevador es un sistema diferencialmente no-plano, se emplea una versión reducida del observador GPIO, con base a una parte plana del modelo dinámico de dicho sistema.

Los pares de carga estimados por el observador GPI, son incorporados dentro de la dinámica de referencia del controlador, y así se emplean para dar una cancelación aproximada de sus efectos, mientras que de manera simultánea, el observador GPI también estima la velocidad angular del eje del motor. Las perturbaciones aditivas que afectan el desempeño del sistema se consideran variantes en el tiempo pero uniformemente absolutamente acotadas. Como se verá en los resultados aquí presentados, tales perturbaciones se pueden

estimar en una configuración en línea con una exactitud pre-especificada. Estas estimaciones son de una naturaleza aproximada y, combinadas con una ley de control no lineal (ESDI), permiten cancelar en forma efectiva la perturbación en el par de carga del eje del motor, consiguiendo así que el sistema en lazo cerrado se desempeñe de la manera deseada.

Se probará que el sistema combinado no lineal convertidor buck-boost/motor de CD es *diferencialmente no plano* [2, 3]. Por esta razón no se puede inducir, mediante retroalimentación, una dinámica lineal del error de seguimiento en lazo cerrado. De hecho, no es posible construir un observador no lineal, con dinámica lineal del error de estimación, [135]. Para evitar la dificultad anterior, en este trabajo se diseña un observador GPI de orden reducido a partir de la dinámica lineal del motor de CD de imán permanente, la cual constituye una parte diferencialmente plana del sistema no lineal completo. Para diseñar el observador antes citado, se toma como salida auxiliar la corriente de armadura del motor, $y = i_a$, y como entrada de control auxiliar el voltaje del capacitor de salida, $u = v_C$ (see J. Linares-Flores *et al.* [48]).

Las limitantes que impone la carencia de observabilidad global del sistema completo son eliminadas por el establecimiento de la propiedad de Estabilidad de Entrada al Estado (ISS, por sus siglas en inglés, *Input to State Stability*), [35]. De esta forma, la utilidad del esquema de control propuesto depende del desempeño del observador, ya que el error de control tenderá a cero sólo si el error de observación tiende hacia una pequeña vecindad deseada en el espacio de fase del error de estimación del observador. La condición anterior depende a la vez del régimen de operación considerado para la máquina de CD. Sin embargo es importante aclarar que la *propiedad ISS* establece que no importando como sea diseñado el observador sin sensores (sensorless), todavía queda garantizada la estabilidad del sistema en lazo cerrado [136].

Este capítulo está organizado de la siguiente manera. La sección 4.2 presenta el modelo dinámico en forma promedio para el sistema en cascada convertidor reductor-elevador/motor de CD. La sección 4.3 presenta el diseño de un observador GPI de orden reducido para estimar la velocidad angular y el par de carga variante en el tiempo del eje del motor de CD. La generación de las variables de referencia que incluyen el valor estimado del par de carga; el desarrollo de un controlador promedio basado en pasividad sin el empleo de sensores mecánicos (sensorless) utilizando la así denominada metodología de “Moldeo de Energía e Inyección de Amortiguamiento”; y el establecimiento de las propiedades ISS de la dinámica del error se muestran en la sección 4.4. La sección 4.5 describe la plataforma experimental utilizada para probar la efectividad el método de control propuesto, así como los resultados experimentales y de simulación obtenidos. Finalmente, la sección 4.6 presenta algunas conclusiones del capítulo.

4.2. Modelo dinámico promedio del sistema combinado convertidor buck-boost/motor de CD

Considérese un motor de CD con su circuito de armadura actuando como una carga para un convertidor de potencia CD/CD del tipo “reductor-elevador” como se muestra en la Figura 4.1. Dicha combinación

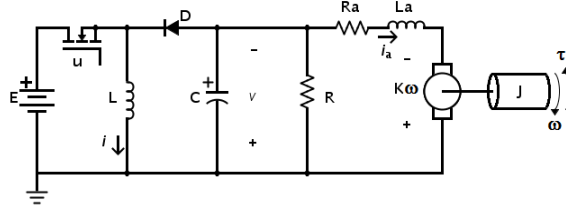


Figura 4.1: Diagrama esquemático del sistema en cascada convertidor reductor-elevador/motor de CD.

constituye un variador de velocidad angular de un sólo cuadrante. El modelo matemático en forma promedio del sistema compuesto está dado por (véase J. Linares-Flores et. al. [47]):

$$L \frac{di_L}{dt} = (1 - u_{av}) v_C + E u_{av} \quad (4.1)$$

$$C \frac{dv_C}{dt} = -(1 - u_{av}) i_L - \left(\frac{1}{R_L} \right) v_C - i_a \quad (4.2)$$

$$L_a \frac{di_a}{dt} = v_C - R_a i_a - K_e \omega \quad (4.3)$$

$$J \frac{d\omega}{dt} = K_t i_a - D \omega - \tau_L(t) \quad (4.4)$$

$$y = \omega \quad (4.5)$$

donde i_L es la corriente del inductor del convertidor, v_C es el voltaje de salida del convertidor, i_a es la corriente que circula por el circuito de armadura del motor de CD y ω es la velocidad angular del eje del motor, la cual puede estar sujeta a un par de perturbación variante en el tiempo, pero desconocido $\tau_L(t)$. E es la fuente del voltaje de alimentación constante del convertidor, J es la inercia del rotor del motor, D es el coeficiente de fricción viscosa, R_a es la resistencia del circuito de armadura del motor, R_L es la resistencia de carga de la salida del convertidor y K_e , K_t , son las constantes eléctrica y mecánica del motor, respectivamente. La entrada de control promedio es denotada mediante, u_{av} , y representa una posición promedio para la función de posición del dispositivo de conmutación presente en el circuito convertidor reductor-elevador. Dicha variable toma valores en el intervalo cerrado $[0, 1]$. En las siguientes subsecciones se mostrará que el modelo dinámico dado por (3.1)-(3.5) es no plano, pasivo-disipativo y de fase no mínima.

4.2.1. Diferencialmente no-plano

En este apartado se hará uso, de los teoremas 2.2 y 2.3 para probar que el modelo dinámico que representa al motor de CD alimentado por un convertidor tipo reductor-elevador, es no plano. Considérese el modelo dinámico promedio normalizado (2.35):

$$\frac{d}{d\tau} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 + 1 \\ -x_1 - \frac{1}{Q} x_2 - x_3 \\ -Q_a x_3 - \frac{\kappa x_4}{\alpha} + \frac{x_2}{\alpha} \\ \frac{\kappa x_3}{\gamma} - \frac{\beta x_4}{\gamma} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -x_2 \\ x_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u_{av} \quad (4.6)$$

donde $Q = R\sqrt{C/L}$, $\alpha = L_a/L$, $Q_a = R_a\sqrt{C/L}$. Además $\kappa = K/(E\sqrt{LC})$, $\gamma = J/(LC^2E^2)$ y $\beta = (D/LCE^2)(\sqrt{L/C})$. No es difícil apreciar que:

$$f(x) = \begin{bmatrix} x_2 + 1 \\ -x_1 - \frac{1}{Q}x_2 - x_3 \\ -\frac{Q_a x_3}{\alpha} - \frac{\kappa x_4}{\gamma} + \frac{x_2}{\alpha} \\ \frac{\kappa x_3}{\gamma} - \frac{\beta x_4}{\gamma} \end{bmatrix}, \quad g(x) = \begin{bmatrix} -x_2 \\ x_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

Con base a los campos vectoriales dados en (4.7), se calculan los corchetes de Lie involucrados en la "matriz de controlabilidad". Así se tiene que:

$$\begin{aligned} ad_f g &= \frac{\partial g}{\partial x} f - \frac{\partial f}{\partial x} g = \begin{pmatrix} x_3 + \frac{x_2}{Q} \\ \frac{x_1}{Q} + 1 \\ -\frac{x_1}{\alpha} \\ 0 \end{pmatrix} \\ ad_f^2 g &= \frac{\partial ad_f g}{\partial x} f - \frac{\partial f}{\partial x} ad_f g = \begin{pmatrix} -\frac{\alpha - x_2 + Q_a x_3 + \kappa x_4}{\alpha} - \frac{x_2}{Q^2} - \frac{2x_1 + x_3}{Q} \\ \frac{2x_2 + 2}{Q} - \frac{x_1 - \alpha x_3}{\alpha} + \frac{x_1}{Q^2} \\ -\frac{Q_a x_1 + \alpha(x_2 + 2)}{\alpha^2} - \frac{x_1}{Q\alpha} \\ \frac{\kappa x_1}{\alpha\gamma} \end{pmatrix} \\ ad_f^3 g &= \frac{\partial ad_f^2 g}{\partial x} f - \frac{\partial f}{\partial x} ad_f^2 g = \\ &= \begin{pmatrix} \vartheta_1 - \vartheta_2 \\ -\frac{4Q^2 x_1 - x_1 - 3Q + 2Q^2 x_3 + Q^3}{Q^3} - \frac{\alpha(2Q^2 x_1 + 3Q^3 + 2Q^3 Q_a x_3 + 2Q^3 \kappa x_4) + Q^3 Q_a x_1}{Q^3 \alpha^2} \\ \frac{\kappa^2 x_1}{\alpha^2 \gamma} - \frac{\alpha^2(3Q + x_1 + 2Q x_2 - Q^2 x_1) + \alpha(3Q^2 Q_a - Q^2 x_1 + Q Q_a x_1 + 2Q^2 Q_a x_2) + Q^2 Q_a^2 x_1}{\gamma(\alpha\kappa(3Q + x_1 + 2Q x_2) + Q Q_a \kappa x_1) + Q\alpha\beta\kappa x_1} \\ \frac{Q^2 \alpha^3}{Q\alpha^2 \gamma^2} \end{pmatrix} \end{aligned}$$

donde:

$$\begin{aligned} \vartheta_1 &= \frac{\alpha^2 \gamma x_2 - Q^2 (4\alpha^2 \gamma + 2\alpha \gamma x_2 + 4\alpha^2 \gamma x_2 - \alpha \gamma \kappa x_4 - Q_a \alpha \gamma x_3) + Q \alpha^2 \gamma x_3}{Q^3 \alpha^2 \gamma} \\ \vartheta_2 &= \frac{-\gamma x_3 Q_a^2 - \gamma x_4 Q_a \kappa + \gamma x_2 Q_a + \gamma x_3 \alpha^2 + x_3 \alpha \kappa^2 - \beta x_4 \alpha \kappa + \gamma x_3 \alpha}{\alpha^2 \gamma} \end{aligned}$$

Se puede comprobar, con ayuda de alguna herramienta de cálculo simbólico, que al sustituir los vectores anteriores en la expresión para la matriz de controlabilidad, $\mathcal{C}(x)$, dada en la expresión (2.51):

$$\mathcal{C}(x) = \begin{bmatrix} g & ad_f g & \cdots & ad_f^{m-2} g & ad_f^{m-1} g \end{bmatrix}$$

dicha matriz es de rango completo, es decir que $\text{rango}(\mathcal{C}(x)) = 4$, por lo que se satisface la primera hipótesis del teorema 2.3. Por otro lado, para que el modelo dinámico normalizado (4.6) sea linealizabile en forma exacta, el conjunto reducido de campos vectoriales (2), dado en este caso por:

$$D = \{g, ad_f g, ad_f^2 g\} \quad (4.8)$$

deberá ser involutivo. Para comprobar lo anterior es necesario calcular los siguientes corchetes de Lie:

$$[g, ad_f g] = \frac{\partial ad_f g}{\partial x} g - \frac{\partial g}{\partial x} ad_f g = \begin{pmatrix} \frac{2x_1}{Q} + 1 \\ -x_3 - \frac{2x_2}{Q} \\ \frac{x_2}{\alpha} \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$[g, ad_f^2 g] = \frac{\partial ad_f^2 g}{\partial x} g - \frac{\partial g}{\partial x} ad_f^2 g = \begin{pmatrix} x_3 + \frac{2(2x_2+1)}{Q} \\ \frac{Q+4x_1+x_3}{Q} + \frac{Q_a x_3 + \kappa x_4}{\alpha} \\ \frac{\alpha(x_2 - Qx_1) + Q Q_a x_2}{Q \alpha^2} \\ -\frac{\kappa x_2}{\alpha \gamma} \end{pmatrix}$$

$$[ad_f g, ad_f^2 g] = \frac{\partial ad_f^2 g}{\partial x} ad_f g - \frac{\partial ad_f g}{\partial x} ad_f^2 g = \begin{pmatrix} \frac{\alpha(4Q^2 x_1 + Q^3 x_2 + 3Q^3) + 2Q^3 Q_a x_1}{Q^3 \alpha^2} - \frac{3Q + 2x_1 + 4Q x_2 + 3Q^2 x_3}{Q^3} \\ \frac{(3\alpha - 2x_2 + Q_a x_3 + \kappa x_4) Q^2 + (4\alpha x_1 + 2\alpha x_3) Q + 2\alpha x_2}{Q^3 \alpha} - \frac{x_1 + x_3}{\alpha} \\ -\frac{2\alpha - x_2 + 2Q_a x_3 + \kappa x_4}{\alpha^2} - \frac{Q(Q_a x_2 + \alpha(3x_1 + 2x_3)) + 2\alpha x_2}{Q^2 \alpha^2} \\ \frac{\kappa(x_3 + \frac{x_2}{Q})}{\alpha \gamma} \end{pmatrix}$$

Luego se forman las matrices:

$$\mathcal{C}_1(x) = \begin{bmatrix} g & ad_f g & ad_f^2 g \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} -x_2 & x_3 + \frac{x_2}{Q} & -\frac{\alpha - x_2 + Q_a x_3 + \kappa x_4}{\alpha} - \frac{x_2}{Q^2} - \frac{2x_1 + x_3}{Q} \\ x_1 & \frac{x_1}{Q} + 1 & \frac{2x_2 + 2}{Q} - \frac{x_1 - \alpha x_3}{\alpha} + \frac{x_1}{Q^2} \\ 0 & -\frac{x_1}{\alpha} & -\frac{Q_a x_1 + \alpha(x_2 + 2)}{\alpha^2} - \frac{x_1}{Q \alpha} \\ 0 & 0 & \frac{\kappa x_1}{\alpha \gamma} \end{pmatrix}$$

$$\mathcal{C}_2(x) = \begin{bmatrix} g & ad_f g & ad_f^2 g & [g, ad_f g] \end{bmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -x_2 & x_3 + \frac{x_2}{Q} & -\frac{\alpha - x_2 + Q_a x_3 + \kappa x_4}{\alpha} - \frac{x_2}{Q^2} - \frac{2x_1 + x_3}{Q} & \frac{2x_1}{Q} + 1 \\ x_1 & \frac{x_1}{Q} + 1 & \frac{2x_2 + 2}{Q} - \frac{x_1 - \alpha x_3}{\alpha} + \frac{x_1}{Q^2} & -x_3 - \frac{2x_2}{Q} \\ 0 & -\frac{x_1}{\alpha} & -\frac{Q_a x_1 + \alpha(x_2 + 2)}{\alpha^2} - \frac{x_1}{Q \alpha} & \frac{x_2}{\alpha} \\ 0 & 0 & \frac{\kappa x_1}{\alpha \gamma} & 0 \end{pmatrix}$$

$$\mathcal{C}_3(x) = \begin{bmatrix} g & ad_f g & ad_f^2 g & [g, ad_f^2 g] \end{bmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -x_2 & x_3 + \frac{x_2}{Q} & -\frac{\alpha - x_2 + Q_a x_3 + \kappa x_4}{\alpha} - \frac{x_2}{Q^2} - \frac{2x_1 + x_3}{Q} & x_3 + \frac{2(2x_2+1)}{Q} \\ x_1 & \frac{x_1}{Q} + 1 & \frac{2x_2 + 2}{Q} - \frac{x_1 - \alpha x_3}{\alpha} + \frac{x_1}{Q^2} & \frac{Q+4x_1+x_3}{Q} + \frac{Q_a x_3 + \kappa x_4}{\alpha} \\ 0 & -\frac{x_1}{\alpha} & -\frac{Q_a x_1 + \alpha(x_2 + 2)}{\alpha^2} - \frac{x_1}{Q \alpha} & \frac{\alpha(x_2 - Qx_1) + Q Q_a x_2}{Q \alpha^2} \\ 0 & 0 & \frac{\kappa x_1}{\alpha \gamma} & -\frac{\kappa x_2}{\alpha \gamma} \end{pmatrix}$$

$$\mathcal{C}_4(x) = \begin{bmatrix} g & ad_f g & ad_f^2 g & [ad_f g, ad_f^2 g] \end{bmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -x_2 & x_3 + \frac{x_2}{Q} & -\frac{\alpha - x_2 + Q_a x_3 + \kappa x_4}{\alpha} - \frac{x_2}{Q^2} - \frac{2x_1 + x_3}{Q} & \rho_1 \\ x_1 & \frac{x_1}{Q} + 1 & \frac{2x_2 + 2}{Q} - \frac{x_1 - \alpha x_3}{\alpha} + \frac{x_1}{Q^2} & \rho_2 \\ 0 & -\frac{x_1}{\alpha} & -\frac{Q_a x_1 + \alpha(x_2 + 2)}{\alpha^2} - \frac{x_1}{Q \alpha} & \rho_3 \\ 0 & 0 & \frac{\kappa x_1}{\alpha \gamma} & \rho_4 \end{pmatrix}$$

donde:

$$\begin{aligned}\rho_1 &= \frac{\alpha (4Q^2 x_1 + Q^3 x_2 + 3Q^3) + 2Q^3 Q_a x_1}{Q^3 \alpha^2} - \frac{3Q + 2x_1 + 4Qx_2 + 3Q^2 x_3}{Q^3} \\ \rho_2 &= \frac{(3\alpha - 2x_2 + Q_a x_3 + \kappa x_4) Q^2 + (4\alpha x_1 + 2\alpha x_3) Q + 2\alpha x_2}{Q^3 \alpha} - \frac{x_1 + x_3}{\alpha} \\ \rho_3 &= -\frac{2\alpha - x_2 + 2Q_a x_3 + \kappa x_4}{\alpha^2} - \frac{Q (Q_a x_2 + \alpha (3x_1 + 2x_3)) + 2\alpha x_2}{Q^2 \alpha^2} \\ \rho_4 &= \frac{\kappa \left(x_3 + \frac{x_2}{Q} \right)}{\alpha \gamma}\end{aligned}$$

Es posible demostrar, con ayuda de alguna herramienta de cálculo simbólico, que la matriz $\mathcal{C}_1(x)$ es de rango 3 ($\text{rango}(\mathcal{C}_1(x)) = 3$) y que las matrices $\mathcal{C}_2(x)$, $\mathcal{C}_3(x)$, $\mathcal{C}_4(x)$, son de rango 4 ($\text{rango}(\mathcal{C}_2(x)) = \text{rango}(\mathcal{C}_3(x)) = \text{rango}(\mathcal{C}_4(x)) = 4$). Por tanto, ya que los rangos de las matrices aumentadas son distintos al rango de la matriz reducida, entonces el conjunto de campos vectoriales (4.2.1) no es involutivo. Por tanto, el modelo dinámico normalizado para el motor de CD alimentado por un convertidor reductor elevador, no es linealizable en forma exacta, ya que no se cumple la segunda hipótesis del Teorema 2.3. Así, invocando el teorema 2.2, dicho sistema es diferencialmente no-plano.

4.2.2. Pasivo-disipativo

El modelo no lineal descrito en (4.1)-(4.4) se puede escribir como un sistema pasivo en forma matricial, como el dado en (2.60) (véase [87, 68]) de la siguiente forma:

$$A\dot{x} = \mathcal{J}(u_{av})x - \mathcal{R}x + \mathcal{B}u_{av} + \mathcal{E} \quad (4.9)$$

donde $A = \text{diag}(L, C, L_a, J)$ es una matriz diagonal definida positiva constante; $x = (i_L, v_C, i_a, \omega)^T \in \mathbb{R}^4$ es el vector de estados; $\mathcal{J}(u_{av}) \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$, es la matriz no disipativa (o conservativa); $u_{av} \in \mathbb{R}$ es la entrada de control promedio; $\mathcal{R} \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$, es la matriz disipativa que cumple con ser simétrica y semi-definida positiva, es decir, $\mathcal{R} = \mathcal{R}^T \geq 0$; $\mathcal{B} \in \mathbb{R}^{4 \times 1}$, es un vector constante que puede contener algunos términos que son dependientes de las fuentes externas y $\mathcal{E} \in \mathbb{R}^{4 \times 1}$, es un vector constante que representa a las fuentes de voltaje de alimentación del sistema. La dinámica expresada en (4.9) es compleja, pero cumple la Propiedad 3.1, es decir que, la matriz conservativa $\mathcal{J}(u_{av})$ satisface:

$$e^T \mathcal{J}(u_{av}) e = 0, \quad \forall u_{av} \in \mathbb{R}, \quad e \in \mathbb{R}^n$$

Con respecto a la matriz conservativa, la matriz disipativa y los vectores \mathcal{B} y \mathcal{E} , en el caso del motor de CD alimentado por un convertidor CD/CD tipo reductor-elevador, están dados como:

$$\mathcal{J}(u_{av}) = \begin{pmatrix} 0 & (1 - u_{av}) & 0 & 0 \\ -(1 - u_{av}) & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -K_e \\ 0 & 0 & K_t & 0 \end{pmatrix}$$

$$\mathcal{R} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{R_L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_a & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D \end{pmatrix}; \quad \mathcal{B} = \begin{pmatrix} E \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad \mathcal{E} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\tau_L(t) \end{pmatrix} \quad (4.10)$$

La matriz $\mathcal{J}(u_{av})$ es anti-simétrica, es decir, para todo u_{av} $\mathcal{J}^T(u_{av}) + \mathcal{J}(u_{av}) = 0$. Las constantes K_e and K_t son iguales debido a consideraciones de conservación entre la potencia eléctrica y la potencia mecánica presentes en el sistema, y serán denotadas a partir de ahora mediante K . No está demás decir que lo anterior es válido si se toma en cuenta que la potencia eléctrica absorbida por la fuerza contra-electromotriz es convertida en potencia mecánica (véase, por ejemplo, [137]). La matriz \mathcal{R} es simétrica y semi-definida positiva, es decir, $\mathcal{R}^T = \mathcal{R} \geq 0$.

Las propiedades de las matrices y vectores dados en (4.10) se satisfacen siempre y cuando la entrada de control promedio cumpla: $u_{av} \in [0, 1]$. Derivado del hecho de que la matriz no disipativa (conservativa) y la matriz disipativa del modelo promedio no lineal del motor de CD alimentado por un convertidor reductor-elevador, cumplen con ser antisimétrica y simétrica respectivamente, entonces el modelo promedio siempre se puede tratar como un sistema pasivo (ver [68]). Para comprobar que el sistema promedio no lineal del motor de CD alimentado por un convertidor reductor-elevador, como el dado en (4.1)-(4.4) es pasivo, se hace uso de las definiciones 3.1 y 3.2, las cuales se repiten a continuación por razones de claridad.

Definición 4.1. [34] *El sistema (4.9) es disipativo con respecto a la razón de cambio de la fuente de alimentación $s(u, y)$ si existe una función de almacenamiento de energía $H(x) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}_+$ y para todo $t_1 \geq t_0$, y para toda función de entrada u , la siguiente relación se lleva acabo:*

$$H(x(t_1)) - H(x(t_0)) \leq \int_{t_0}^{t_1} s(u(t), y(t)) dt \quad (4.11)$$

con $x(t_0) = x_0$ y $x(t_1)$ es el estado resultante, en el tiempo t_1 , de la solución tomando como condición inicial x_0 y como entrada de control a la función $u(t)$. Si H es diferenciable con respecto al tiempo t para todo $x \in \mathbb{R}^n$ y $u(t) \in \mathbb{R}$, entonces la desigualdad (4.11) es equivalente a (ver [116]):

$$\dot{H}(x) \leq s(u(t), y(t)) \quad (4.12)$$

El sistema está libre de pérdidas si alguna de las desigualdades (4.11), o (4.12) se cumple, ya que de hecho son equivalentes. \square

Definición 4.2. [34] *El sistema (4.9) es pasivo si este es disipativo con respecto a la razón de cambio de la fuente de alimentación $s(u, y) = uy$.* \square

La energía total que almacena el sistema reductor-elevador/Motor de CD está dada por:

$$H(x) = \frac{1}{2} x^T \mathcal{A} x \quad (4.13)$$

Sustituyendo en (4.13), los valores de \mathcal{A} y x se tiene la siguiente expresión:

$$H(x) = \frac{1}{2} L i_L^2 + \frac{1}{2} C v_C^2 + \frac{1}{2} L_a i_a^2 + \frac{1}{2} J \omega^2 \quad (4.14)$$

Cuya primera derivada con respecto al tiempo, está dada por:

$$\dot{H}(x) = L \frac{di_L}{dt} i_L + C \frac{dv_C}{dt} v_C + L_2 \frac{di_a}{dt} i_a + \frac{1}{2} J \frac{d\omega}{dt} \omega \quad (4.15)$$

Sustituyendo cada una de las ecuaciones dinámicas (4.1)-(4.4) en (4.15), después de algunas manipulaciones algebraicas se tiene que:

$$\dot{H}(x) = E u_{av} i_L - \frac{1}{R_L} v_C^2 - R_a i_a^2 - D \omega^2 \leq E u_{av} i_L = u y \quad (4.16)$$

Así, haciendo uso de la *definición 4.1*, se verifica que el sistema (4.1)-(4.4) es *disipativo*; luego entonces a partir de la *definición 4.2* se concluye que el sistema es *pasivo-disipativo*.

4.2.3. De fase no mínima

En esta sección se hará uso del método utilizado en el ejemplo 2.5 para mostrar que el motor de CD alimentado por un convertidor reductor-elevador es un sistema de fase no mínima cuando se considera la velocidad angular normalizada, x_4 , como la salida del sistema. Considérese el modelo normalizado para el motor de CD alimentado por un convertidor reductor-elevador dado en (4.6):

$$\frac{d}{d\tau} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 + 1 \\ -x_1 - \frac{1}{Q} x_2 - x_3 \\ -\frac{Q_a x_3}{\alpha} - \frac{\kappa x_4}{\alpha} + \frac{x_2}{\alpha} \\ \frac{\kappa x_3}{\gamma} - \frac{\beta x_4}{\gamma} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -x_2 \\ x_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u_{av}$$

La linealización entrada-salida mediante retroalimentación se lleva a cabo forzando a la ecuación para x_4 a representar una dinámica lineal con $\bar{y} = \omega_d < 0$ como punto de equilibrio asintótica y exponencialmente estable. Entonces se establece la entrada de control promedio como:

$$u_{av} = \frac{-\frac{1}{\alpha_1 \alpha_2} y - \frac{1}{\alpha_2 Q} \dot{y} - \lambda_0 (y - \bar{y}) - \lambda_1 \dot{y}}{\frac{1}{\alpha_1 \alpha_2} x_2}$$

con la restricción, $0 \leq u_{av} \leq 1$, y $\lambda_0, \lambda_1 \in \mathbb{R}_+$. El valor de la función de retroalimentación promedio u_{av} , correspondiente al estado estacionario de la variable de salida promedio y está dado por $u_{av}(\bar{y}) = \eta \bar{y} / x_1$, donde:

$$\eta = \frac{1}{\kappa} \left(\frac{Q_a \beta + \kappa^2 + \beta Q}{Q} \right)$$

El comportamiento ideal de la variable x_2 corresponde a un valor constante, es decir, $x_2 = \bar{x}_2 = (Q_a \beta + \kappa^2) \omega_d / \kappa$; y el comportamiento ideal de la variable x_3 también corresponde a un valor constante, $x_3 = \bar{x}_3 = (\beta / \kappa) \omega_d$. Así, La correspondiente dinámica de los ceros de la función de salida y es obtenida entonces como:

$$\dot{x}_1 = 1 - \left(\frac{(Q_a + \kappa^2) \eta \omega_d^2}{\kappa} \right) \frac{1}{x_1}$$

la cual tiene como punto de equilibrio a $\bar{x}_1 = ((Q_a\beta + \kappa^2)/\kappa)\eta\omega_d^2$. Es posible mostrar que dicha dinámica de los ceros es inestable. Para ello, se recurre a la linealización aproximada y se encuentra que alrededor del punto de equilibrio la linealización tangente de la dinámica para x_1 está dada por:

$$\dot{x}_{1\delta} = \left(\frac{\kappa}{\eta\omega_d^2(Q_a\beta + \kappa^2)} \right) x_{1\delta}$$

la cual es claramente inestable debido a la positividad estricta de todas las constantes involucradas. Ya que la dinámica de los ceros es inestable, entonces se concluye que el motor de CD alimentado por un convertidor reductor-elevador es un sistema de fase no mínima cuando se toma como salida a $y = x_4$.

4.3. Estimación de la velocidad y del par de carga exógeno

En lo que sigue, se harán las siguientes suposiciones:

- Las únicas variables disponibles para su medición son $i_L, v_C, e i_a$.
- El par de carga $\tau_L(t)$ es variante en el tiempo, pero se sabe que es de naturaleza uniformemente absolutamente acotada. A menos que se especifique lo contrario, se supondrá que el par de carga es completamente desconocido.
- Son conocidos los valores nominales de los parámetros $\{L, C, R_L, L_a, J, D, K_e, K_t, R_a\}$.
- Las cantidades, $\hat{\omega}(t)$ y $\hat{\tau}_L(t)$, y un número finito de sus derivadas temporales, por ejemplo m de ellas, vistas como funciones del tiempo, son absolutamente uniformemente acotadas para toda trayectoria, $\omega(t)$, del sistema, que converja hacia una vecindad de una trayectoria de referencia dada, $\omega^*(t)$, mediante la acción apropiada de un cierto controlador retroalimentado suave.

A partir de la dinámica lineal del motor de CD dada en (4.3) y (4.4), se diseña un observador GPI de orden reducido para la estimación indirecta de la velocidad angular ω , utilizando como una ecuación de salida auxiliar, que expresa la velocidad angular en términos del voltaje de entrada (el voltaje de salida del convertidor reductor-elevador) la corriente del circuito de armadura del motor de CD y su primera derivada temporal. Tal observador estima al mismo tiempo, de un modo más bien aproximado, el par de carga, $\tau_L(t)$. El observador está basado en el conocimiento de la corriente de armadura, i_a , y del voltaje de salida del convertidor reductor-elevador, $v_C(t) = u_1$ a partir de las siguientes ecuaciones:

$$L_a \frac{di_a}{dt} = \underbrace{v_C}_{:=u_1} - R_a i_a - K\omega \quad (4.17)$$

$$J \frac{d\omega}{dt} = K i_a - D\omega - \tau_L(t) \quad (4.18)$$

De este modo se tiene el siguiente resultado.

Proposición 4.1. Sea $\zeta > 0$ y $\omega_n > 0$ constantes tales que el siguiente polinomio, $p_d(s)$, en la variable compleja s , definido por:

$$p_d(s) = (s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)^2$$

es un polinomio Hurwitz de cuarto orden. Entonces el siguiente observador GPI de orden reducido:

$$\begin{aligned}\frac{d\rho}{dt} &= \left[\frac{K}{J} - \lambda_2 \frac{L}{K} - \lambda_3 \frac{R}{K} + \frac{L}{K} \left(\frac{D}{J} + \lambda_3 \right) \lambda_3 \right] i_a \\ &\quad - \left(\frac{D}{J} + \lambda_3 \right) \rho + \zeta_1 + \lambda_3 \frac{1}{K} u_1 \\ \frac{d\zeta_1}{dt} &= \zeta_2 + \lambda_2 \frac{1}{K} u_1 - \left(\lambda_2 \frac{R}{K} + \lambda_1 \frac{L}{K} - \lambda_2 \lambda_3 \frac{L}{K} \right) i_a - \lambda_2 \rho \\ \frac{d\zeta_2}{dt} &= \zeta_3 + \lambda_1 \frac{1}{K} u_1 - \left(\lambda_1 \frac{R}{K} + \lambda_0 \frac{L}{K} - \lambda_1 \lambda_3 \frac{L}{K} \right) i_a - \lambda_1 \rho \\ \frac{d\zeta_3}{dt} &= \lambda_0 \frac{1}{K} u_1 - \left(\lambda_0 \frac{R}{K} - \lambda_0 \lambda_3 \frac{L}{K} \right) i_a - \lambda_0 \rho\end{aligned}$$

con la estimación de la velocidad angular dada por:

$$\hat{\omega} = \rho - \lambda_3 \frac{L_a}{K} i_a \quad (4.19)$$

y la estimación del par de carga obtenido como:

$$\hat{\tau}_L = -J \left(\zeta_1 - \lambda_2 \frac{L_a}{K} i_a \right) \quad (4.20)$$

hace que el error de observación tienda asintóticamente exponencialmente hacia una vecindad tan pequeña como se desee, del origen del espacio del error de observación. Dicha vecindad puede hacerse tan pequeña como se requiera apartir de una selección apropiada de los parámetros de ganancia del observador $\{\lambda_3, \dots, \lambda_0\}$.

Demostración. De manera inicial, el observador GPI de orden reducido está dado por:

$$\frac{d\hat{\omega}}{dt} = \frac{K}{J} i_a - \frac{D}{J} \hat{\omega} + z_1 + \lambda_3 (\omega - \hat{\omega}) \quad (4.21)$$

$$\dot{z}_1 = z_2 + \lambda_2 (\omega - \hat{\omega}) \quad (4.22)$$

$$\dot{z}_2 = z_3 + \lambda_1 (\omega - \hat{\omega}) \quad (4.23)$$

$$\dot{z}_3 = \lambda_0 (\omega - \hat{\omega}) \quad (4.24)$$

con la inyección de la variable no medida, ω , dada por:

$$\omega = -\frac{L_a}{K} \left(\frac{di_a}{dt} \right) + \frac{u_1}{K} - \frac{R_a}{K} i_a \quad (4.25)$$

Debe notarse que se ha adoptado un polinomio de segundo orden como modelo interno para el par de carga desconocido, $\tau_L(t)$. La estructura del observador GPI se modifica para evitar la necesidad de derivadas temporales en la expresión para ω . Sustituyendo la expresión para ω in (4.21), se establece que:

$$\rho = \hat{\omega} + \lambda_3 \frac{L_a}{K} i_a$$

mientras que para las ecuaciones (4.22) to (4.24), se tiene:

$$\zeta_j = z_j + \lambda_{3-j} \frac{L_a}{K} i_a, \quad j = 1, 2, 3$$

Así, después de algunas manipulaciones algebraicas, se obtiene el observador GPI de orden reducido propuesto. La prueba se completa observando que el error de estimación para la velocidad angular, $e_{obs} = \omega - \hat{\omega}$, satisface la dinámica predominantemente lineal mostrada a continuación:

$$e_{obs}^{(4)} + \left(\frac{D}{J} + \lambda_3 \right) e_{obs}^{(3)} + \lambda_2 \ddot{e}_{obs} + \lambda_1 \dot{e}_{obs} + \lambda_0 e_{obs} = -\frac{1}{J} \tau_L^{(3)}(t) \quad (4.26)$$

Debido a que se supone que $\tau_L^{(3)}(t)$ es absolutamente uniformemente acotado, entonces existen coeficientes de diseño λ_k para el observador, que pueden elegirse mediante una comparación término a término de (4.26) con el polinomio característico deseado de cuarto orden, $p_d(s)$. De esta manera:

$$\begin{aligned} \lambda_3 &= 4\zeta\omega_n - \frac{D}{J} \\ \lambda_2 &= 2\omega_n^2 + 4\zeta^2\omega_n \\ \lambda_1 &= 4\omega_n^2\zeta\omega_n \\ \lambda_0 &= \omega_n^4 \end{aligned}$$

Si las raíces del polinomio característico se seleccionan lo suficientemente alejadas del eje imaginario en el semi-plano izquierdo del plano complejo, el efecto de la derivada temporal de tercer orden del par de carga, τ_L , puede disminuirse; con el error de estimación y sus derivadas temporales convergiendo hacia un disco tan pequeño como se requiera en el espacio de fase del error de estimación del observador (para generalidades relacionadas con los observadores GPI, véase [138] y [139]). \square

4.4. Diseño del controlador promedio para el sistema en cascada convertidor reductor-elevador/motor de CD

En esta sección, se muestra el desarrollo del controlador ESDI basado en pasividad sin el empleo de sensores. Adicionalmente, se establece de manera formal la propiedad ISS de la dinámica del error del sistema completo reductor-elevador/motor de CD. Ya que el sistema no lineal dado por (4.1) to (4.4) es *diferencialmente no plano* [3, 2], por tanto no es posible inducir, mediante retroalimentación, una dinámica lineal de seguimiento del error en lazo cerrado. Así, se diseña un controlador basado en pasividad mediante la técnica tradicional de *moldeo de energía e inyección de amortiguamiento* (ESDI) más un observador GPI de orden reducido a través del modelo dinámico del motor de CD.

4.4.1. Generación de las variables de referencia

La generación de las variables de referencia deseadas ω_d , i_{a_d} , v_{C_d} , and i_{L_d} , requeridas por el controlador retroalimentado, se lleva a cabo de acuerdo con los siguientes objetivos:

- Estimar el par de carga exógeno y la velocidad angular del eje del motor mediante el observador GPI de orden reducido.
- Se desea que la velocidad angular del eje del motor se estabilice en un valor de referencia constante, denotado por ω_d . Se aborda el problema de la robustez mediante adaptación del par de carga variante

en el tiempo estimado dentro de la ley de control retroalimentado. Lo anterior permite cancelar los efectos de los cambios variantes en el tiempo de la carga mecánica, sin la necesidad de emplear un sensor para la velocidad angular.

Los valores de referencia deseados se calculan a partir de la condición de equilibrio en (4.9):

$$\mathcal{A}\bar{x} = \mathcal{J}(u_{av})\bar{x} - \mathcal{R}\bar{x} + \mathcal{B}u_{av} + \mathcal{E} \quad (4.27)$$

A partir de (4.27), se obtienen los valores de referencia para una velocidad angular constante deseada del eje del motor, en términos del par de perturbación desconocido. Para ello se procede de la manera siguiente:

$$\begin{aligned} i_{a_d} &= \frac{D\omega_d + \tau_L}{K} \\ v_{C_d} &= \frac{(R_a D + K^2)\omega_d + R_a \tau_L}{K} \\ i_{L_d} &= \frac{v_{C_d}(v_{C_d} - E + R_L i_{a_d}) - R_L E i_{a_d}}{R_L E} \end{aligned}$$

Obsérvese que las variables deseadas i_{a_d} , v_{C_d} , and i_{L_d} dependen del par de carga variante en el tiempo $\tau_L(t)$. Se necesita conformar las referencias deseadas calculadas fuera de línea en un esquema de adaptación en línea. Un sombrero encima de $\tau_L(t)$ es utilizado para implicar una identificación en línea de dicho par de carga desconocido variante en el tiempo. De esta manera se tiene:

$$i_{a_d}(\omega_d, \hat{\tau}_L) = \frac{D\omega_d + \hat{\tau}_L}{K} \quad (4.28)$$

$$v_{C_d}(\omega_d, \hat{\tau}_L) = \frac{(R_a D + K^2)\omega_d + R_a \hat{\tau}_L}{K} \quad (4.29)$$

$$i_{L_d}(\omega_d, \hat{\tau}_L) = \frac{v_{C_d}(v_{C_d} - E + R_L i_{a_d}) - R_L E i_{a_d}}{R_L E} \quad (4.30)$$

Ahora bien, considérese el sistema en cascada reductor-elevador/motor de CD dado por (4.1)-(4.4). Bajo las suposiciones hechas en la sección 4.3 y definiendo la dinámica de referencia como sigue:

$$\mathcal{A}\dot{x}_d = \mathcal{J}(u_{av})x_d - \mathcal{R}x_d + \mathcal{R}_d e + \mathcal{B}u_{av} + \mathcal{E}_d \quad (4.31)$$

$$y_d = i_{L_d} \quad (4.32)$$

donde:

$$\begin{aligned} x_d^T &= (i_{L_d}, v_{C_d}, i_{a_d}, \omega_d) \\ \mathcal{R}_d &= \begin{pmatrix} R_{d1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_{d2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_{d3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \geq 0 \\ \mathcal{E}_d^T &= (0, 0, 0, R_{d4}(\hat{\omega} - \omega_d) - \hat{\tau}_L) \end{aligned}$$

y definiendo el error de control como la diferencia entre el estado real y el estado deseado:

$$e = x - x_d = \begin{bmatrix} e_{i_L} \\ e_{v_C} \\ e_{i_a} \\ e_\omega \end{bmatrix}; x_d = \begin{bmatrix} i_{L_d} \\ v_{C_d} \\ i_{a_d} \\ \omega_d \end{bmatrix}$$

mientras que el error de estimación está dado por:

$$\tilde{x} = \begin{bmatrix} \hat{\omega} - \omega_d \\ \tau_L - \hat{\tau}_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{e}_\omega \\ \tilde{e}_\tau \end{bmatrix}$$

Así, para obtener la expresión para el controlador dinámico retroalimentado, se emplea el sistema de ecuaciones exógenas y se resuelven para la entrada de control (promedio), la cual se denota mediante u_{av} . A partir de (4.31) se obtiene la siguiente expresión para u_{av} :

$$u_{av} = \frac{\xi_2}{(\xi_2 - E)} + \frac{R_{d1}}{(\xi_2 - E)} e_{i_L} \quad (4.33)$$

$$\dot{\xi}_2 = \frac{(u_{av}-1)i_{L_d}}{C} - \left(\frac{\xi_2}{R_L C} \right) - \frac{\xi_3}{C} - \frac{R_{d2}}{C} e_{v_C} \quad (4.34)$$

$$\dot{\xi}_3 = \frac{1}{L_a} \xi_2 - \frac{R_a}{L_a} \xi_3 - \frac{K_e}{L_a} \xi_4 - \frac{R_{d3}}{L_a} e_{i_a} \quad (4.35)$$

$$\dot{\xi}_4 = \frac{K_t}{J} \xi_3 - \frac{D}{J} \xi_4 - \frac{R_{d4}}{J} \tilde{e}_\omega - \frac{1}{J} \hat{\tau}_L \quad (4.36)$$

donde ξ_2 , ξ_3 y ξ_4 , se utilizan en sustitución de las variables v_{C_d} , i_{a_d} , and ω_d . De aquí que, la dinámica del error se obtiene a partir de la diferencia entre (4.9) y (4.31). Lo anterior se puede escribir como:

$$A\dot{e} = \mathcal{J}(u_{av})e - \bar{\mathcal{R}}e - \mathcal{M}\tilde{x} \quad (4.37)$$

con:

$$\bar{\mathcal{R}} = \begin{pmatrix} R_{d1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{R_L} + R_{d2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_a + R_{d3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D \end{pmatrix} \quad (4.38)$$

$$\mathcal{M} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ R_{d4} & 1 \end{pmatrix} \quad (4.39)$$

Es importante aclarar que $\bar{\mathcal{R}} = \bar{\mathcal{R}}^T > 0$ (es decir, $\bar{\mathcal{R}}$ es una matriz simétrica y definida positiva). En la siguiente proposición, se presenta uno de los resultados importantes obtenidos durante el desarrollo de este trabajo de tesis, el cual está relacionado con la propiedad ISS de la ecuación de error (4.37).

Proposición 4.2. *Considérese la combinación convertidor reductor-elevador/motor de CD (4.9) en lazo cerrado con el controlador retroalimentado (4.33)-(4.36). Entonces, la dinámica del error (4.37) define un mapeo ISS considerando a \tilde{x} como una entrada y a e como el estado.*

Demostración. Considérese la función candidata de Lyapunov, definida positiva, dada por:

$$V(e) = \frac{1}{2}e^T \mathcal{A}e$$

cuya derivada temporal a lo largo de las trayectorias de (4.37) está dada por:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= e^T \mathcal{A}\dot{e} \\ &= e^T \mathcal{J}(u_{av})e - e^T \bar{\mathcal{R}}e - e^T \mathcal{M}\tilde{x} \\ &= -e^T \bar{\mathcal{R}}e - e^T \mathcal{M}\tilde{x} \end{aligned} \quad (4.40)$$

donde $\bar{\mathcal{R}}$ y \mathcal{M} están dadas en (4.38) y (4.39). Obsérvese que $\bar{\mathcal{R}} > 0$, entonces puede probarse que $\tilde{x} = 0$ implica que $e = 0$ es un equilibrio globalmente exponencialmente estable en virtud de que:

$$\dot{V} = -e^T \bar{\mathcal{R}}e < 0$$

Por otro lado, si $\tilde{x} \neq 0$ entonces la ecuación (4.40) se puede reescribir como:

$$\dot{V} = -(1 - \theta)e^T \bar{\mathcal{R}}e - \theta e^T \bar{\mathcal{R}}e - e^T \mathcal{M}\tilde{x}$$

donde θ es una constante positiva que pertenece al intervalo $(0, 1)$. Luego de algunas manipulaciones algebraicas se obtiene:

$$\dot{V} \leq -(1 - \theta)e^T \bar{\mathcal{R}}e$$

para todo:

$$\|e\| \geq \frac{\|\mathcal{M}\|}{\theta \lambda_{\min}(\bar{\mathcal{R}})} \|\tilde{x}\|$$

donde $\|\mathcal{M}\|$ es la norma de Frobenius de la matriz \mathcal{M} y $\lambda_{\min}(\bar{\mathcal{R}})$ es el valor propio más pequeño de la matriz $\bar{\mathcal{R}}$. Aplicando el teorema 5.2 de [35]) se puede probar que el mapeo:

$$\Sigma : \tilde{x} \rightarrow e$$

es ISS. □

Con respecto a la Proposición 2, se hacen las siguientes observaciones, derivadas de [136]:

Observación 4.1. *La importancia de la propiedad ISS obtenida para la dinámica del error (4.37) puede sobreestimarse. Dicho resultado establece que no importando como se diseñe el observador, para obtener \tilde{x} , d , la convergencia de este error a cero garantiza que el error de control, e , tenderá también a cero, es decir, se ha establecido un principio de separación para el control basado en pasividad propuesto.*

Observación 4.2. *Pese a que es una propiedad realmente fuerte, la característica ISS establecida, no remueve las limitantes impuestas por la carencia de propiedades de observabilidad global del sistema completo reductor-elevador/motor de CD dado en (4.9). Sin embargo, un rasgo importante de la ISS está relacionado con el hecho de que si el error de estimación \tilde{x} es acotado, entonces el error de control e , también será acotado.*

Observación 4.3. *La principal desventaja del resultado obtenido, recae en la suposición de un conocimiento perfecto de los parámetros del modelo (4.1)-(4.4).*

Observación 4.4. Desde un punto de vista práctico y metodológico, la importancia del principio de separación establecido recae en el hecho de que el diseñador de la estrategia de control deberá centrar su atención únicamente en el diseño del observador; sin tener que preocuparse por la estabilidad del sistema completo. Es importante aclarar que para el caso de la solución propuesta en esta tesis, el requerimiento de asegurar la convergencia y acotamiento del esquema de estimación está bien establecido en concordancia con la Proposición 1.

4.5. Resultados experimentales

4.5.1. Plataforma experimental

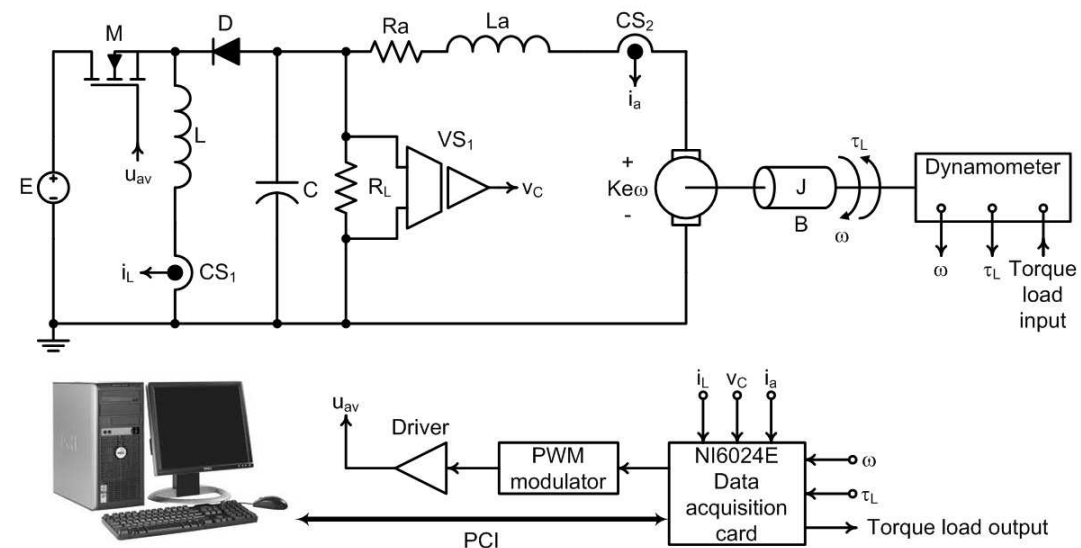


Figura 4.2: Diagrama esquemático de la plataforma experimental para el sistema convertidor reductor-elevador/motor de CD y la tarjeta de adquisición de datos DAQ-6024E en lazo cerrado.

La plataforma experimental, mostrada en la Figura 4.2, está integrada de los siguientes elementos: un motor de imán permanente *LESSON*; una unidad “impulsora” de la marca Prime modelo 8960-1X (dicha unidad a su vez está conformada por un dinamómetro que permite aplicar carga mecánica en el eje del motor, un tacogenerador como sensor de velocidad y un sensor de par de carga); dos sensores de corriente (NT-15): uno para corriente que circula por la bobina del convertidor de potencia y el otro para la corriente que circula por el circuito de armadura del motor de CD; un sensor de voltaje ISO124P para el voltaje de armadura; un circuito externo de PWM a 45kHz; una tarjeta de adquisición de datos que sirve como enlace entre los circuitos analógicos y la computadora a través de la biblioteca de funciones de Matlab/Simulink®; una computadora equipada con el programa Matlab/Simulink®, el cual permite la implementación del controlador en forma promedio así como la interface mecánico-eléctrica que activa/desactiva la función de entrada que permite aplicar el par de carga variante en el tiempo en el eje del motor a través de la unidad impulsora-dinamómetro.

Tabla 4.1: Especificaciones del convertidor reductor-elevador/motor de CD y del observador GPI de orden reducido

Parámetros del Sistema	
Potencia nominal	300 W
Dispositivo de conmutación	IRF640 (200 V/18A)
Frecuencia de conmutación	45kHz
Dispositivo de Adquisición de datos	DAQCard-6024E
Diodo de Potencia	MBRF20100CT
Método de control	Controlador basado en pasividad
$R_{d_1} =$	E/i_{Ld}
$R_{d_2} = R_{d_3} = R_{d_4}$	2
Motor de CD	1/3 HP, 90V, Lesson
Voltaje nominal	90V
Par nominal	1,322 Nm
Resistencia de armadura	$R_a = 2,33 \Omega$
Inductancia de armadura	$L_a = 7 \text{ mH}$
Coefficiente de fricción viscosa	$D = 9,37 \text{ mNm-s/rad}$
Momento de inercia	$J = 11,64 \text{ mkgm}^2$
Constante eléctrica	$K_e = 0,479 \text{ Vs/rad}$
Constante de par	$K_t = 0,479 \text{ N-m/A}$
Tiempo de muestreo	220 μ sec
Parámetros del Observador GPI	
Factor de amortiguamiento deseado	$\zeta = 1,0$
Frecuencia deseada	$\omega_n = 50 \text{ rad/sec}$

El diagrama esquemático correspondiente a la plataforma experimental empleada, se muestra en la Figura 4.2. Una tarjeta de adquisición de datos NI tipo DAQ-6024E, se utilizó como la interface de hardware de MATLAB/Simulink®, donde son implementados, por un lado, el algoritmo del controlador basado en pasividad sin sensores mecánicos, y por el otro, el observador de orden reducido para estimar el par de carga y la velocidad angular del eje del motor de CD. Un modulador-PWM externo (véase la Figura 4.2) fue utilizado como el medio para controlar la posición del interruptor de estado sólido del convertidor CD/CD. En forma convencional, el ciclo de trabajo útil del circuito PWM es configurado para ser idéntico a la ley de control no lineal retroalimentada en forma promedio. Obsérvese que el par, $\tau_L(t)$, y la velocidad, $\omega(t)$, se miden únicamente para propósitos de comparación con los estimados $\hat{\tau}_L(t)$ y $\hat{\omega}(t)$. Lo anterior con la finalidad de comprobar si los errores de estimación son acotados.

El modulador-PWM fue implementado de forma externa a la computadora con la finalidad de no reducir la capacidad de transferencia de la tarjeta de adquisición de datos, la cual puede ser operada a una frecuencia mayor a 45kHz. Los parámetros de diseño seleccionados para el convertidor reductor-elevador fueron: $E=45\text{V}$, $C=2200\mu\text{F}$, $L=750\mu\text{H}$, $R_L=7,2\text{k}\Omega$, $\Delta i_L = 0,67\text{A}$. Los parámetros eléctricos, mecánicos y de fricción del motor de CD fueron estimados de manera estática empleando las ecuaciones eléctrica y mecánica (4.3) y

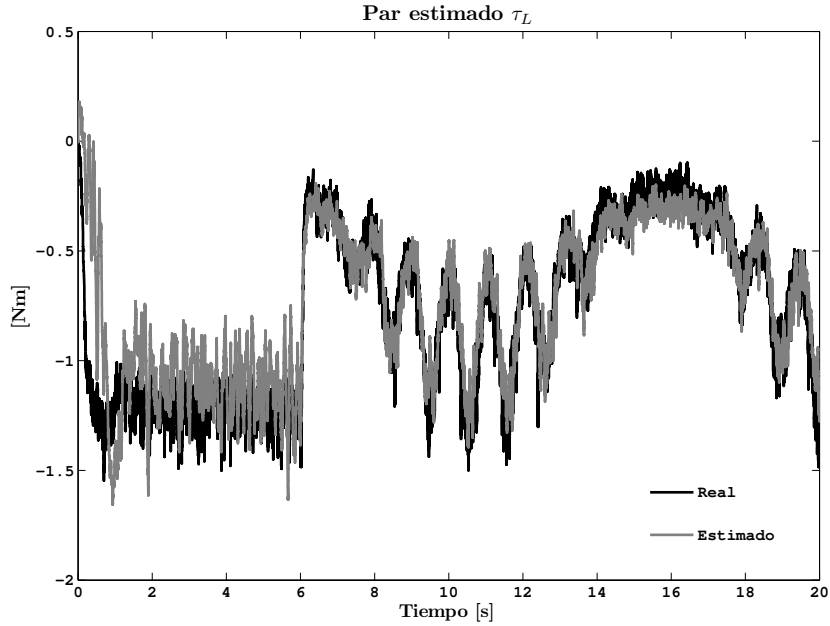


Figura 4.3: Resultados experimentales: par de carga, para una velocidad angular deseada constante, $\omega_d = -50$ [rad/s], con un par de carga variante en el tiempo aplicado externamente—señal estimada (línea gris), señal medida (línea negra).

(4.4), mientras que los valores de los parámetros del convertidor se obtuvieron a partir de las respuestas en el tiempo en lazo abierto, de la corriente y la velocidad [140]. La resistencia de armadura se determinó mediante la ley de Ohm, a partir de mediciones de corriente y de voltaje, alimentando al motor con un voltaje nominal y bloqueando el eje del motor [141]. Todos los valores han sido comparados y validados con los valores de la hoja de datos del fabricante del motor (*LESSON Electric Corporation*). El tiempo de muestreo del programa mediante el que se implementó el controlador fue configurado a $220\mu s$.

Las ganancias del controlador fueron elegidas de modo tal que la matriz, \tilde{R} , resulte ser definida positiva. Este valor específico de \tilde{R} ayuda a reducir el impacto del ruido de medición en la retroalimentación, de manera tal que la señal de control promedio se mantenga dentro de sus cotas (véanse las gráficas de la Figura 4.6 y la Figura 4.15) mientras que se garantiza una regulación aceptable de la velocidad angular. Las especificaciones del sistema convertidor buck-boost/motor de CD y del observador GPI de orden reducido para el par de carga variante en el tiempo, se muestran en la Tabla 4.1. La sintonización del controlador se realizó usando (4.33), con la siguiente regla:

$$|u_{av}(0)|_{\text{máx}} = \frac{\xi_2(0)}{(\xi_2(0) - E)} + \frac{R_{d1}}{(\xi_2(0) - E)} (i_L(0) - i_{Ld})$$

tomando como condiciones iniciales $\xi_2(0) = i_L(0) = 0$ y $|u_{av}(0)|_{\text{máx}} = 1$, entonces se tiene:

$$R_{d1} = \frac{E}{i_{Ld}}$$

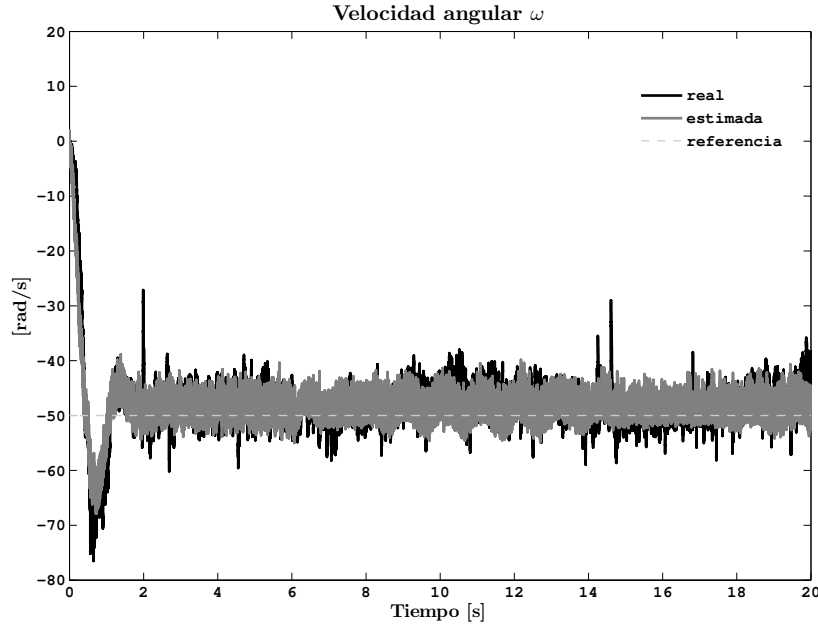


Figura 4.4: Resultados experimentales: velocidad angular, para una referencia deseada constante, $\omega_d = -50$ [rad/s], con un par de carga variante en el tiempo aplicado externamente—referencia (línea punteada), señal estimada (línea gris), señal medida (línea negra).

donde $i_{L_d} \neq 0 \forall t \geq 0$. Mientras que los valores $R_{d_2} = R_{d_3} = R_{d_4} = 2$, se eligieron en forma heurística.

4.5.2. Resultados de simulación y experimentales

Para la realización de las pruebas experimentales, se propone un par de carga variante en el tiempo más bien complejo, $\tau_L(t)$, dado por:

$$\tau_L(t) = A e^{-\sin^2(3t)} \cos^2(0,3t) \text{ [N-m]} \quad (4.41)$$

y para la referencia deseada de velocidad se eligió una velocidad angular constante dada por:

$$\omega_r(t) = \omega_d(t) \quad (4.42)$$

donde, la función dada por (4.41) es generada por medio de Matlab/Simulink®, y aplicado a la unidad del dinamómetro a través de la tarjeta de adquisición de datos (DAQ-6062E).

Las estimaciones del par de carga y de la velocidad angular para $\omega_d = -50$ [rad/s], y un par de carga aplicado variante en el tiempo dado por (4.41), con $A = -1.25$ se muestran en las Figuras 4.3 y 4.4, respectivamente. En dichas Figuras, puede verse que el par de carga y la velocidad angular son estimadas rápidamente por el observador GPI de orden reducido. Aparte, en la Figura 4.6, se puede ver como el controlador de velocidad sensorless basado en pasividad, cambia de acuerdo a los valores estimados en línea por el observador

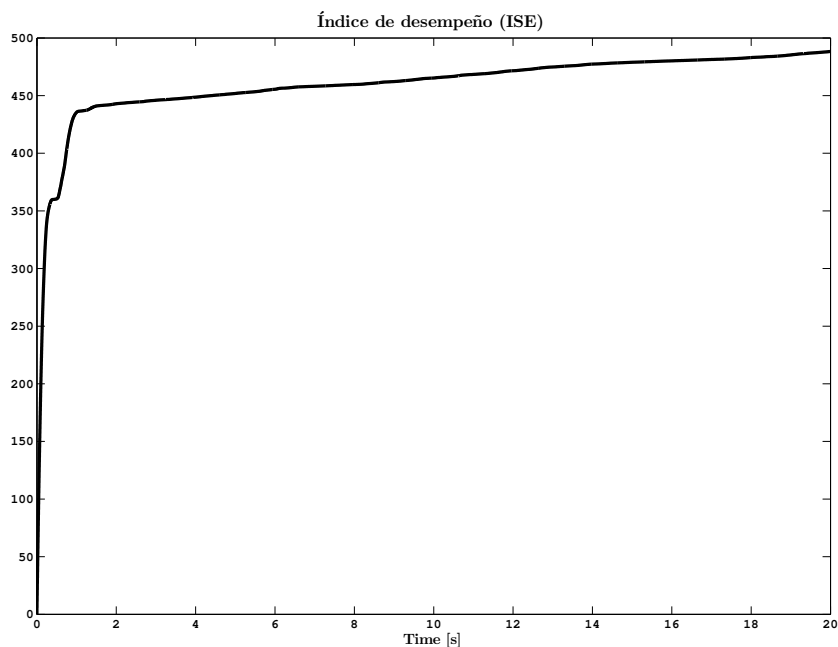


Figura 4.5: Resultados experimentales: evolución de la integral del error cuadrático, para una referencia deseada constante, $\omega_d = -50$ [rad/s], con un par de carga variante en el tiempo aplicado externamente.

GPI. El desempeño del controlador propuesto a velocidades bajas es lo suficientemente bueno a pesar de que el sistema sea perturbado al aplicar un par de carga variante en el tiempo. Lo anterior puede ser verificado utilizando como índice de desempeño la integral del error cuadrático, cuya evolución en el dominio del tiempo se muestra en la figura 4.5. Se puede apreciar en ésta última gráfica muestra un índice que crece ligeramente con el tiempo, lo cual se debe a que el error de control presenta oscilaciones alrededor del error cero.

En las Figuras 4.7, 4.8 y 4.9 se muestran, respectivamente, las respuestas controladas del voltaje en el capacitor del convertidor reductor-elevador; de la corriente en el inductor del convertidor reductor-elevador y de la corriente de armadura del motor. En dichas figuras, es posible apreciar los cambios de los valores nominales, en el tiempo, para las variables del sistema, cuando se aplica un par de carga variante en el tiempo y el mismo es adaptado a la dinámica de referencia del controlador. El rizo de corriente producido en el circuito de armadura está en correspondencia a las estimaciones de la velocidad angular y del par de carga, dado que el estimador de velocidad angular requiere de la medición de la corriente de armadura.

En las Figuras 4.10 y 4.11 se muestran, respectivamente, los errores de estimación del par de carga y de la velocidad angular. En dichas gráficas, puede apreciarse que los errores de estimación permanecen acotados dentro de una pequeña vecindad del origen. Obsérvese que el nivel de rizo del error de estimación en la velocidad angular es más grande que aquel para el error de estimación del par de carga. Lo anterior puede explicarse con base en el hecho de que el observador GPI proporciona una extensión dinámica de tercer orden para estimar el par de carga, mientras que para la estimación de la velocidad no se emplea extensión dinámica

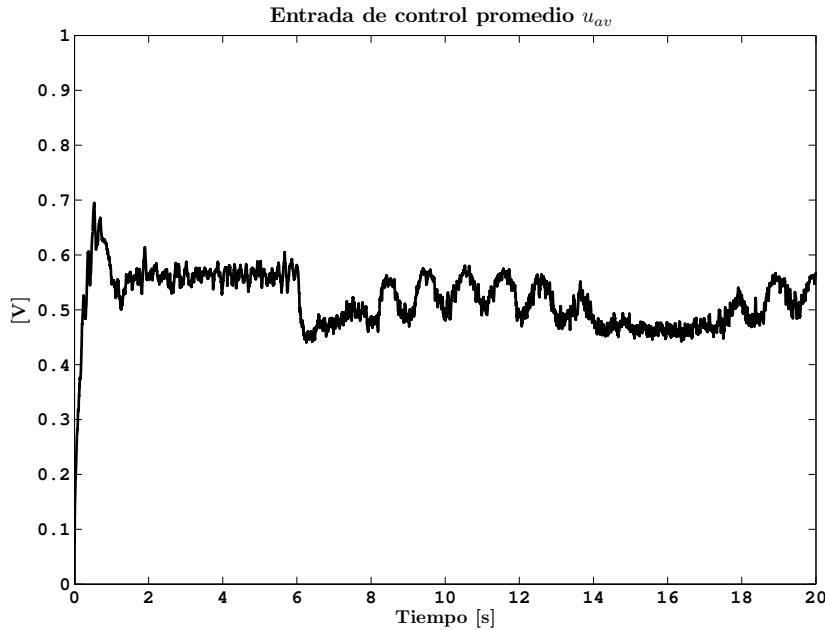


Figura 4.6: Resultados experimentales: entrada de control promedio para una velocidad angular deseada constante, $\omega_d = -50$ [rad/s], con un par de carga variante en el tiempo aplicado externamente.

alguna.

En la Figura 4.12 y 4.13 pueden apreciarse las estimaciones del par de carga y de la velocidad angular, respectivamente, para $\omega_d = -90$ [rad/s] y un par de carga aplicado, variante en el tiempo, dado por (4.41), con $A = -0.75$. En dichas Figuras, se puede apreciar que el par de carga real y la velocidad angular son estimadas de manera rápida por el observador GPI de orden reducido. En la Figura 4.15, puede verse como el controlador propuesto cambia de acuerdo a los valores estimados por el observador GPI tanto para el par de carga como para la velocidad angular. Además, el desempeño del controlador propuesto a una velocidad más alta es lo suficientemente bueno a pesar de que el sistema sea perturbado al aplicar un par de carga variante en el tiempo. Lo anterior puede ser verificado utilizando como índice de desempeño la integral del error cuadrático, cuya evolución en el dominio del tiempo se muestra en la figura 4.14. Se puede apreciar en ésta última gráfica muestra un índice que crece ligeramente con el tiempo, lo cual se debe a que el error de control presenta oscilaciones alrededor del error cero.

En las Figuras 4.16, 4.17 y 4.18 se muestran, respectivamente, las respuestas controladas del voltaje en el capacitor del convertidor reductor-elevador; de la corriente en el inductor del convertidor reductor-elevador y de la corriente de armadura del motor. En tales gráficas, pueden notarse los cambios, en el tiempo, de los valores nominales de las variables del sistema, cuando el par de carga estimado es incorporado en la dinámica de referencia.

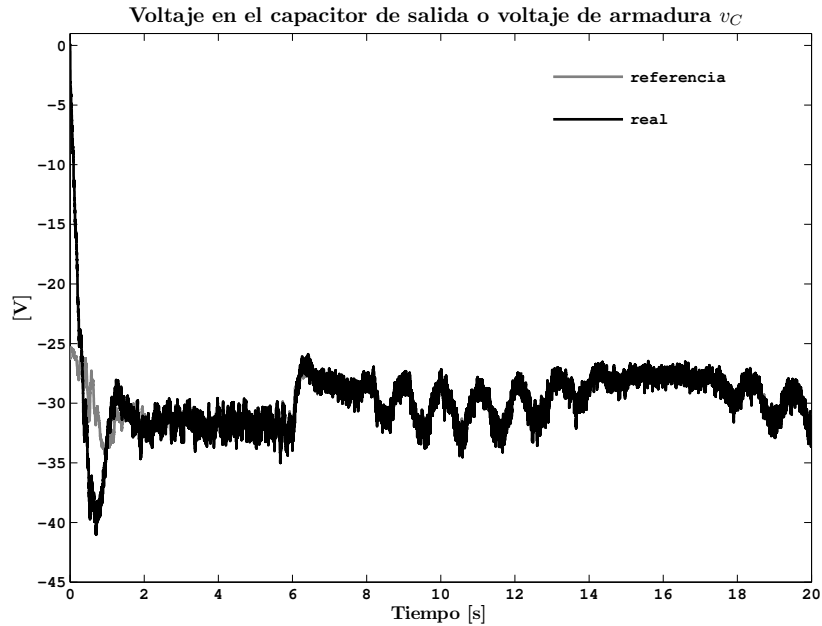


Figura 4.7: Resultados experimentales: voltaje de armadura, para una velocidad angular constante deseada, $\omega_d = -50$ [rad/s], con un par de carga variante en el tiempo aplicado externamente—señal de referencia (línea gris), señal medida (línea negra).

En las Figuras 4.19 y 4.20 se muestran, respectivamente, los errores de estimación del par de carga y de la velocidad angular. Puede apreciarse que los errores de estimación permanecen acotados dentro de una pequeña vecindad del origen.

En las Figuras 4.21, 4.22, 4.23, 4.24, 4.25 y 4.26, se muestran las respuestas experimental y simulada respectivamente, de las variables del sistema convertidor reductor–elevador/motor de CD y el par de carga estimado. Las gráficas de la velocidad angular, el par de carga estimado, la corriente de armadura, el voltaje de armadura, la corriente del inductor y el control promedio muestran una similitud importante entre los resultados de simulación y los experimentales, a pesar de variaciones en los valores paramétricos de R_a , L_a , and J dentro de un 5 %, y agregando una fuente de voltaje aleatorio a las variables medidas con una amplitud pico a pico de 0,1V en la simulación del sistema. De aquí que, se verificó en forma simulada y experimental que el sistema es robusto bajo incertidumbres paramétricas, perturbaciones de carga y perturbaciones aleatorias. La simulación del sistema fue realizada con la ayuda de los paquetes de software Matlab/Simulink®–PSIM package®[142].

Cómo una observación general, puede apreciarse en las gráficas correspondientes a los pares de carga estimados, que existe un transitorio en el arranque entre las cantidades reales y las estimadas. Dicho transitorio se debe a los efectos inherentes a todo observador de alta ganancia, como es el caso del observador GPI de orden reducido. Tales transitorios se pueden evitar mediante el uso de “clutches” activos limitadores,

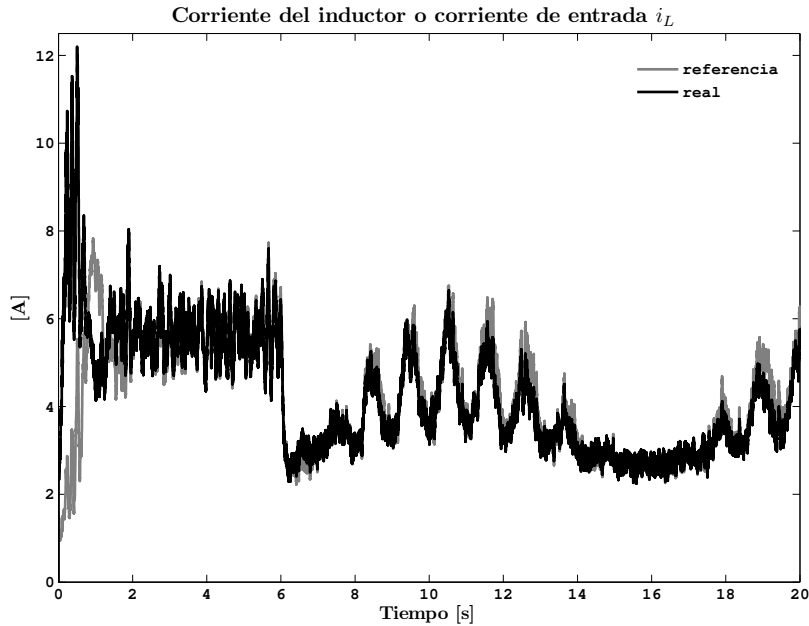


Figura 4.8: Resultados experimentales: corriente en el inductor para una velocidad angular constante deseada, $\omega_d = -50$ [rad/s], con un par de carga variante en el tiempo aplicado externamente—señal de referencia (línea gris), señal medida (línea negra).

que atenúan en forma significativa las señales que surgen del observador durante un intervalo de tiempo relativamente pequeño. Los resultados de simulación muestran un par de carga significativamente atenuado, debido al uso del “clutch”. La función “clutch” utilizada en la simulación fue tomada de la ecuación (22) en [139].

Lo importante es señalar que en desprecio del hecho de que se ha optado por no utilizar tales “clutches” o factores de atenuación, la señal de control misma y las señales constitutivas del observador utilizadas en el controlador no exhiben saturaciones o inestabilidades que requieran de un tratamiento especial. Así, el esquema de control propuesto es robusto con respecto a las inconveniencias típicas que surgen del uso de observadores de alta ganancia, tales como: “peakings” y efectos de ruido. Debe observarse que el ruido real, inherentemente presente en cualquier plataforma experimental, no impide el uso exitoso del observador GPI de orden reducido en el esquema de control retroalimentado propuesto.

4.6. Conclusiones del capítulo

En este capítulo, un esquema de control basado en pasividad, del tipo sin sensores (sensorless) ha sido desarrollado para una combinación en cascada de un convertidor reductor-elevador/motor de CD, en el que se requiere regular el movimiento del eje del motor. Para diseñar el algoritmo de control se recurrió a la metodología de “moldeo de energía e inyección de amortiguamiento”. El par de carga variante en el tiempo y

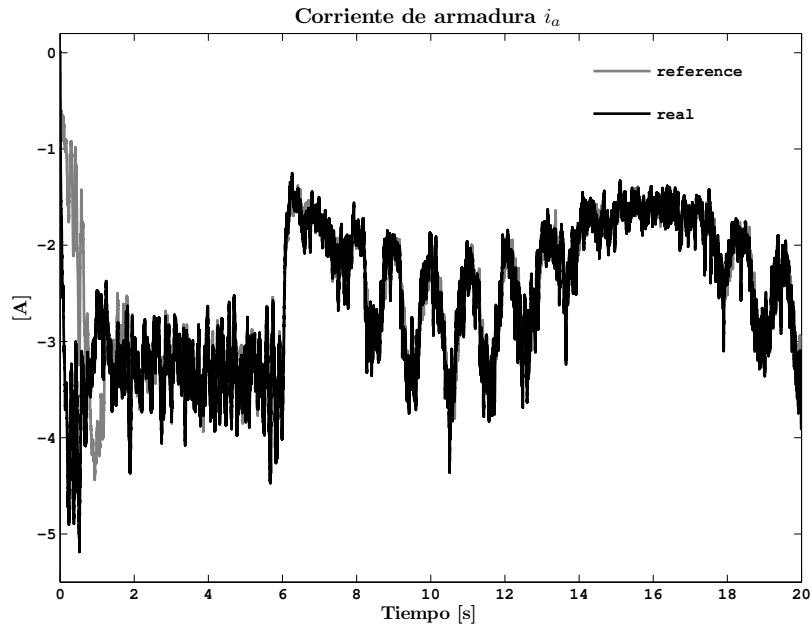


Figura 4.9: Resultados experimentales: corriente de armadura para una velocidad angular constante deseada, $\omega_d = -50$ [rad/s], con un par de carga variante en el tiempo aplicado externamente—señal de referencia (líneas gris), señal medida (líneas negra).

la velocidad angular fueron estimadas mediante el uso de un observador GPI de orden reducido.

Las variables estimadas fueron entonces adaptadas a las señales dinámicas de referencia para la operación del controlador sin sensores basado en pasividad. Las relaciones de equilibrio del sistema combinado convertidor reductor–elevador/motor de CD pueden utilizarse de manera efectiva para la regulación retroalimentada indirecta de la velocidad angular, regulando la corriente de entrada del convertidor de potencia tipo CD/CD. De esta manera, la aproximación propuesta, permite que la velocidad angular del eje del motor sea regulada indirectamente a través del perfil de corriente de entrada al convertidor deseado. Lo anterior da como resultado una alternativa de tipo sin sensores (sensorless) para la regulación de la velocidad angular.

Por otro lado, se estableció un resultado teórico que tiene que ver con una especie de principio de separación para el controlador basado en pasividad del sistema no lineal combinado convertidor reductor–elevador/motor de CD. Tal aportación se obtuvo al observar que el sistema bajo consideración posee la propiedad de estabilidad de entrada al estado (ISS) de la dinámica del error que resulta del lazo cerrado conformado por el sistema combinado convertidor reductor–elevador/motor de CD y el controlador propuesto. La relevancia de dicho resultado teórico recae en el hecho de que el principio de separación es válido para cualquier observador de velocidad de tipo sensorless, pese a que la convergencia del error de control aún dependa del desempeño del observador GPI. La utilidad de esta contribución fue ilustrada mediante la evaluación experimental del controlador de velocidad sensorless operando en conjunto con un observador

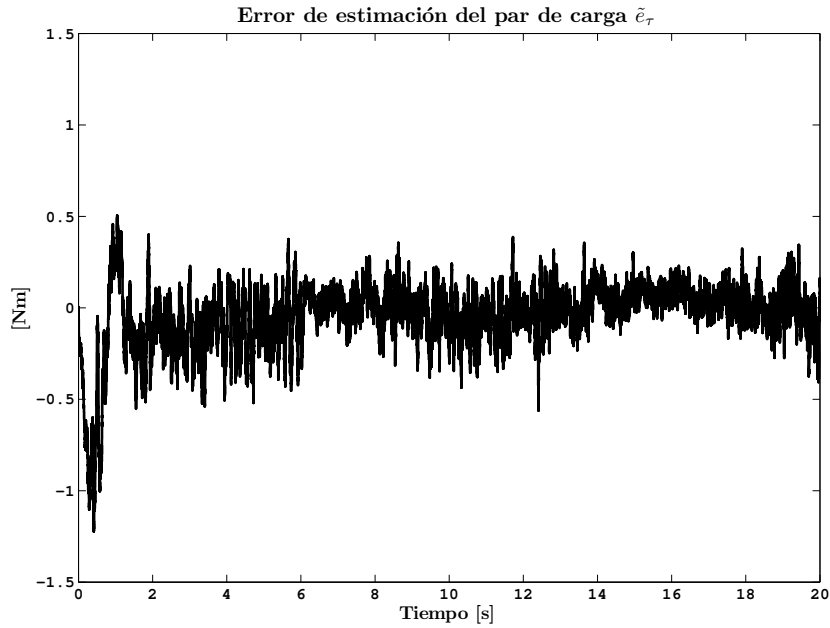


Figura 4.10: Resultados experimentales: Error de estimación del par de carga para una velocidad angular deseada constante, $\omega_d = -50$ [rad/s], con un par de carga variante en el tiempo aplicado externamente.

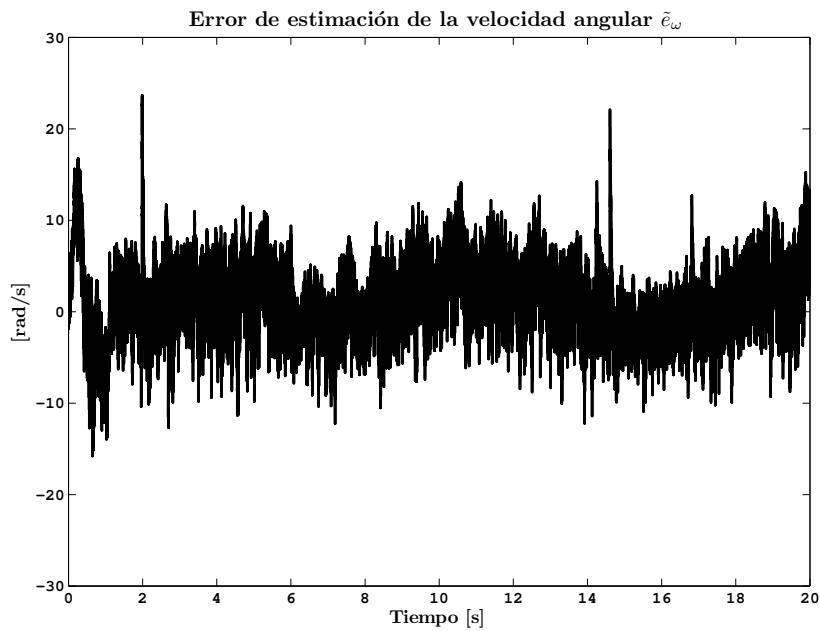


Figura 4.11: Resultados experimentales: Error de estimación de la velocidad angular para una velocidad angular deseada constante, $\omega_d = -50$ [rad/s], con un par de carga variante en el tiempo aplicado externamente.

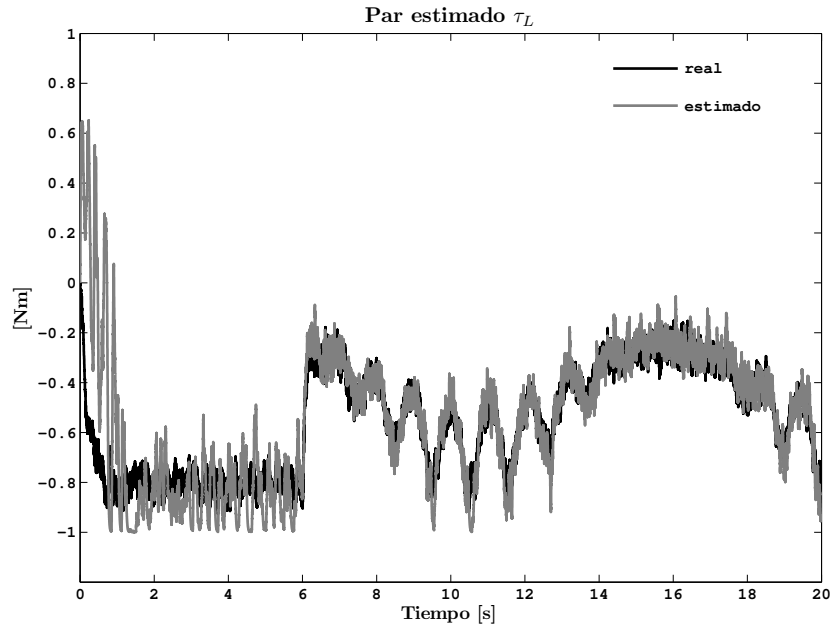


Figura 4.12: Resultados experimentales: Par de carga para una velocidad angular constante deseada $\omega_d = -90$ [rad/s] con un par de carga variante en el tiempo aplicado externamente—señal estimada (línea gris), señal medida (líneas negra).

GPI de orden reducido, cuya estructura es una copia de la parte lineal del sistema no lineal con una adecuada inyección de una salida auxiliar.

Si se emplea un convertidor de potencia CD/CD tipo reductor–elevador para alimentar motores de CD, éstos últimos pueden ser alimentados por un voltaje menor al nominal para el motor de CD particular del cual se trate. Esta característica es muy importante en aplicaciones industriales, porque las fuentes de alimentación a partir de baterías y de energías renovables son usualmente de niveles bajos. El controlador de velocidad propuesto no requiere de la medición de la velocidad angular ni del par de carga para poder funcionar. Hoy día, esto es de gran importancia en aplicaciones industriales, ya que los sensores de par y de velocidad son por lo general más caros que el propio motor de CD.

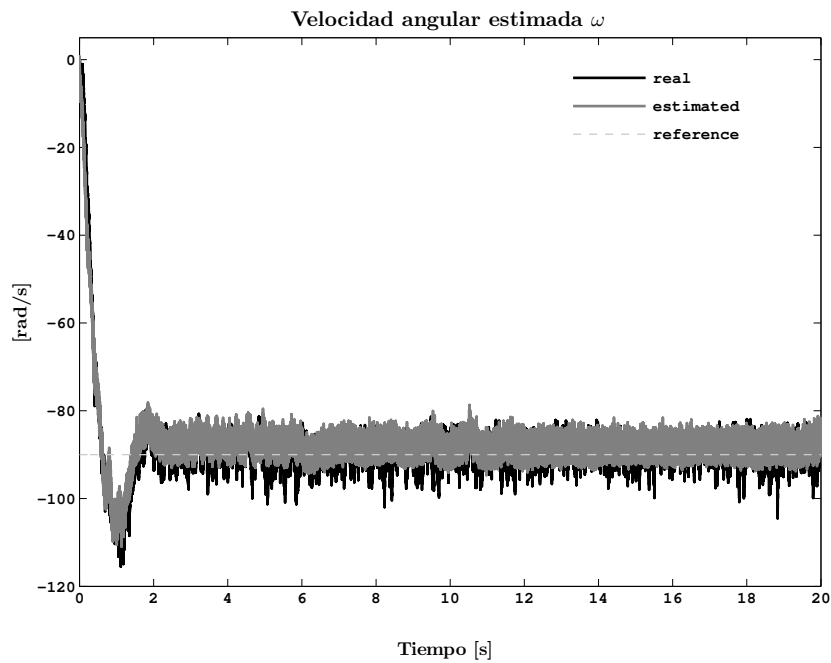


Figura 4.13: Resultados experimentales: velocidad angular para una referencia constante deseada $\omega_d = -90$ [rad/s] con un par de carga variante en el tiempo aplicado externamente—referencia (línea punteada), señal estimada (línea gris), señal medida (línea negra).

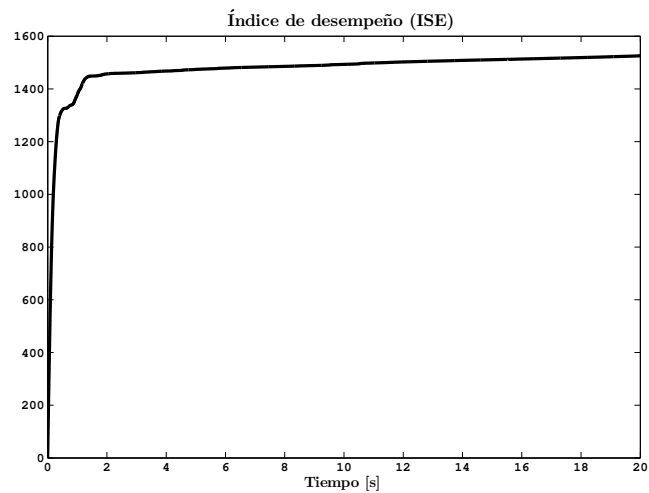


Figura 4.14: Resultados experimentales: evolución de la integral del error cuadrático, para una referencia deseada constante, $\omega_d = -90$ [rad/s], con un par de carga variante en el tiempo aplicado externamente.

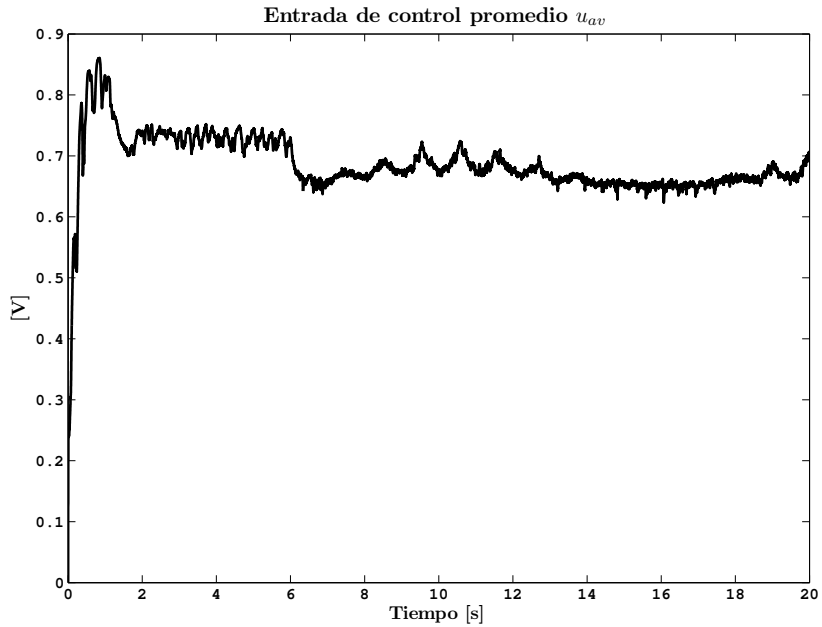


Figura 4.15: Resultados experimentales: entrada de control promedio para una velocidad angular constante deseada $\omega_d = -90$ [rad/s] con un par de carga variante en el tiempo aplicado externamente.

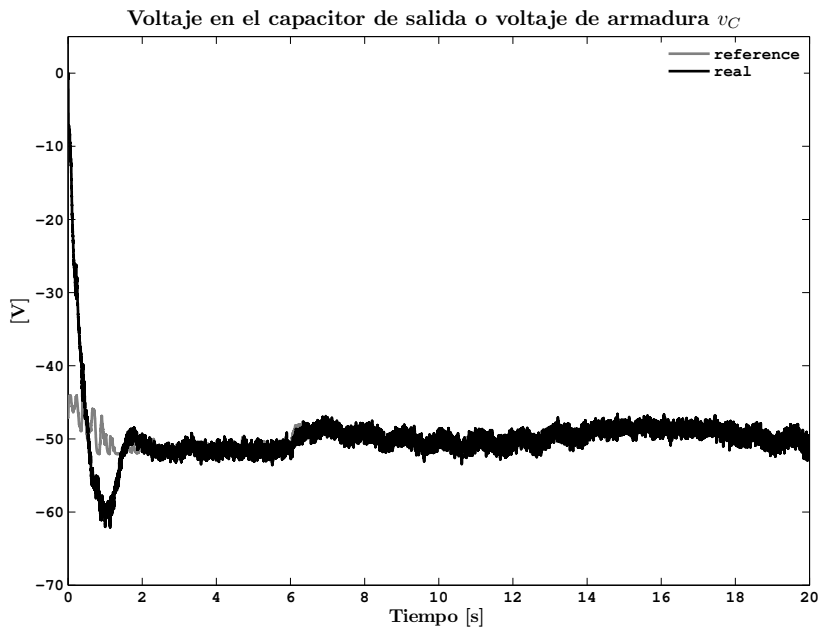


Figura 4.16: Resultados experimentales: voltaje de armadura para una velocidad angular constante deseada, $\omega_d = -90$ [rad/s] con un par de carga variante en el tiempo aplicado externamente—señal de referencia (línea gris), señal medida (línea negra).

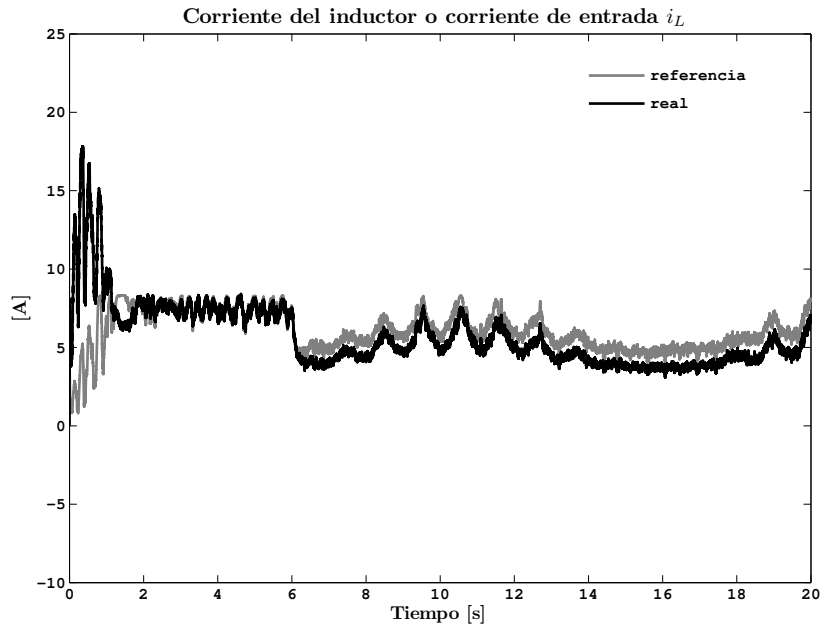


Figura 4.17: Resultados experimentales: corriente del inductor para una velocidad angular constante deseada, $\omega_d = -90$ [rad/s] con un par de carga variante en el tiempo aplicado externamente—señal de referencia (línea gris), señal medida (línea negra).

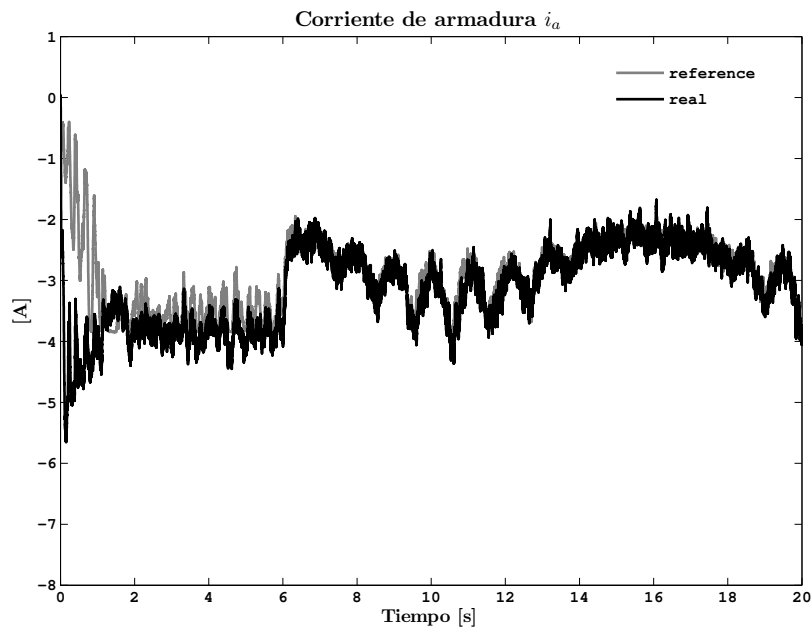


Figura 4.18: Resultados experimentales: corriente de armadura para una velocidad angular constante deseada, $\omega_d = -90$ [rad/s] con un par de carga variante en el tiempo aplicado externamente—señal de referencia (líneas gris), señal medida (línea negra).

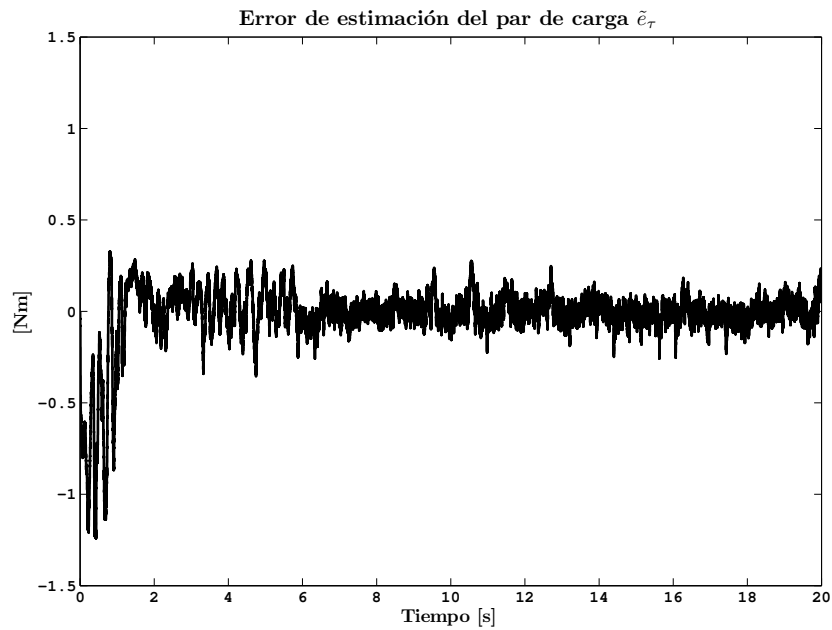


Figura 4.19: Resultados experimentales: Error de estimación del par de carga, para una velocidad angular deseada constante, $\omega_d = -90$ [rad/s], con un par de carga variante en el tiempo aplicado externamente.

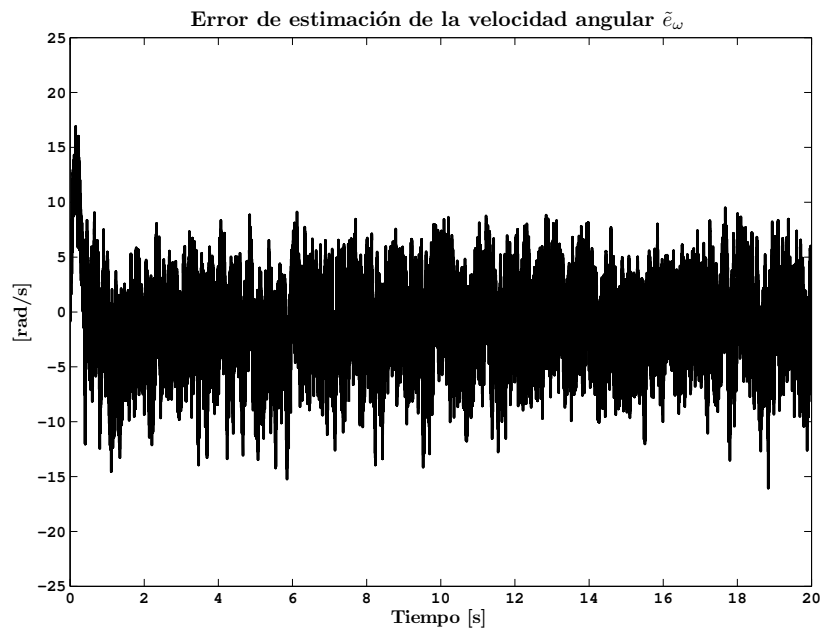


Figura 4.20: Resultados experimentales: Error de estimación de la velocidad angular, para una velocidad angular deseada constante, $\omega_d = -90$ [rad/s], con un par de carga variante en el tiempo aplicado externamente.

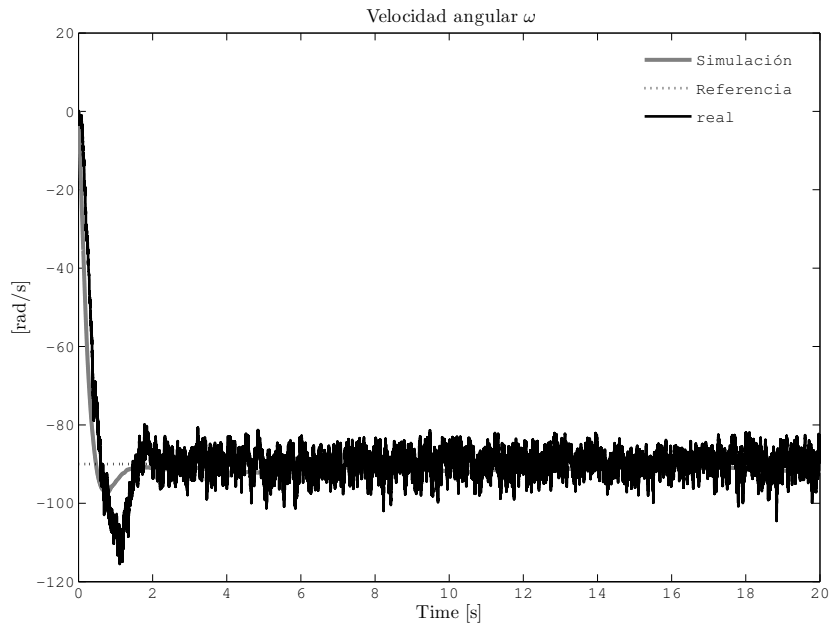


Figura 4.21: Resultados experimentales y de simulación: velocidad angular, para una referencia constante deseada, $\omega_d=-90$ [rad/s], con un par de carga variante en el tiempo aplicado externamente.

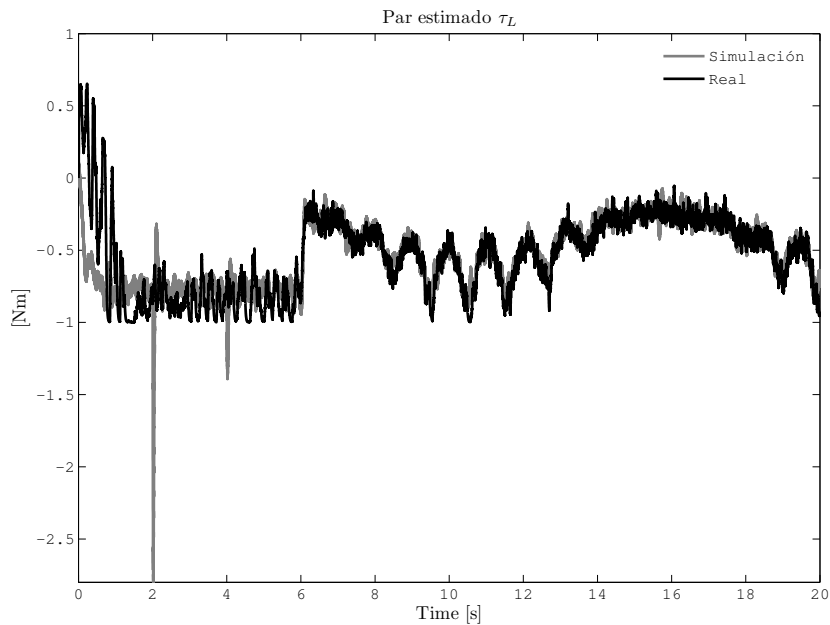


Figura 4.22: Resultados experimentales y de simulación: par estimado, para una velocidad angular deseada constante, $\omega_d=-90$ [rad/s], con un par de carga variante en el tiempo aplicado externamente.

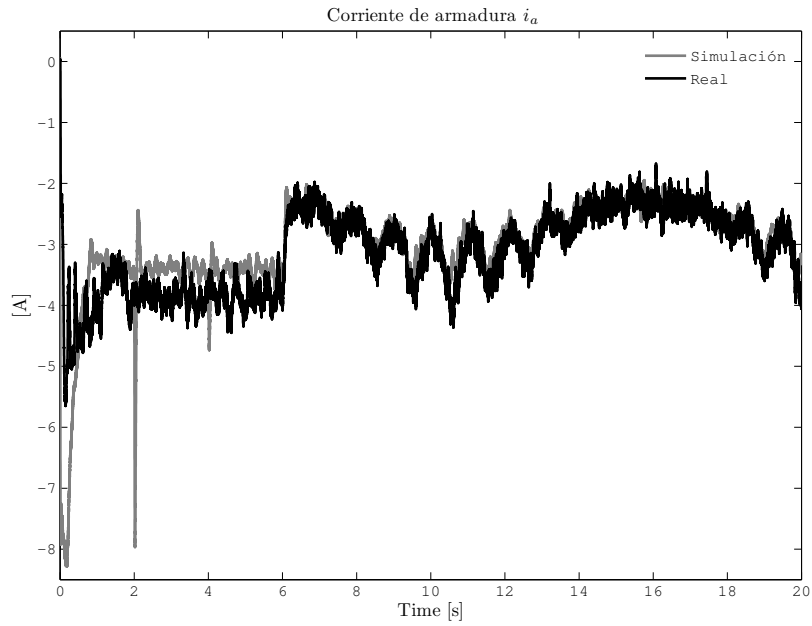


Figura 4.23: Resultados experimentales y de simulación: corriente de armadura, para una velocidad angular deseada constante, $\omega_d = -90$ [rad/s], con un par de carga variante en el tiempo aplicado externamente.

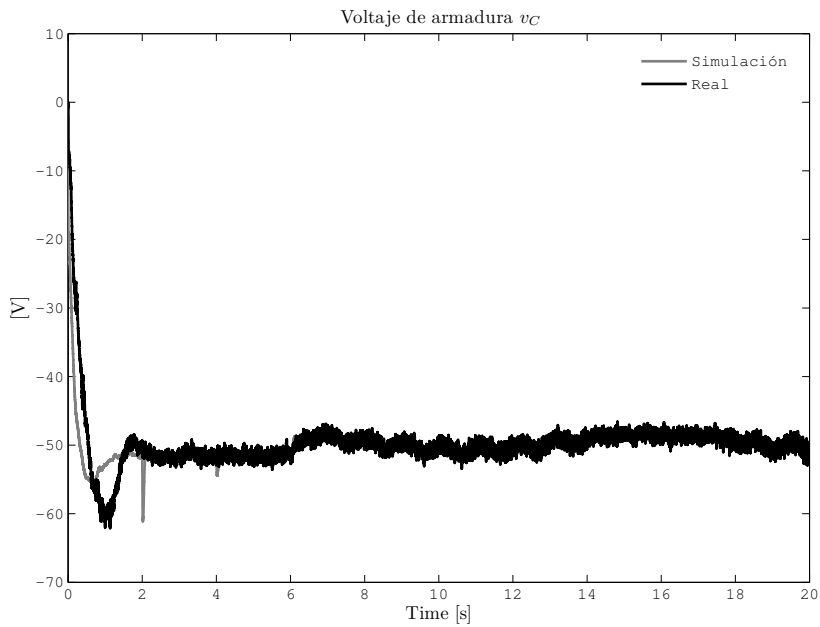


Figura 4.24: Resultados experimentales y de simulación: voltaje de armadura, para una velocidad angular deseada constante, $\omega_d = -90$ [rad/s], con un par de carga variante en el tiempo aplicado externamente.

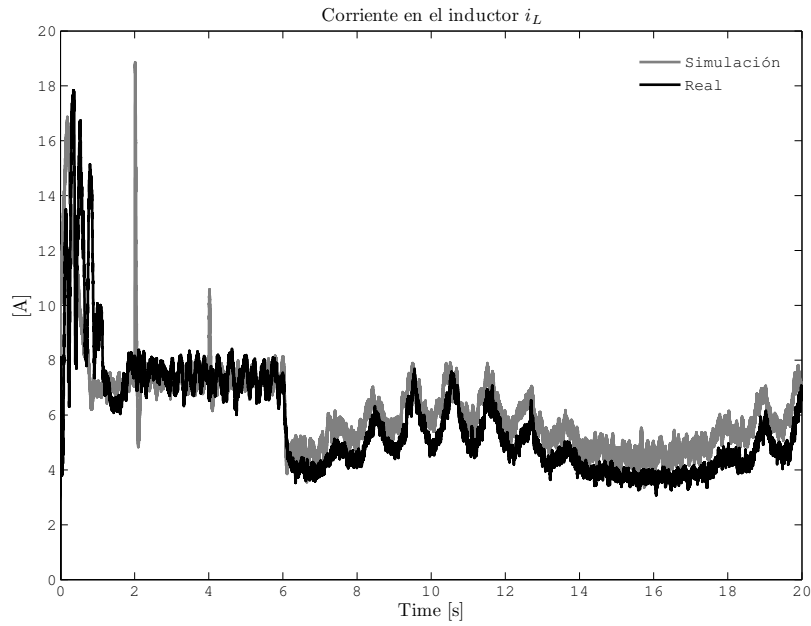


Figura 4.25: Resultados experimentales y de simulación: corriente en el inductor, para una velocidad angular deseada constante, $\omega_d = -90$ [rad/s], con un par de carga variante en el tiempo aplicado externamente.

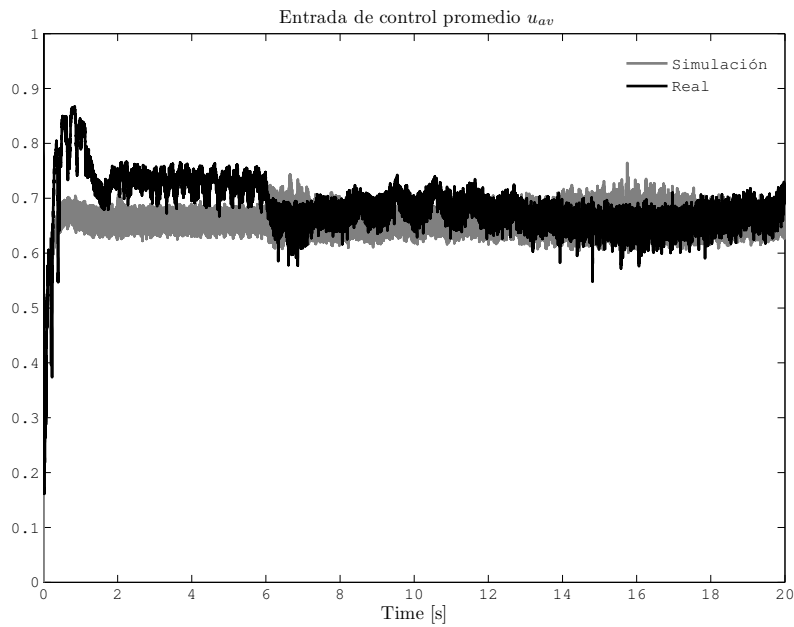


Figura 4.26: Resultados experimentales y de simulación: señal de control promedio, para una velocidad angular deseada constante, $\omega_d = -90$ [rad/s], con un par de carga variante en el tiempo aplicado externamente.

Conclusiones

En este trabajo se abordó el modelado, análisis y control basado en pasividad de una clase de sistemas diferencialmente no-planos de cuarto orden regulados por un interruptor semiconductor. A continuación se presentan algunas de las conclusiones más relevantes relacionadas con cada uno de los sistemas estudiados, así como algunos posibles desarrollos futuros.

5.1. Convertidor tipo Ćuk

Como se mostró en el capítulo 3, pese a que el convertidor tipo Ćuk es un sistema no plano, si posee la característica de ser controlable, y a pesar de que el voltaje del capacitor de salida de dicho convertidor es una variable de fase mínima (lo que no permite regular tal variable en forma directa, resultando así en un problema de control con una dificultad mayor) las propiedades de controlabilidad y pasividad del modelo dinámico, permitieron el diseño de una ley de control por retroalimentación de la salida pasiva (ETEDPOF). El uso de un estimador algebraico en línea del parámetro de carga, como muestran los resultados experimentales obtenidos, proporciona robustez a la ley de control ante variaciones en la carga de naturaleza constante, o bien ante cambios súbitos en el voltaje de referencia deseado. Dicha estimación en línea es rápida, lo que proporciona estabilidad del sistema en lazo cerrado controlador-convertidor.

Cabe destacar que el uso de la ley de control ETEDPOF, permite obtener con relativa facilidad algoritmo de control (véase la ecuación (3.28)) en términos de las corrientes y del voltaje del capacitor de enlace. Por tanto la técnica empleada permite obtener un controlador que regula de manera indirecta el voltaje del capacitor de salida del convertidor. Los resultados obtenidos, tanto teóricos como experimentales, permiten validar las hipótesis relacionadas con el problema de control del voltaje de salida del convertidor tipo Ćuk.

5.1.1. Desarrollos futuros

Como desarrollo futuro, se espera que los resultados experimentales obtenidos puedan ser aplicados con éxito para regular el voltaje de salida del convertidor ante variaciones dinámicas en la carga del mismo, empleando, por ejemplo, un motor de corriente directa. También puede probarse la efectividad del estimador

algebraico ante variaciones tanto en la carga como el voltaje de alimentación, de naturaleza desconocida pero absolutamente acotada. También como desarrollo futuro se tiene contemplado el implementar la ley de control obtenida es un dispositivo lógico reconfigurable, por ejemplo, un DSP o bien un FPGA.

5.2. Motor de CD alimentado por un convertidor reductor-elevador

En el caso de esta combinación, también se presenta la situación de que dicho sistema es no-plano pero controlable. Pese a que la velocidad angular del eje del motor es una variable de fase no-mínima, fue posible diseñar una ley de control por pasividad (ESDI) para regular dicha velocidad a un valor de referencia constante, ante perturbaciones de naturaleza desconocida variantes el tiempo, pero absolutamente acotadas. Lo anterior fue hecho posible gracias a la incorporación de un observador GPI de orden reducido que permite estimar de manera aproximada tanto el par de carga variante en el tiempo como la velocidad angular. Como muestran los resultados de simulación y experimentales obtenidos, dichos estimados permiten la regulación en lazo cerrado de la velocidad angular del eje del motor evitando el uso de sensores mecánicos, cuyo costo puede llegar a ser elevado. El control propuesto funciona bajo el enfoque de una técnica de control recientemente propuesta en la literatura y conocida como control por rechazo activo de perturbaciones (ADRC, por sus siglas en inglés, *Active Disturbance Rejection Control*).

Un resultado importante a destacar para el sistema convertidor reductor-elevador/motor de CD, es el establecimiento de la propiedad ISS de la dinámica del error. Dicho resultado establece que no importando como se diseñe el observador, para obtener el error de estimación, la convergencia de este error a cero garantiza que el error de control tenderá también a cero, es decir, se ha establecido un principio de separación para el control basado en pasividad propuesto. Aunque una desventaja del resultado obtenido radica en la suposición de un conocimiento perfecto de los parámetros del modelo, un rasgo importante de la propiedad ISS es que si el error de estimación es acotado, también lo será el error de control. La importancia del principio de separación establecido recae en el hecho de que el diseñador de la estrategia de control deberá centrar su atención únicamente en el diseño del observador sin tener que preocuparse por la estabilidad del sistema completo. Finalmente, los resultados experimentales y de simulación obtenidos permiten validar la efectividad del método de control propuesto, así como validar las hipótesis establecidas en relación con la combinación del convertidor reductor-elevador con el motor de CD de imán permanente.

5.2.1. Desarrollos futuros

Dentro de los trabajos futuros se considera el diseño de un control de seguimiento de velocidad para el sistema combinado no lineal reductor-elevador/motor de CD, empleando un observador de orden completo no lineal para estimar la velocidad y el par de carga del motor de CD. El diseño de tal observador estará basado en una técnica de diseño de observadores recientemente desarrollada para sistemas no lineales que poseen la propiedad de ser de Lipschitz.

También se contempla el implementar la ley de control propuesta así como el estimador propuesto en un dispositivo lógico reconfigurable tal como un FPGA o un DSP. Sería importante también el validar en la plataforma de control técnicas de control recientemente propuestas, por ejemplo, el control libre de modelo (MFC, por sus siglas en inglés, *Model Free Control*), el cual está basado en la consideración de ultra-modelos locales y estimación algebraica de derivadas.

Publicaciones realizadas

A.1. Revistas Internacionales

1. Linares-Flores, J., Barahona-Avalos, J. L., Sira-Ramírez, H., & Contreras-Ordaz, M. A. (2012). Robust passivity-based control of a buck–boost-converter/DC-motor system: An active disturbance rejection approach. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 48(6), 2362-2371.
2. Flores, J. L., Avalos, J. L. B., & Espinosa, C. A. B. (2011). Passivity-based controller and online algebraic estimation of the load parameter of the dc-to-dc power converter cuk type. *IEEE Latin America Transactions*, 9(1), 784-791.

A.2. Congresos Internacionales

1. Yescas-Mendoza, E., Linares-Flores, J., Contreras Ordaz, M. A., & Barahona Avalos, J. L. (2010). Controlador Lineal de Velocidad Angular con Rechazo Activo de Perturbaciones del Convertidor Reductor/Motor CD. En Memoria XV Congreso Latinoamericano de Control Automático 23-26 Octubre.

A.3. Congresos nacionales

1. Justo, E. E., Flores, J. L., Avalos, J. L. B., Osvaldo, E., Ramírez, G., & García, A. P. S. (2010). Control Proporcional-Integral-Generalizado de un Sistema Masa-Resorte-Amortiguador. En Memoria VI Semana Nacional de Ingeniería Electrónica.
2. Avalos, J. L. B., Flores, J. L., Justo, E. E., Ramírez, E. O. G., & García, A. P. S. (2010). Control PI Generalizado de un Sistema de Levitación Magnética. En Memoria VI Semana Nacional de Ingeniería Electrónica.
3. García, A. P. S., Flores, J. L., Justo, E. E., Ramírez, E. O. G., & Avalos, J. L. B. (2010). Control Aplicado al Convertidor Buck-Boost por Retroalimentación de Todos los Estados. En Memoria VI Semana Nacional de Ingeniería Electrónica.

4. Ramírez, E. O. G., Flores, J. L., Avalos, J. L. B., Justo, E. E., & García, A. P. S. (2010). Controlador Pasivo del Convertidor cd/cd Tipo SEPIC. En Memoria VI Semana Nacional de Ingeniería Electrónica.
5. Barahona-Avalos, J. L., Silva-López, C. H., & Linares-Flores, J. (2015). Control de velocidad de un motor de CD con conexión en serie mediante Rechazo Activo de Perturbaciones. En Memoria Congreso Nacional de Control automático 2016.
6. Sandoval-García, A. P., Barahona-Avalos, J. L., Linares-Flores, J., & Contreras-Ordaz, M. A. (2015). Control basado en pasividad de un rectificador multinivel monofásico sin transformador de aislamiento galvánico. En Memoria Congreso Nacional de Control automático 2016.

Apéndice B

Citas

B.1. Del artículo de revista internacional 1

1. Silva-Ortigoza, R., Hernández-Guzmán, V. M., Antonio-Cruz, M., & Muñoz-Carrillo, D. (2015). DC/DC Buck power converter as a smooth starter for a DC motor based on a hierarchical control. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 30(2), 1076-1084.
2. Magne, P., Nahid-Mobarakeh, B., & Pierfederici, S. (2014). Dynamic consideration of DC microgrids with constant power loads and active damping system—A design method for fault-tolerant stabilizing system. *IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Power Electronics*, 2(3), 562-570.
3. Zeng, J., Zhang, Z., & Qiao, W. (2014). An interconnection and damping assignment passivity-based controller for a DC–DC boost converter with a constant power load. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 50(4), 2314-2322.
4. Davari, M., & Mohamed, Y. A. R. I. (2014). Variable-structure-based nonlinear control for the master VSC in DC-energy-pool multiterminal grids. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 29(11), 6196-6213.
5. Ravi, S., Mezhuyev, V., Annapoorani, K. I., & Sukumar, P. (2016). Design and Implementation of a Microcontroller Based Buck Boost Converter as a Smooth Starter for Permanent Magnet Motor. *Indonesian Journal of Electrical Engineering and Computer Science*, 1(3), 566-574.
6. Ren, C., & Ma, S. (2015). Generalized proportional integral observer based control of an omnidirectional mobile robot. *Mechatronics*, 26, 36-44.
7. Alba-Juárez, J. N., Silva-Ortigoza, R., Taud, H., Rodríguez-Meza, J. A., & Hernández-Guzmán, V. M. (2015, November). Modeling and Simulation for a DC/DC Buck Power Electronic Converter–DC Motor System. In *Mechatronics, Electronics and Automotive Engineering (ICMEAE), 2015 International Conference on* (pp. 139-144). IEEE.

8. Taud, H., Rodr, J. A., & Hern, V. M. (2016, February). Simulation, construction, and validation of a DC/DC buck power converter-DC motor system. In 2016 International Conference on Electronics, Communications and Computers (CONIELECOMP) (pp. 118-124). IEEE.
9. Li, J., Xia, Y., Qi, X., Gao, Z., Chang, K., & Pu, F. (2015). Absolute stability analysis of non-linear active disturbance rejection control for single-input–single-output systems via the circle criterion method. *IET Control Theory & Applications*, 9(15), 2320-2329.
10. Yu, W. (2015). Neural Feedback Passivity of Unknown Nonlinear Systems via Sliding Mode Technique. *IEEE transactions on neural networks and learning systems*, 26(7), 1560-1566.
11. Guerrero-Ramírez, E., Linares-Flores, J., Guzmán-Ramírez, E., & Martínez-Barbosa, A. Control del convertidor cd/cd reductor paralelo-cascada: con enfoque al rechazo activo de perturbaciones.
12. Rajeswari, R., Ravi, S., Mezhuyev, V., & Kumarakrishnan, V. (2015, February). MATLAB/Simulink based design and development of a Buck Boost converter as a smooth starter for DC motor control. In *Soft-Computing and Networks Security (ICSNS), 2015 International Conference on* (pp. 1-5). IEEE.
13. Kim, I. H., & Son, Y. I. (2015, July). Robust cascade control of DC/DC boost converter against input variation and parameter uncertainties. In *2015 American Control Conference (ACC)* (pp. 2567-2572). IEEE.
14. Zhao, L., Li, Q., Yang, H., & Li, H. (2015, July). Positioning control of a one-DOF manipulator driven by pneumatic artificial muscles based on active disturbance rejection control. In *Control Conference (CCC), 2015 34th Chinese* (pp. 841-845). IEEE.
15. Chang, K., Xia, Y., Huang, K., & Ma, D. (2016). Obstacle avoidance and active disturbance rejection control for a quadrotor. *Neurocomputing*, 190, 60-69.
16. Linares-Flores, J., García-Rodríguez, C., Sira-Ramírez, H., & Ramírez-Cárdenas, O. D. (2015). Robust Backstepping Tracking Controller for Low-Speed PMSM Positioning System: Design, Analysis, and Implementation. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 11(5), 1130-1141.
17. Konstantopoulos, G. C., & Alexandridis, A. T. (2015). Enhanced Control Design of Simple DC-DC Boost Converter-driven DC Motors: Analysis and Implementation. *Electric Power Components and Systems*, 43(17), 1946-1957.
18. Siami, S., & Salimi, M. (2015). Direct Exact Feedback Linearization based control of the of the Output Voltage in the Minimum phase DC-DC Choppers. *Journal of Artificial Intelligence in Electrical Engineering*, 4(13), 1-46.
19. Zhang, Z., Yao, N., Wang, C., Kang, L., & Kang, L. (2015, October). A passivity-based control method for the single-phase three-level inverter. In *Electrical Machines and Systems (ICEMS), 2015 18th International Conference on* (pp. 1515-1518). IEEE.

20. Salimi, M., & Siami, S. (2015, November). Closed-Loop control of DC-DC buck converters based on exact feedback linearization. In *Electric Power and Energy Conversion Systems (EPECS), 2015 4th International Conference on* (pp. 1-4). IEEE.
21. Mash, J., Pahlevaninezhad, M., & Jain, P. (2014, March). Adaptive passivity-based nonlinear controller for wind energy conversion systems. In *2014 IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition-APEC 2014* (pp. 1757-1764). IEEE.
22. Davari, M. (2016). *Dynamics, Robust Control, and Power Management of Voltage-Source Converters in Hybrid Multiterminal AC/DC Grids* (Doctoral dissertation, University of Alberta).
23. Zhang, Z., Liu, X., Wang, C., Kang, L., & Liu, H. (2015, October). A passivity-based power control for a three-phase three-level NPC rectifier. In *Electrical Machines and Systems (ICEMS), 2015 18th International Conference on* (pp. 383-386). IEEE.
24. Guerrero, E., Sira, H., Martinez, A., Linares, J., & Guzman, E. (2016). On The Robust Control of Parallel-Cascade DC/DC Buck Converter. *IEEE Latin America Transactions*, 14(2), 595-601.
25. Aharon, I., Shmilovitz, D., & Kuperman, A. (2015). Robust output voltage control of multimode non-inverting DC-DC converter. *International Journal of Control*, 1-11.

B.2. Del artículo de revista internacional 2

1. Chen, Z. (2012). PI and sliding mode control of a Cuk converter. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 27(8), 3695-3703.
2. Rivera, J., Chavira, F., Loukianov, A., Ortega, S., & Raygoza, J. J. (2014). Discrete-time modeling and control of a boost converter by means of a variational integrator and sliding modes. *Journal of the Franklin Institute*, 351(1), 315-339.
3. Rivera, J., Chavira, F., & Loukianov, A. (2013). On the discrete-time modeling of a dc-to-dc power converter and control design with discrete-time sliding modes. *Mathematical Problems in Engineering*, 2013.
4. Loukianov, A., Rivera, J., Chavira, F., & Ortega, S. (2012, September). Discontinuous output regulation for a DC-to-AC boost converter. In *Electrical Engineering, Computing Science and Automatic Control (CCE), 2012 9th International Conference on* (pp. 1-6). IEEE.
5. Cortes, J., Ramos, G., & Costa, R. (2015). Discrete-Time Resonant Observer Based Control for Periodic Signal Rejection. *IEEE Latin America Transactions*, 13(5), 1279-1285.
6. Ortega, M., Jurado, F., & Vera, D. (2014). Novel topology for DC-DC full-bridge unidirectional converter for renewable energies. *IEEE Latin America Transactions*, 12(8), 1381-1388.

Bibliografía

- [1] Romeo Ortega, Julio Antonio Loría Perez, Per Johan Nicklasson, and Hebertt Sira-Ramirez. *Passivity-based control of Euler-Lagrange systems: mechanical, electrical and electromechanical applications*. Springer Science & Business Media, 2013.
- [2] J. Lévine. *Analysis and Control of Nonlinear Systems: A Flatness-Based Approach*. Springer, Berlín, primera edición, 2009. 319 pp.
- [3] H. Sira-Ramírez and S. K. Agrawal. *Differentially Flat Systems*. Marcel Dekker, New York, primera edición, 2004. 467 pp.
- [4] M. Fliess, J. Lévine, P. Martin, and P. Rouchon. Flatness and defect of non-linear systems: introductory theory and examples. *International journal of control*, 61(6):1327–1361, 1995.
- [5] J. Dannehl and F. W. Fuchs. Flatness-based control of an induction machine fed via voltage source inverter-concept, control design and performance analysis. In *IEEE Industrial Electronics, IECON 2006-32nd Annual Conference on*, pages 5125–5130. IEEE, 2006.
- [6] Guang-Ping He and Zhi-Yong Geng. Optimal motion planning for differentially flat underactuated mechanical systems. In *Automation and Logistics, 2008. ICAL 2008. IEEE International Conference on*, pages 1567–1572, September 2008.
- [7] V. Sangwan, H. Kuebler, and S. K. Agrawal. Differentially flat design of under-actuated planar robots: Experimental results. In *Robotics and Automation, 2008. ICRA 2008. IEEE International Conference on*, pages 2423–2428, May 2008.
- [8] J. Dannehl and F. W. Fuchs. Flatness-based voltage-oriented control of three-phase PWM rectifiers. In *Power Electronics and Motion Control Conference, 2008. EPE-PEMC 2008. 13th*, pages 444–450. IEEE, 2008.
- [9] J. Franch, S. K. Agrawal, and V. Sangwan. Differential flatness of a class of n -dof planar manipulators driven by 1 or 2 actuators. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 55(2):548–554, February 2010.

- [10] J. Linares-Flores, J. Reger, and H. Sira-Ramírez. Load torque estimation and passivity-based control of a boost-converter/dc-motor combination. *Control Systems Technology, IEEE Transactions on*, 18(6):1398–1405, November 2010.
- [11] C. Aguilar-Ibañez, H. Sira-Ramírez, and M. Suárez-Castañón. A flatness based controller for the stabilization of the inverted pendulum. *MPE Mathematical Problems in Engineering Journal*, In Press, 2010.
- [12] Chun-Hsu Ko, Kuu-Young Young, Yi-Che Huang, and Sunil K. Agrawal. Walk-assist robot: A novel approach to gain selection of a braking controller using differential flatness. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 21(6):2299–2305, 2013.
- [13] J. M. Rodriguez-Fortun, J. Orus, J. Alfonso, Francisco Buil Gimeno, and Jose A. Castellanos. Flatness-based active vibration control for piezoelectric actuators. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 18(1):221–229, 2013.
- [14] Ramon Silva-Ortigoza, C. Márquez-Sánchez, F. Carrizosa-Corral, M. Antonio-Cruz, J. M. Alba-Martínez, and G. Saldaña-González. Hierarchical velocity control based on differential flatness for a dc/dc buck converter-dc motor system. *Mathematical Problems in Engineering*, 2014, 2014.
- [15] Jean-François Stumper, Veit Hagenmeyer, Sascha Kuehl, and Ralph Kennel. Deadbeat control for electrical drives: A robust and performant design based on differential flatness. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 30(8):4585–4596, 2015.
- [16] Zhongcai Zhang, Yuqiang Wu, and Jinming Huang. Differential-flatness-based finite-time anti-swing control of underactuated crane systems. *Nonlinear Dynamics*, pages 1–13, 2016.
- [17] G. Rigatos, P. Siano, P. Wira, and M. Sayed-Mouchaweh. Control of dc–dc converter and dc motor dynamics using differential flatness theory. *Intelligent Industrial Systems*, pages 1–10, 2016.
- [18] R. Saadi, O. Kraa, M. Y. Ayad, M. Becherif, H. Ghodbane, M. Bahri, and A. Aboubou. Dual loop controllers using pi, sliding mode and flatness controls applied to low voltage converters for fuel cell applications. *International Journal of Hydrogen Energy*, 41(42):19154–19163, 2016.
- [19] Philippe Martin, Richard M. Murray, and Pierre Rouchon. Flat systems. In *Proc. of the 4th European Control Conf*, pages 211–264, 1997.
- [20] Jan C. Willems. Dissipative dynamical systems part i: General theory. *Archive for rational mechanics and analysis*, 45(5):321–351, 1972.
- [21] Jan C. Willems. Dissipative dynamical systems part ii: Linear systems with quadratic supply rates. *Archive for Rational Mechanics and Analysis*, 45(5):352–393, 1972.
- [22] M. Y. Wu and C.A. Desoer. Input-output properties of multiple-input, multiple-output discrete systems: part ii. *Journal of the Franklin Institute*, 290(2):85–101, 1970.

- [23] M. Vidyasagar. l_2 -stability of interconnected systems using a reformulation of the passivity theorem. *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, 24(11):637–645, 1977.
- [24] George Zames. On the input-output stability of time-varying nonlinear feedback systems part one: Conditions derived using concepts of loop gain, conicity, and positivity. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 11(2):228–238, 1966.
- [25] Peter J. Moylan. Implications of passivity in a class of nonlinear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 19(4):373–381, 1974.
- [26] David Hill and Peter Moylan. The stability of nonlinear dissipative systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 21(5):708–711, 1976.
- [27] David John Hill and Peter James Moylan. Stability results for nonlinear feedback systems. *Automatica*, 13(4):377–382, 1977.
- [28] David J. Hill and Peter J. Moylan. Dissipative dynamical systems: basic input-output and state properties. *Journal of the Franklin Institute*, 309(5):327–357, 1980.
- [29] Christopher Byrnes, Alberto Isidori, and Jan C. Willems. Passivity, feedback equivalence, and the global stabilization of minimum phase nonlinear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 36(11):1228–1240, 1991.
- [30] P. V. Kokotovic and H. J. Sussmann. A positive real condition for global stabilization of nonlinear systems. *Systems & Control Letters*, 13(2):125–133, 1989.
- [31] Rodolphe Sepulchre, Mrdjan Jankovic, and Petar V. Kokotovic. *Constructive nonlinear control*. Springer Science & Business Media, 2012.
- [32] G. L. Santosuosso. Passivity of nonlinear systems with input-output feedthrough. *Automatica*, 33(4):693–697, 1997.
- [33] G. Picci and S. Pinzoni. On feedback-dissipative systems. *Jour. of Math. Systems, Estimation and Control*, 2(1):1–30, 1992.
- [34] Arjan van der Schaft. *L2-gain and passivity in nonlinear control*. Springer-Verlag New York, Inc., 1999.
- [35] Hassan K. Khalil and J. W. Grizzle. *Nonlinear systems*, volume 3. Prentice hall Upper Saddle River, 2002.
- [36] Bernard Brogliato, Rogelio Lozano, Bernhard Maschke, and Olav Egeland. *Dissipative systems analysis and control*. Springer, 2007.
- [37] R. Ortega and M. W. Spong. Adaptive motion control of rigid robots: A tutorial. *Automatica*, 25(6):877–888, 1989.

- [38] Romeo Ortega, Antonio Loria, Rafael Kelly, and Laurent Praly. On passivity-based output feedback global stabilization of euler-lagrange systems. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 5(4):313–323, 1995.
- [39] Romeo Ortega. Passivity properties for stabilization of cascaded nonlinear systems. *Automatica*, 27(2):423–424, 1991.
- [40] Hebertt Sira-Ramirez and Maria Isabel Angulo-Nunez. Passivity-based control of nonlinear chemical processes. *International Journal of Control*, 68(5):971–996, 1997.
- [41] O Egeland and J. M. Godhavn. Passivity-based adaptive attitude control of a rigid spacecraft. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 39(4):842–846, 1994.
- [42] Erling Johannessen and Olav Egeland. Dynamic positioning with wave filtering using a passive controller structure. In *Decision and Control, 1993., Proceedings of the 32nd IEEE Conference on*, pages 1903–1908. IEEE, 1993.
- [43] Thor I. Fossen and Jann Peter Strand. Passive nonlinear observer design for ships using lyapunov methods: full-scale experiments with a supply vessel. *Automatica*, 35(1):3–16, 1999.
- [44] J. Linares-Flores and H. Sira-Ramírez. Dc motor velocity control through a dc-to-dc power converter. In *Decision and Control, 2004. CDC. 43rd IEEE Conference on*, volume 5, pages 5297 – 5302, December 2004.
- [45] Jesús Linares-Flores, Hebertt Sira-Ramirez, Edel F Cuevas-López, and Marco A Contreras-Ordaz. Sensorless passivity based control of a dc motor via a solar powered sepic converter-full bridge combination. *Journal of Power Electronics*, 11(5):743–750, 2011.
- [46] J. Linares-Flores, J. Reger, and H Sira-Ramírez. Speed-sensorless tracking control of a dc-motor via a double buck-converter. In *Decision and Control, 2006 45th IEEE Conference on*, pages 6229–6234. IEEE, 2006.
- [47] Jesús Linares-Flores, H Sira-Ramírez, Johann Reger, and Ramón Silva-Ortigoza. An exact tracking error dynamics passive output feedback controller for a buck-boost-converter driven dc motor. In *International Power Electronics Congress, 10th IEEE*, pages 1–5. IEEE, 2006.
- [48] J. Linares-Flores, H. Sira-Ramírez, E. Yescas-Mendoza, and J. J. Vásquez-Sanjuan. A comparison between the algebraic and the reduced order observer approaches for on-line load torque estimation in a unit power factor rectifier-dc motor system. *Asian Journal of Control*, 14(1):45–57, 2012.
- [49] J. Linares Flores, J. Reger, and H. Sira Ramirez. A time-varying linear state feedback tracking controller for a boost-converter driven dc motor. In *Proc. of the 4th IFAC-Symposium on Mechatronic Systems*, 2006.
- [50] J Linares Flores. *Control suave de velocidad de motores de cd mediante convertidores de potencia cd/cd*. PhD thesis, Ph. D. dissertation, CINVESTAV-IPN, Mexiko, 2006.

- [51] J. Linares-Flores, H. Sira-Ramírez, J. Reger, and R. Silva-Ortigoza. An exact tracking error dynamics passive output feedback controller for a buck-boost-converter driven dc motor. In *International Power Electronics Congress, 10th IEEE*, pages 1–5, October 2006.
- [52] J. Linares-Flores, J. L. Barahona-Avalos, and C. A. Bautista-Espinosa. Passivity-Based Controller and Online Algebraic Estimation of the Load Parameter of the DC-to-DC power converter Ćuk Type. *IEEE Latin America Transactions*, 9(1):50–57, 2011.
- [53] J. Linares-Flores, A. Antonio-García, and A. Orantes-Molina. Arranque suave para un motor de CD a través de un convertidor reductor CD-CD. *Revista Ingeniería, Investigación y Tecnología*, 12(2):137–148, 2011.
- [54] J. Linares-Flores, J. Reger, and H. Sira-Ramírez. A time-varying linear state feedback tracking controller for a boost-converter driven dc motor. In *Mechatronics 2006. 4th IFAC Symposium on Mechatronic Systems. Preprints*, pages 926–31, 2006.
- [55] Morikazu Takegaki and Suguru Arimoto. A new feedback method for dynamic control of manipulators. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 103(2):119–125, 1981.
- [56] Daniel U. Campos-Delgado, Elvia Palacios, and Diego R. Espinoza-Trejo. Passivity based control of nonlinear dc motors configurations and sensorless applications. In *2007 IEEE International Symposium on Industrial Electronics*, pages 3379–3384. IEEE, 2007.
- [57] R. D. Hall and W. J. Konstanty. Commutation of dc motors operated at reduced field current. In *Pulp and Paper Industry Technical Conference, 2009. PPIC '09. Conference Record of 2009 Annual*, pages 31–38, June 2009.
- [58] Pedro J. González-Rivera, Juan A. Santiago-González, Sergio García-Vergara, and Eduardo I. Ortiz-Rivera. Design of an observer and speed controller for a dc motor fed by fuel cells and dc to dc converters. In *2011 IEEE Power and Energy Society General Meeting*, pages 1–6. IEEE, 2011.
- [59] Ramón Silva-Ortigoza, Victor Manuel Hernández-Guzmán, Mayra Antonio-Cruz, and Daniel Muñoz-Carrillo. Dc/dc buck power converter as a smooth starter for a dc motor based on a hierarchical control. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 30(2):1076–1084, 2015.
- [60] S. Ganesh Kumar and S. Hosimin Thilagar. Sensorless load torque estimation and passivity based control of buck converter fed dc motor. *The Scientific World Journal*, 2015, 2015.
- [61] Vashist Bist and Bhim Singh. A unity power factor bridgeless isolated cuk converter-fed brushless dc motor drive. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 62(7):4118–4129, 2015.
- [62] A. Chelouah and Y. Chitour. Motion planning of rolling surfaces. In *Decision and Control, 2001. Proceedings of the 40th IEEE Conference on*, volume 1, pages 502–507. IEEE, 2001.
- [63] A. Chelouah. Extensions of differential flat fields and liouvillian systems. In *IEEE Conference on Decision and Control*, volume 5, pages 4268–4273. IEEE, 1997.

- [64] Hebertt Sira-Ramirez, Rafael Castro-Linares, and Eduardo Licéaga-Castro. Regulation of the longitudinal dynamics of an helicopter: A liouvillian systems approach. In *American Control Conference, 1999. Proceedings of the 1999*, volume 4, pages 2752–2756. IEEE, 1999.
- [65] H. Sira-Ramirez. Soft landing on a planet: a trajectory planning approach for the liouvillian model. In *American Control Conference, 1999. Proceedings of the 1999*, volume 4, pages 2936–2940. IEEE, 1999.
- [66] H. El Fadil and F. Giri. Robust control of dc motor velocity through dc-dc buck power converter. In *IEEE Industrial Electronics, IECON 2006-32nd Annual Conference on*, pages 1563–1568. IEEE, 2006.
- [67] Brad Lehman and Richard M. Bass. Extensions of averaging theory for power electronic systems. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 11(4):542–553, 1996.
- [68] H. Sira-Ramírez and R. Silva-Ortigoza. *Control Design Techniques in Power Electronics Devices*. Springer, Germany, primera edition, 2006. 431 pp.
- [69] Jesús Linares-Flores, Jorge L. Barahona-Avalos, Hebertt Sira-Ramirez, and Marco A. Contreras-Ordaz. Robust passivity-based control of a buck–boost-converter/dc-motor system: An active disturbance rejection approach. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 48(6):2362–2371, 2012.
- [70] Q. Lu, Y. Sun, and S. Mei. *Nonlinear control systems and power system dynamics*. Kluwer Academic, USA, 1st edition, 2001. 377 pp.
- [71] A. Loria and H. Nijmeijer. *Encyclopaedia of Life Support Systems (EOLSS). Vol. Perspectives and Overview of Life Support Systems and Sustainable Development*, chapter Passivity Based Control. EOLSS Publishers Ltd, 2002.
- [72] D. E. Chang. Generalization of the IDA-PBC method for stabilization of mechanical systems. In *Control & Automation (MED), 2010 18th Mediterranean Conference on*, pages 226–230. IEEE, 2010.
- [73] A. Astolfi and R. Ortega. Interconnection and Damping Assignment Passivity-Based Control: Static vs dynamic state-feedback. In *Decision and Control, 2008. CDC 2008. 47th IEEE Conference on*, pages 4444–4447. IEEE, 2008.
- [74] R. Ortega and E. Garcia-Canseco. Interconnection and damping assignment passivity-based control: towards a constructive procedure-Part I. In *Decision and Control, 2004. CDC. 43rd IEEE Conference on*, volume 4, pages 3412–3417. IEEE, 2004.
- [75] E. Garcia-Canseco, A. Astolfi, and R. Ortega. Interconnection and damping assignment passivity-based control: towards a constructive procedure-Part II. In *Decision and Control, 2004. CDC. 43rd IEEE Conference on*, volume 4, pages 3418–3423. IEEE, 2004.
- [76] G. Viola, R. Ortega, R. Banavar, J. A. Acosta, and A. Astolfi. Total energy shaping control of mechanical systems: Simplifying the matching equations via coordinate changes. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 52(6):1093–1099, June 2007.

- [77] H. Komurcugil. Passivity-Based Control of Single-Phase PWM Current-Source Inverters. In *Industrial Electronics Society, 2007. IECON 2007. 33rd Annual Conference of the IEEE*, pages 545–550. IEEE, 2007.
- [78] Y. Wang and G. Feng. Finite-time stabilization of Port-Controlled Hamiltonian systems with application to nonlinear affine systems. In *American Control Conference, 2008*, pages 1202–1207. IEEE, 2008.
- [79] J. A. Acosta, E. Panteley, and R. Ortega. A new strict lyapunov function for fully-actuated mechanical systems controlled by ida–pbc. In *Control Applications, (CCA) Intelligent Control, (ISIC), 2009 IEEE*, pages 519 –524, July 2009.
- [80] Yunjie Gu, Wuhua Li, and Xiangning He. Passivity-based control of dc microgrid for self-disciplined stabilization. *IEEE Transactions on Power Systems*, 30(5):2623–2632, 2015.
- [81] Mohammad Rasool Mojallizadeh and Mohammad Ali Badamchizadeh. Adaptive passivity-based control of a photovoltaic/battery hybrid power source via algebraic parameter identification. *IEEE Journal of Photovoltaics*, 6(2):532–539, 2016.
- [82] Rafael de Jesús Hernández Hernández, V Cárdenas, and Gerardo Espinosa-Pérez. Development of a current source inverter for energy storage systems. In *Power Electronics (CIEP), 2016 13th International Conference on*, pages 283–288. IEEE, 2016.
- [83] Federico M. Serra and Cristian H. De Angelo. Ida-pbc control of a single-phase battery charger for electric vehicles with unity power factor. In *Control Applications (CCA), 2016 IEEE Conference on*, pages 261–266. IEEE, 2016.
- [84] Rafael Cisneros, Rui Gao, Romeo Ortega, and Iqbal Husain. Pi passivity-based control for maximum power extraction of a wind energy system with guaranteed stability properties. *International Journal of Emerging Electric Power Systems*, 17(5):567–573, 2016.
- [85] R. Ortega and E. Garcia-Canseco. Interconnection and damping assignment passivity-based control: A survey. *European Journal of Control*, 10(5):432–450, 2004.
- [86] Hebertt Sira-Ramírez and Eva María Navarro-López. On the passivity of general nonlinear systems. In *Preprint International Symposium on Mathematical Theory of Networks and Systems*, 2000.
- [87] H. Sira-Ramírez. Are nonlinear controllers really necessary in power electronics devices? In *Power Electronics and Applications, 2005 European Conference on*, pages 10–pp. IEEE, 2005.
- [88] Jesse B. Hoagg and Dennis S. Bernstein. Nonminimum-phase zeros-much to do about nothing-classical control-revisited part ii. *IEEE control systems*, 27(3):45–57, 2007.
- [89] Alberto Isidori. The zero dynamics of a nonlinear system: From the origin to the latest progresses of a long successful story. *European Journal of Control*, 19(5):369–378, 2013.

- [90] D.L. Martinez-Vazquez, A. Rodriguez-Angeles, and H. Sira-Ramírez. Robust GPI observer under noisy measurements. In *Electrical Engineering, Computing Science and Automatic Control, CCE, 2009 6th International Conference on*, pages 1–5. IEEE, 2010.
- [91] N. Mohan, Undeland T. M., and Robbins W. P. *Power Electronics: Converters, Applications, and Design*. John Wiley and Sons, Inc., New Jersey, tercera edición, 2003. 802 pp.
- [92] I. Batarseh. *Power Electronic Circuits*. John Wiley and Sons, Inc., New Jersey, primera edición, 2004. 574 pp.
- [93] A. Kugi and K. Schlacher. Nonlinear H_∞ controller design for a DC-to-DC power converter. *Control Systems Technology, IEEE Transactions on*, 7(2):230–237, 1999.
- [94] H. Sira-Ramírez. A geometric approach to pulse-width modulated control in nonlinear dynamical systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 34(2):184–187, 1989.
- [95] J. W. Kimball and P. T. Krein. Singular Perturbation Theory for DC-DC Converters and Application to PFC Converters. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 23(6):2970–2981, 2008.
- [96] M. Chen and J. Sun. A general approach to averaged modeling and analysis of active-clamped converters. In *Applied Power Electronics Conference and Exposition, 2005. APEC 2005. Twentieth Annual IEEE*, volume 2, pages 1359–1365. IEEE, 2005.
- [97] Siu-Chung Wong and Y. S. Lee. Spice modeling and simulation of hysteretic current-controlled cuk converter. *Power Electronics, IEEE Transactions on*, 8(4):580–587, 1993.
- [98] Jingquan Chen, Dragan Maksimovic, and Robert W. Erickson. Analysis and design of a low-stress buck-boost converter in universal-input pfc applications. *Power Electronics, IEEE Transactions on*, 21(2):320–329, 2006.
- [99] H. S. H. Chung, K. K. Tse, S. Y. Ron Hui, C. M. Mok, and M. T. Ho. A novel maximum power point tracking technique for solar panels using a sepic or cuk converter. *Power Electronics, IEEE Transactions on*, 18(3):717–724, 2003.
- [100] Jeremy Knight, Seyed Shirsavar, and William Holderbaum. An improved reliability cuk based solar inverter with sliding mode control. *Power Electronics, IEEE Transactions on*, 21(4):1107–1115, 2006.
- [101] Vashist Bist and Bhim Singh. Pfc cuk converter-fed bldc motor drive. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 30(2):871–887, 2015.
- [102] V. Fernão Pires, Daniel Foito, F. R. B. Baptista, and J. Fernando Silva. A photovoltaic generator system with a dc/dc converter based on an integrated boost-cúk topology. *Solar Energy*, 136:1–9, 2016.
- [103] K. Kanimozhi and A. Shunmugalatha. Photovoltaic systems with passive lossless cuk converter using hybrid sliding mode control. *Journal of Circuits, Systems and Computers*, 25(05):1650036, 2016.

- [104] V. Krishnan, K. U. Vinayaka, and S. Sanjay. Speed control of induction motor drive using pfc cuk converter fed quasi z-source inverter. In *Computation of Power, Energy Information and Commuincation (ICCPEIC), 2016 International Conference on*, pages 553–558. IEEE, 2016.
- [105] Satyajit Chincholkar and Chok-You Chan. Design and implementation of an output feedback controller for the cuk converter. In *Industrial Electronics Society, IECON 2015-41st Annual Conference of the IEEE*, pages 000086–000090. IEEE, 2015.
- [106] Luis Martinez-Salamero, Javier Calvente, Roberto Giral, Alberto Poveda, and Enric Fossas. Analysis of a bidirectional coupled-inductor cuk converter operating in sliding mode. *Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications, IEEE Transactions on*, 45(4):355–363, 1998.
- [107] Efim A. Aksenov and Valery D. Yurkevich. Sliding mode and time-scales in control system design for a cuk converter. In *Micro/Nanotechnologies and Electron Devices (EDM), 2016 17th International Conference of Young Specialists on*, pages 401–406. IEEE, 2016.
- [108] Romeo Ortega. *Passivity-based control of Euler-Lagrange systems: mechanical, electrical and electro-mechanical applications*. Springer, 1998.
- [109] Aldo Balestrino, Alberto Landi, and Luca Sani. Cuk converter global control via fuzzy logic and scaling factors. *IEEE transactions on industry applications*, 38(2):406–413, 2002.
- [110] P. Jose and N. Mohan. A novel zvs bidirectional cuk converter for dual voltage systems in automobiles. In *Industrial Electronics Society, 2003. IECON'03. The 29th Annual Conference of the IEEE*, volume 1, pages 117–122. IEEE, 2003.
- [111] Zengshi Chen. Pi and sliding mode control of a cuk converter. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 27(8):3695–3703, 2012.
- [112] Michel Fliess, Cédric Join, and Hebertt Sira-Ramirez. Non-linear estimation is easy. *International Journal of Modelling, Identification and Control*, 4(1):12–27, 2008.
- [113] Michel Fliess and Hebertt Sira-Ramirez. Closed-loop parametric identification for continuous-time linear systems via new algebraic techniques. In *Identification of Continuous-time Models from sampled Data*, pages 363–391. Springer, 2008.
- [114] K. Schlacher and A. Kugi. Modern control of a cuk converter using nonlinear methods. In *Control Applications, 1994., Proceedings of the Third IEEE Conference on*, pages 503–504 vol.1, August 1994.
- [115] K. M. Smedley and S. Cuk. Dynamics of one-cycle controlled Cuk converters. *Power Electronics, IEEE Transactions on*, 10(6):634–639, 2002.
- [116] Horacio J. Marquez. *Nonlinear control systems: analysis and design*. John Wiley, 2003.
- [117] Michel Fliess and Hebertt Sira-Ramirez. An algebraic framework for linear identification. *ESAIM controle optimisation et calcul des variations*, 9:151, 2004.

- [118] Hebertt Sira-Ramírez, Carlos García Rodríguez, John Cortés Romero, and Alberto Luviano Juárez. *Algebraic identification and estimation methods in feedback control systems*. John Wiley & Sons, 2014.
- [119] J. Chiasson. *Modeling and High Performance Control of Electric Machines*. John Wiley and Sons, Inc., Hoboken, New Jersey, primera edición, 2005. 709 pp.
- [120] Shengqiang Li, Xiaodong Liang, and Wilsun Xu. Modeling dc motor drive systems in power system dynamic studies. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 51(1):658–668, 2015.
- [121] M. Fanslow and S. Drzymala. Considerations in the Selection and Application of AC and DC Motors for Cement Plants. In *Cement Industry Technical Conference Record, 2009 IEEE*, pages 1–22. IEEE, 2009.
- [122] Edy E. Jiménez-Toribio, Abel A. Labour-Castro, Félix Muñoz-Rodríguez, Héctor R. Pérez-Hernández, and Eduardo I. Ortiz-Rivera. Sensorless control of sepic and cuk converters for dc motors using solar panels. In *Electric Machines and Drives Conference, 2009. IEMDC'09. IEEE International*, pages 1503–1510, 2009.
- [123] Daniel U. Campos-Delgado. Passivity based control of nonlinear dc motors configurations and sensorless applications. In *Industrial Electronics, 2007. ISIE 2007. IEEE International Symposium on*, pages 3379–3384. IEEE, 2007.
- [124] Sergey Edward Lyshevski. *Electromechanical systems, electric machines, and applied mechatronics*, volume 3. CRC press, 1999.
- [125] Issa Batarseh. *Power electronic circuits*. John Wiley, 2004.
- [126] Vadim Zheglov and Wenzhong Gao. Double input dc/dc converter topology for hybrid electrical vehicles. In *Vehicle Power and Propulsion Conference, 2009. VPPC'09. IEEE*, pages 455–460. IEEE, 2009.
- [127] Mamadou Baïlo Camara, Hamid Gualous, Frederic Gustin, and Alain Berthon. Design and new control of dc/dc converters to share energy between supercapacitors and batteries in hybrid vehicles. *Vehicular Technology, IEEE Transactions on*, 57(5):2721–2735, 2008.
- [128] Haibo Qiao, Yicheng Zhang, Yongtao Yao, and Li Wei. Analysis of buck-boost converters for fuel cell electric vehicles. In *Vehicular Electronics and Safety, 2006. ICVES 2006. IEEE International Conference on*, pages 109–113. IEEE, 2006.
- [129] F. Caricchi, F. Crescimbeni, F. Giulii Capponi, and L. Solero. Study of bi-directional buck-boost converter topologies for application in electrical vehicle motor drives. In *Applied Power Electronics Conference and Exposition, 1998. APEC'98. Conference Proceedings 1998., Thirteenth Annual*, volume 1, pages 287–293. IEEE, 1998.

- [130] S. González Castillo, A. Claudio Sánchez, Gerardo V. Guerrero Ramírez, and Duran Fonseca. Design of a nonlinear control and dc-dc converter applied to electric vehicles. In *Power Electronics Congress (CIEP), 2010 12th International*, pages 199–204. IEEE, 2010.
- [131] Alessandro Pisano, Alejandro Davila, Leonid Fridman, and Elio Usai. Cascade control of pm dc drives via second-order sliding-mode technique. *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, 55(11):3846–3854, 2008.
- [132] Nabil T. Tweig. Speed control of a dc series motor using buck-boost converter. In *Power Systems Conference, 2006. MEPCON 2006. Eleventh International Middle East*, volume 1, pages 1–9. IEEE, 2006.
- [133] Gert K Andersen and Frede Blaabjerg. Current programmed control of a single-phase two-switch buck-boost power factor correction circuit. *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, 53(1):263–271, 2006.
- [134] Jin Nan, Tang Hou-Jun, Liu Wei, and Ye Peng-Sheng. Analysis and control of buck-boost chopper type ac voltage regulator. In *Power Electronics and Motion Control Conference, 2009. IPEMC'09. IEEE 6th International*, pages 1019–1023. IEEE, 2009.
- [135] Arthur J. Krener and MingQing Xiao. A necessary and sufficient condition for the existence of a nonlinear observer with linearizable error dynamics. In *Decision and Control, 2001. Proceedings of the 40th IEEE Conference on*, volume 3, pages 2936–2941. IEEE, 2001.
- [136] Jaime A Moreno and Gerardo Espinosa-Perez. Sensorless pbc of induction motors: A separation principle from iss properties. In *Decision and Control, 2007 46th IEEE Conference on*, pages 6094–6099. IEEE, 2007.
- [137] John Chiasson. *Modeling and high performance control of electric machines*, volume 26. John Wiley & Sons, 2005.
- [138] Hebertt Sira-Ramirez and Vicente Feliu Batlle. Robust σ - δ modulation-based sliding mode observers for linear systems subject to time polynomial inputs. *International Journal of Systems Science*, 42(4):621–631, 2011.
- [139] H. Sira-Ramirez, Alberto Luviano-Juárez, and John Cortés-Romero. On the observer assisted sliding mode creation: An active disturbance rejection approach. In *Variable Structure Systems (VSS), 2012 12th International Workshop on*, pages 57–62. IEEE, 2012.
- [140] Ned Mohan and Tore M. Undeland. *Power electronics: converters, applications, and design*. John Wiley & Sons, 2007.
- [141] Donald V. Richardson and Arthur J. Caisse Jr. *Rotating electric machinery and transformer technology*. Prentice-Hall, Inc., 1996.
- [142] PSIM User's Guide. Powersim inc, 2006.