



UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE LA MIXTECA
DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO

**ANÁLISIS COMPARATIVO DEL DESEMPEÑO DEL DRON PARROT
MAMBO CON LAS TÉCNICAS DE CONTROL BACKSTEPPING Y
MODOS DESLIZANTES**

TESIS

PARA OBTENER EL GRADO DE:

**MAESTRO EN ELECTRÓNICA, OPCIÓN: SISTEMAS
INTELIGENTES APLICADOS**

PRESENTA:

ING. JAZZIEL YAIR SANTIAGO SANTIAGO

DIRECTOR DE TESIS:

DR. EDGARDO YESCAS MENDOZA

CODIRECTOR DE TESIS:

DR. CARLOS GARCÍA RODRÍGUEZ

HUAJUAPAN DE LEÓN, OAXACA, MÉXICO, MARZO, 2026

Dedicatoria

Este trabajo está dedicado a la memoria de mi hermano Jonathan Santiago Santiago, cuyo espíritu de trabajo y perseverancia fue una fuente constante de fortaleza e inspiración.

De igual forma, lo dedico a toda mi familia: a mi madre Gloria, a mis hermanas Yuri y Kris, a mis sobrinas Min y Juli, y a mi novia Irene, por su confianza y apoyo incondicional durante todo este proceso.

Agradecimientos

En primer lugar, agradezco al Dr. Edgardo Yescas Mendoza por la confianza depositada en mí y por el valioso tiempo dedicado a la dirección de este trabajo, así como por su constante interés en el desarrollo de la investigación. Asimismo, agradezco al Dr. Carlos García Rodríguez por aceptar codirigir esta tesis.

Agradezco a los sinodales de esta tesis: Dr. José Aníbal Arias, Dr. J. Fermi Guerrero Castellanos, Dr. Jesús Linares Flores y al Dr. Juan Javier Montesinos García, por el tiempo dedicado a la revisión del manuscrito y por sus valiosos comentarios, los cuales contribuyeron significativamente a mejorar la calidad del trabajo.

A mis amigos Amaury, Saúl, Eduardo, Monserrat, Alejandro, Jesús, Augusto, Edgar y Margarita, les agradezco por las experiencias compartidas y por los momentos que hicieron más llevadero este proceso.

A la Universidad Tecnológica de la Mixteca, por facilitar sus instalaciones, las cuales fueron esenciales para la realización de las pruebas experimentales.

A Irene, por su apoyo constante, comprensión y motivación durante este complejo proceso de formación profesional.

Finalmente, agradezco a la Secretaría de Ciencia, Humanidades, Tecnología e Innovación (SECIHTI) del Gobierno de México por el financiamiento otorgado mediante la beca de estudios de posgrado, el cual hizo posible la realización de este trabajo de investigación.

Resumen

En este trabajo se presenta un análisis comparativo del desempeño del UAV Parrot Mambo FPV empleando técnicas de control no lineal, específicamente el control Backstepping y SMC en sus variantes *sign*, *tanh* y Super Twisting (STSM), aplicadas al control de actitud y altitud. La evaluación se llevó a cabo mediante simulaciones en MATLAB/Simulink y pruebas experimentales en un entorno controlado, considerando escenarios de regulación, seguimiento de trayectorias tridimensionales y rechazo a perturbaciones externas.

Los resultados obtenidos en simulación muestran que el controlador Backstepping presenta el mejor desempeño global en la dinámica de actitud, con reducciones de hasta 82 % en el error cuadrático medio (MSE) para *Roll* y tiempos de establecimiento inferiores a 1 s en múltiples trayectorias. Por su parte, el controlador STSM destacó en el control de la altitud, alcanzando reducciones aproximadas del 87 % en MSE respecto al controlador PID. El SMC-tanh mostró un comportamiento intermedio, con menor chattering que SMC-sign, aunque sin superar de manera consistente al Backstepping.

En las pruebas experimentales se confirma la tendencia observada en simulación. El controlador STSM obtuvo los valores más bajos de MSE en regulación de altura y ante cambios de referencia, mientras que el control Backstepping presenta señales de control más suaves y estables, particularmente en escenarios con perturbaciones y trayectorias complejas. En el seguimiento experimental de trayectorias tridimensionales, el controlador Backstepping presenta los menores errores en las variables de actitud y un desempeño consistente en altitud, consolidándose como el controlador más robusto.

En conjunto, los resultados validan la hipótesis de que el control Backstepping ofrece un mejor desempeño global en comparación con SMC para el control de actitud y altitud del UAV Parrot Mambo FPV. Asimismo, se demuestra que la plataforma MATLAB/Simulink junto con el UAV Parrot Mambo constituye una herramienta accesible y eficaz para el desarrollo y

validación de controladores no lineales, sin requerir infraestructura experimental altamente especializada.

Abstract

This work presents a comparative analysis of the performance of the Parrot Mambo FPV UAV using nonlinear control techniques, specifically the Backstepping controller and Sliding Mode Control (SMC) in its *sign*, *tanh*, and Super Twisting (STSM) variants, applied to attitude and altitude control. The evaluation was conducted through numerical simulations in MATLAB/Simulink and experimental tests in a controlled environment, considering regulation tasks, three-dimensional trajectory tracking, and disturbance rejection.

Simulation results show that the Backstepping controller achieves the best overall performance in attitude dynamics, with reductions of up to 82% in mean squared error (MSE) for roll and settling times below 1 s in multiple trajectories. In contrast, the STSM controller exhibits superior performance in altitude control, achieving MSE reductions of approximately 87% compared to the PID controller. The SMC-tanh controller provides intermediate performance with reduced chattering compared to SMC-sign, although it does not consistently outperform Backstepping.

Experimental results confirm the trends observed in simulation. The STSM controller attains the lowest MSE values in altitude regulation and reference-change scenarios, while the Backstepping controller generates smoother and more stable control signals, particularly under disturbances and complex trajectory tracking tasks. In three-dimensional trajectory tracking experiments, Backstepping achieves the lowest errors in attitude variables and consistent performance in altitude, establishing it as the most robust and reliable controller. Conversely, the PID and SMC-sign controllers present higher errors and practical limitations, with SMC-sign being excluded from certain experiments due to severe chattering effects.

Overall, the results validate the hypothesis that the Backstepping control technique provides superior global performance compared to SMC for attitude and altitude control of the Parrot Mambo FPV UAV. Additionally, this work demonstrates that the combined use of

MATLAB/Simulink and the Parrot Mambo platform constitutes an accessible and effective framework for the development and experimental validation of nonlinear control strategies without the need for highly specialized laboratory infrastructure.

Índice General

Dedicatoria.....	II
Agradecimientos.....	IV
Resumen.....	VI
Abstract	VIII
Índice General.....	X
Índice de Figuras	XIII
Índice de Tablas	XIX
Capítulo 1.....	1
1 INTRODUCCIÓN	1
1.1 Antecedentes.....	3
1.2 Planteamiento del problema.....	6
1.3 Objetivos	7
1.3.1 Objetivo general.....	7
1.3.2 Objetivos específicos	7
1.4 Metas.....	8
1.5 Hipótesis	8
1.6 Justificación.....	8
1.6.1 Pertinencia	9
1.6.2 Relevancia	10
1.7 Alcances y delimitaciones.....	10
1.7.1 Alcances.....	10
1.7.2 Delimitaciones.....	10
1.8 Organización de la tesis.....	11
Capítulo 2.....	13
2 ESTADO DEL ARTE.....	13
2.1 Control por modos deslizantes aplicado a los UAV's.....	13
2.1.1 Control Backstepping aplicado a los UAV's	15

2.1.2	Técnicas de control aplicadas al UAV Parrot Mambo FPV	17
Capítulo 3.....		23
3	MARCO TEÓRICO.....	23
3.1	<i>Definición de UAV</i>	23
3.2	<i>Clasificación y aplicaciones de los UAV's</i>	23
3.2.1	Clasificación de UAVs	24
3.2.2	Clasificación de μ UAV	24
3.2.3	Clasificación de MAV.....	25
3.2.4	Clasificación de NAV	27
3.3	<i>Aplicaciones de los UAVs</i>	28
3.4	<i>Cuadricóptero Parrot Mambo FPV</i>	29
3.4.1	Sensores de orientación y posición del UAV Parrot Mambo FPV	31
3.4.2	Actuadores del dron Parrot Mambo FPV	34
3.5	<i>Modelo matemático de un cuadricóptero</i>	37
3.6	<i>Teoría de Estabilidad de Lyapunov</i>	41
3.7	<i>Técnicas de control para sistemas no lineales</i>	43
3.7.1	Control Backstepping	44
3.7.2	Control por modos deslizantes	48
3.8	<i>Métricas de regresión para medir el rendimiento de las técnicas de control</i>	59
3.8.1	Error cuadrático medio (MSE)	60
3.8.2	Raíz del error medio cuadrático (RMSE)	60
3.8.3	Integral del error cuadrático (ISE)	61
Capítulo 4.....		63
4	DISEÑO DE LOS CONTROLADORES DE VUELO DEL UAV PARROT MAMBO.....	63
4.1	<i>La arquitectura del Sistema de Control</i>	64
4.2	<i>Diseño del control por modos deslizantes (SMC)</i>	66
4.2.1	Formulación del diseño de control de altitud y actitud	67
4.2.2	Control de Altitud.....	74
4.2.3	Control de Actitud.....	75
4.3	<i>Diseño de control de vuelo con control Backstepping</i>	78
4.3.1	Control de altitud	78
4.3.2	Control de Actitud.....	80

Capítulo 5.....	83
5 RESULTADOS EN SIMULACIÓN Y EXPERIMENTALES	83
5.1 <i>Entorno de simulación y modelo dinámico en Matlab/Simulink</i>	83
5.1.1 <i>Comandos de vuelo</i>	84
5.1.2 Sistema de control de vuelo	85
5.1.3 Modelo de simulación.	90
5.1.4 Visualización.	93
5.2 <i>Evaluación en simulación de los controladores</i>	95
5.2.1 Escenario 1: Seguimiento de referencia fija en altitud.....	98
5.2.2 Escenario 2: Seguimiento de referencia variable en altitud.	101
5.2.3 Escenario 3: Perturbaciones externas	104
5.2.4 Escenario 4: Seguimiento de trayectorias tridimensionales	106
5.3 <i>Evaluación experimental de los controladores</i>	120
5.3.1 Resultados experimentales del escenario 1	120
5.3.2 Resultados experimentales del escenario 2.....	123
5.3.3 Resultados experimentales del escenario 3.....	126
5.3.4 Escenario 4: Experimentación en el seguimiento de trayectorias tridimensionales.....	128
Capitulo 6.....	141
6 CONCLUSIONES	141
Apéndice A Instalación y configuración del paquete de soporte para el UAV Parrot Mambo en Simulink.....	144
Referencias.....	155

Índice de Figuras

Figura 1.1 Tendencia mundial del mercado de drones 2023-2030.....	1
Figura 1.2 UAV Parot Mambo FPV de la firma Parrot.....	3
Figura 2.1 Comparación del chattering entre el control STSM y CSM.	14
Figura 2.2 Control de altitud y actitud con perturbaciones (saturación).	14
Figura 2.4 Error de seguimiento de altitud sin perturbaciones.	17
Figura 2.5 Resultados experimentales del seguimiento en altitud.	18
Figura 2.6 Desempeño de los controladores en el ángulo de balanceo en simulación.	19
Figura 2.7 Desempeño: PID vs. APID en seguimiento de referencias con perturbaciones.....	20
Figura 3.1 Clasificación de drones. (Hassanalian & Abdelkefi, 2017).	24
Figura 3.2 Tipos de UAV, (a) HTOL, (b) VTOL, (c) heli-ala. (Hassanalian & Abdelkefi, 2017).....	25
Figura 3.3 Tipos de μ UAVs, (a) HTOL, (b) ala basculante, (c) helicóptero. (Hassanalian & Abdelkefi, 2017).	25
Figura 3.5 Tipos de multicopteros; (a) monocóptero, (b) bicóptero, (c) tricóptero, (d) cuadricóptero, (e) pentacóptero, (f) hexacóptero, (g) octacóptero, (h)deca-cóptero, (i) dodeca-cóptero. (Hassanalian & Abdelkefi, 2017).	27
Figura 3.6 Tipos de NAV: (a) ala batiente, (b) helicóptero, (c) quadrotor, (d) hexacóptero. (Hassanalian & Abdelkefi, 2017).	28
Figura 3.7 Clasificación de aplicaciones de drones.	29
Figura 3.8 UAV MAV Parrot Mambo FPV.	30
Figura 3.9 Sensores integrados en el UAV Parrot Mambo	31
Figura 3.10 Sensor ultrasónico del UAV Parrot Mambo.	32
Figura 3.11 Sensor óptico del UAV Parrot Mambo.....	33
Figura 3.12 Representación de IMU: a) Acelerómetro b) Giroscopio.	34
Figura 3.13 Grados de libertad del UAV Parrot Mambo.....	35
Figura 3.14 Principio de acción-reacción en una hélice de UAV.	36

Figura 3.15 Sentidos de giro de los motores del UAV Parrot Mambo FPV	36
Figura 3.16 Diagrama del cuadricóptero.	38
Figura 3.17 Estabilidad de Lyapunov en un punto de equilibrio.	43
Figura 3.18 Estabilidad asintótica de un punto de equilibrio.	43
Figura 3.19 Evolución temporal de $\xi_1(t)$ y $\xi_2(t)$ con control Backstepping (sistema 3.22)..	47
Figura 3.20 Evolución temporal de $\xi_1(t)$ y $\xi_2(t)$ con control Backstepping (sistema 3.22).	48
Figura 3.21 Convergencia asintótica del sistema $f x_1, x_2, t \equiv 0$	50
Figura 3.22 Convergencia en el dominio Ω para $f x_1, x_2, t = \sin 2t$	50
Figura 3.23 Variable deslizante.....	54
Figura 3.24 Convergencia asintótica para $f x_1, x_2, t = \sin 2t$	55
Figura 3.25 Retrato de fase.	55
Figura 3.26 Señal de control del SMC.....	56
Figura 3.27 Comparación de las funciones sgn, sat, tanh y fracción aproximada.	58
Figura 4.1 Esquema general del problema de control del UAV Parrot Mambo.....	64
Figura 4.2 Esquema general del sistema de control realimentado.	65
Figura 5.2 Contenido del bloque Flight Commands.....	85
Figura 5.3 Estructura del Sistema de control de vuelo.....	86
Figura 5.4 Estimador estados del UAV Parrot Mambo.	87
Figura 5.5 Planificación de la Trayectoria de vuelo del Parrot Mambo.	88
Figura 5.6 Controladores de vuelo del UAV Parrot Mambo.	89
Figura 5.7 Control de actitud del UAV Parrot Mambo.	89
Figura 5.8 Control de altitud del UAV Parrot Mambo.	90
Figura 5.9 Diagrama interno del bloque Nonlinear Airframe, que representa el modelo dinámico no lineal del UAV Parrot Mambo en Simulink.	92
Figura 5.10 Bloque Environment que define las condiciones físicas del entorno en el modelo de Simulink.	93

Figura 5.11 Bloque Sensors que modela las mediciones inerciales y de altitud del UAV Parrot Mambo en Simulink.....	93
Figura 5.12 Bloque de monitoreo de telemetría en el subsistema Flight Visualization.	94
Figura 5.13 Bloque de visualización 3D del UAV Parrot Mambo en Simulink 3D Animation.	95
Figura 5.14 Planificación de trayectoria del UAV Parrot Mambo en Simulink.	96
Figura 5.15 Menú de configuración de la duración de la simulación.	96
Figura 5.16 Ventana de simulación 3D del UAV Parrot Mambo.	97
Figura 5.17 Seguimiento de altitud del UAV Parrot Mambo con referencia 1.2m.	100
Figura 5.18 Error cuadrático con referencia fija.	100
Figura 5.19 Señal de control U_1	101
Figura 5.20 Seguimiento de altitud del Parrot Mambo con referencia variable.	102
Figura 5.21 Error cuadrático con referencia variable	103
Figura 5.22 Señal de control U_1 con referencia variable.....	103
Figura 5.23 Seguimiento de altitud del Parrot Mambo ante perturbaciones externas.....	104
Figura 5.24 Error al cuadrado ante perturbaciones externas.....	105
Figura 5.25 Señal de control U_1 ante perturbaciones del sistema.....	105
Figura 5.26 Generación de trayectoria del Parrot Mambo: (a) algoritmo para waypoints deseados, (b) trayectoria esperada.....	107
Figura 5.27 Seguimiento de trayectoria lineal: trayectorias por controlador a) 2D y b) 3D.....	108
Figura 5.28 Seguimiento del ángulo de Roll en el escenario lineal.	108
Figura 5.29 Seguimiento del ángulo de Pitch en el escenario lineal.....	109
Figura 5.30 Seguimiento del ángulo de Yaw en el escenario lineal.	109
Figura 5.31 Seguimiento de trayectoria en zigzag: trayectorias por controlador (a) 2D, (b) 3D.....	111
Figura 5.32 Seguimiento de Roll en zigzag: referencia vs. estimaciones.....	111
Figura 5.33 Seguimiento de Pitch en zigzag: referencia vs. estimaciones.	112
Figura 5.34 Seguimiento de Yaw en zigzag: referencia vs. estimaciones.....	112
Figura 5.35 Seguimiento de trayectoria cuadrada: trayectorias por controlador (a) 2D, (b) 3D.	114

Figura 5.36 Seguimiento de Roll en trayectoria cuadrada: referencia vs. estimaciones.....	114
Figura 5.37 Seguimiento de Pitch en trayectoria cuadrada: referencia vs. estimaciones.	115
Figura 5.38 Seguimiento de Yaw en trayectoria cuadrada: referencia vs. estimaciones.	115
Figura 5.39 Seguimiento de trayectoria en infinito: trayectorias por controlador (a) 2D, (b) 3D.	117
Figura 5.40 Seguimiento de Roll en trayectoria en infinito: referencia vs. estimaciones.	118
Figura 5.41 Seguimiento de Pitch en trayectoria en infinito: referencia vs. estimaciones.	118
Figura 5.42 Seguimiento de Yaw en trayectoria en infinito: referencia vs. estimaciones.	119
Figura 5.43 Evaluación experimental de los controladores con referencia de altitud fija.....	121
Figura 5.44 Error al cuadrado en la evaluación experimental con referencia fija.	121
Figura 5.45 Señal de control U_1 en la evaluación experimental con referencia fija.....	122
Figura 5.46 Resultados experimentales ante cambios de referencia.....	124
Figura 5.47 Error cuadrático en la prueba experimental con cambios de referencia.	124
Figura 5.48 Señal de control U_1 en la prueba experimental con cambios de referencia.	125
Figura 5.49 Desempeño experimental de los controladores con altitud fija ante perturbación externa. ...	126
Figura 5.50 Error cuadrático en el escenario experimental con perturbación al sistema.	127
Figura 5.51 Señal de control U_1 en la perturbación experimental.	127
Figura 5.52 Resultados experimentales en el seguimiento de trayectoria lineal.	129
Figura 5.53 Seguimiento de Roll en la prueba experimental (trayectoria lineal).	129
Figura 5.54 Seguimiento de Pitch en la prueba experimental (trayectoria lineal).	130
Figura 5.55 Seguimiento de Yaw en la prueba experimental (trayectoria lineal).	130
Figura 5.56 Resultados experimentales del seguimiento de trayectoria en zigzag: (a) 2D, (b) 3D.....	132
Figura 5.57 Seguimiento de Roll en la prueba experimental (trayectoria en zigzag).	132
Figura 5.58 Seguimiento de Pitch en la prueba experimental (trayectoria en zigzag).	133
Figura 5.59 Seguimiento de Yaw en la prueba experimental (trayectoria en zigzag).	133
Figura 5.60 Resultados experimentales en el seguimiento de trayectoria cuadrada a) 2D y b) 3D.	135
Figura 5.61 Seguimiento experimental de Roll en trayectoria cuadrada.....	135
Figura 5.62 Seguimiento experimental de Pitch en trayectoria cuadrada.	136

Figura 5.63 Seguimiento experimental de Yaw en trayectoria cuadrada.	136
Figura 5.64 Resultados experimentales en el seguimiento de trayectoria en infinito a) 2D y b) 3D	138
Figura 5.65 Seguimiento de Roll en la trayectoria en infinito.	139
Figura 5.66 Seguimiento de Pitch en la trayectoria en infinito.	139
Figura 5.67 Seguimiento de Yaw en la trayectoria en infinito.	140
Figura A.1 Paquete Simulink Support Package for Parrot Minidrones disponible para Matlab/Simulink.	144
Figura A.2 Acceso al menú Add – Ons.	144
Figura A.3 Ventana de configuración del paquete Simulink Support Package for Parrot Minidrones.	144
Figura A.4 etapa inicial del asistente de configuración del UAV Parrot Mambo.	145
Figura A.5 Confirmación de la conexión del UAV mediante cable USB-micro USB.	145
Figura A.6 Indicaciones del asistente para la actualización del firmware del UAV.	146
Figura A.7 Estado de los indicadores LED del dron Parrot Mambo durante la actualización del firmware.	146
Figura A.8 Instrucciones para establecer la conexión Bluetooth entre la PC y el UAV.	146
Figura A.9 Conexión del PC a la red de área personal (PAN) generada por el UAV.	147
Figura A.10 Verificación de la conexión Bluetooth entre MATLAB y el UAV.	147
Figura A.11 Confirmación de conexión exitosa entre MATLAB y el UAV Parrot Mambo.	148
Figura A.12 Confirmación de finalización del proceso de configuración del UAV para su uso en MATLAB/Simulink.	148
Figura A.13 Configuración del modelo de Simulink para el UAV Parrot Mambo.	149
Figura A.14 Configuración del modelo flightcontrolsystem.	149
Figura A.15 Configuración del hardware para cargar el código al UAV.	150
Figura A.16 Ventana para iniciar la carga de código al UAV Parrot Mambo.	151
Figura A.17 Visualización del proceso de carga del código al UAV Parrot Mambo.	151
Figura A.18 Panel de control para iniciar la ejecución del código en el UAV.	151
Figura A.19 Visualización de señales durante la ejecución en modo externo.	151
Figura A.20 Panel de control de vuelo durante la ejecución del código.	152

Figura A.21 Interfaz para descargar los datos de vuelo del UAV.	152
Figura A.22 Datos de vuelo descargados en la carpeta actual de Matlab.	153

Índice de Tablas

Tabla 1-1 Parámetros físico del dron Parrot Mambo FPV.	11
Tabla 5-1 Ganancias de los controladores para la altitud Z.	97
Tabla 5-2 Ganancias de los controladores para Rol ϕ l.	97
Tabla 5-3 Ganancias de los controladores para Pitch θ	98
Tabla 5-4 Ganancias de los controladores para Yaw ψ	98
Tabla 5-5 Comparación de métricas dinámicas en la regulación de altitud 1.2 m.	101
Tabla 5-6 Métricas de desempeño de los controladores con referencia fija.	101
Tabla 5-7 Métricas de desempeño de los controladores en el seguimiento de referencia.	103
Tabla 5-8 Métricas de desempeño de los controladores ante perturbaciones externas.	106
Tabla 5-9 Métricas de desempeño para el seguimiento de trayectoria lineal.	110
Tabla 5-10 Métricas de desempeño para el seguimiento de trayectoria en zigzag.	113
Tabla 5-11 Métricas de desempeño para el seguimiento de trayectoria cuadrada.	116
Tabla 5-12 Métricas de desempeño para el seguimiento de trayectoria en infinito.	119
Tabla 5-13 Indicadores dinámicos en la regulación experimental de altitud fija.	122
Tabla 5-14 Métricas de desempeño en la evaluación experimental de la regulación de altitud fija.	123
Tabla 5-15 Métricas de desempeño en la evaluación experimental ante cambios de referencia.	125
Tabla 5-16 Métricas de desempeño en la evaluación experimental ante perturbaciones.	127
Tabla 5-17 Métricas estadísticas en la prueba experimental de seguimiento de trayectoria lineal.	131
Tabla 5-18 Métricas estadísticas de los resultados experimentales en el seguimiento de trayectoria en zigzag.	134
Tabla 5-19 Métricas estadísticas en la prueba experimental de seguimiento de trayectoria cuadrada.	137
Tabla 5-20 Métricas estadísticas en la prueba experimental del seguimiento de trayectoria en infinito.	140

Capítulo 1

1 Introducción

En las últimas décadas, los drones han emergido como una innovación tecnológica de gran impacto, transformando múltiples sectores de la sociedad y de la industria a nivel mundial. Estos dispositivos, también denominados vehículos aéreos no tripulados (UAV, por sus siglas en inglés: Unmanned Aerial Vehicle) (Cavoukian, 2012), se han convertido en objeto de numerosas investigaciones científicas. Su incorporación a modificado la manera en que se interactúa con el entorno y ha abierto nuevas oportunidades en una amplia gama de aplicaciones, entre ellas la agricultura, la cartografía, la vigilancia ambiental y de fronteras, la logística comercial, así como el cine y el entretenimiento.

De esta forma, los UAV's se han consolidado como herramientas versátiles y eficientes. En particular, el mercado de UAV's en América del Norte ha demostrado un crecimiento considerable, con una tasa compuesta anual proyectada del 9.9% entre 2023 y 2030, impulsado tanto por iniciativas gubernamentales como por creciente demanda en diversas industrias (Informe de Tendencias, Participación y Tamaño del Mercado de Drones Comerciales 2030, n.d.).

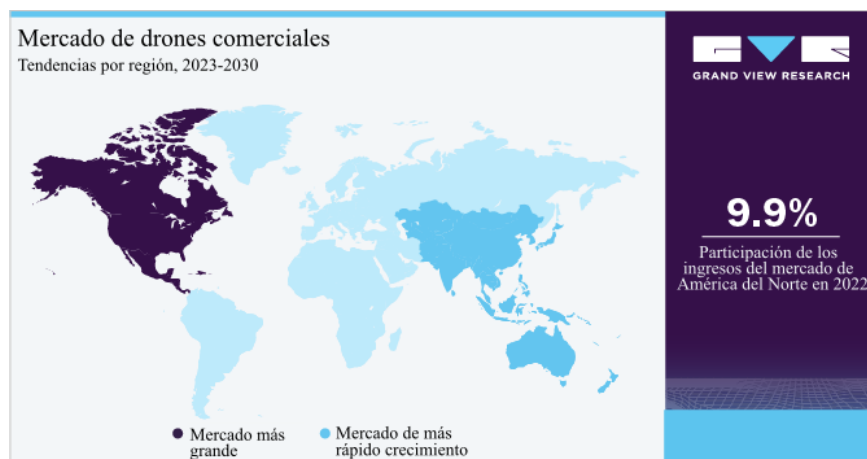


Figura 1.1 *Tendencia mundial del mercado de drones 2023-2030.*

Los avances en fabricación, navegación, control remoto y almacenamiento de energía han favorecido el desarrollo de una amplia variedad de UAV's, cuya configuración depende de su aplicación específica (Bachmann et al., 2009). Existen diferentes arquitecturas de vuelo, entre ellas los modelos de alas fijas, los multirrotores y los híbridos. Los UAV's también presentan una diversidad considerable en peso y tamaño, desde modelos tan pequeños como insectos hasta plataformas del tamaño de aviones comerciales. Otro aspecto clave es su fuente de energía, que puede ser solar, eléctricas o basadas en combustibles convencionales (Vergouw et al., 2016).

En cuanto a su clasificación, (Austin, 2010), identifica tres categorías principales: despegue y aterrizaje horizontal (HTOL, por sus siglas en inglés: Horizontal Take-Off and Landing), despegue y aterrizaje vertical (VTOL, por sus siglas en inglés: Vertical Take-Off and Landing), y modelos híbridos que combinan ambas tecnologías. De estas, los UAV's de tipo VTOL son los más empleados en investigación debido a su versatilidad, ya que no requieren una pista para despegue y aterrizaje.

El desarrollo de los sistemas de control también ha sido notable, incorporando sensores y módulos de alta precisión que incrementan la estabilidad y el rendimiento de vuelo. Entre estos se encuentran sensores ópticos para visión térmica y nocturna, sensores biológicos para análisis químico, y sensores meteorológicos para medir temperatura y humedad. Para la navegación destaca el el GPS, que permite localizar al UAV en un espacio tridimensional, y el magnetómetro, que ayuda a determinar su orientación (McGriffy, 2016).

No obstante, los UAV's de bajo costo han recibido menor atención en la literatura debido a sus limitaciones en sensores y capacidad de procesamiento, lo que dificulta la implementación de algoritmos de control avanzados. En este contexto, el presente estudio tiene como objetivo analizar y comparar el desempeño de dos técnicas de control aplicadas a un UAV cuadricóptero, con énfasis en la regulación de la altitud y actitud.

El primer enfoque corresponde al control Backstepping, una metodología recursiva basada en la selección de una función de Lyapunov para el diseño de controles de retroalimentación virtual (Krstić et al., 1996; Lotfazar & Eghtesad, 2007a). Este método

descompone el problema en una serie de subproblemas, lo que facilita la construcción del controlador. El Backstepping ha demostrado eficacia en aplicaciones como el seguimiento de trayectorias, control de sistemas neumáticos, vehículos no tripulados y motores eléctricos (Lotfazar & Eghtesad, 2007b; Lu et al., 2010).

El segundo enfoque corresponde al control por modos deslizantes (SMC, por sus siglas en inglés: Sliding Mode Control), una estrategia robusta y no lineal que se caracteriza por su resistencia a incertidumbres paramétricas y perturbaciones externas, además de mantener un desempeño estable en presencia de dinámicas no modeladas (Valenciaga, 2001).

Este estudio se enmarca en el campo de la electrónica y los sistemas inteligentes. Mediante un análisis comparativo entre el control Backstepping y el SMC, se busca identificar cuál de estas metodologías ofrece un mejor rendimiento en la regulación de la actitud y altitud del dron Parrot Mambo FPV, aportando así al desarrollo de técnicas de control más eficientes en sistemas electromecánicos.



Figura 1.2 UAV Parot Mambo FPV de la firma Parrot.

1.1 Antecedentes

En las últimas décadas, numerosos estudios se han enfocado en el guiado, navegación y control (GNC, por sus siglas en inglés: Guidance, Navigation, and Control) de UAV's, desarrollando diversas metodologías y algoritmos para mejorar su desempeño. Entre los aspectos abordados destacan los controladores de vuelo, pilotos automáticos, estrategias de planificación de trayectorias y técnicas de control robusto. Dada su amplia aplicabilidad y

versatilidad, los UAV's se han consolidado como una de las plataformas más estudiadas en el campo del control no lineal.

El SMC ha sido objeto de especial atención debido a su robustez frente a incertidumbres y perturbaciones externas. (Jayakrishnan, 2016) implementaron un SMC de segundo orden, basado en el algoritmo Super Twisting (STSM), demostrando en simulaciones un mejor desempeño frente a incertidumbres en el modelo y seguimiento de trayectorias, además de una reducción significativa del chattering respecto a otros esquemas convencionales. En la misma línea, (Noordin et al., 2019) diseñaron un SMC empleando una función de saturación, lo que permitió estabilizar un cuadricóptero con mayor precisión que un PID y con menor chattering. Posteriormente, (Noordin et al., 2021) utilizaron la función tangente hiperbólica ($\tanh$) en el esquema del SMC, obteniendo un error integral menor y un mejor comportamiento transitorio en comparación con otras variantes del SMC. Más recientemente, (Abdillah et al., 2024) desarrollaron un controlador híbrido ISMC, que integró un observador de estado extendido (ESO) y una red neuronal adaptativa, con el objetivo de suavizar la señal de control, reducir el chattering y mejorar la eficiencia energética; sin embargo, este trabajo se limitó a validaciones en simulación.

En paralelo, el control Backstepping ha sido ampliamente explorado por su capacidad para diseñar leyes de control estables en sistemas en cascada y por su flexibilidad para combinarse con técnicas adaptativas e inteligentes. (Mohd Basri et al., 2015) propusieron un esquema Backstepping adaptativo inteligente (IABC) que integro redes neuronales y lógica difusa, logrando un seguimiento preciso de actitud y posición en simulaciones con perturbaciones externas. De igual forma, (Huang & Huang, 2020) desarrollaron un controlador Backstepping que, mediante funciones de Lyapunov, garantiza convergencia asintótica de los errores de seguimiento; sus resultados superaron ampliamente a un PID en precisión y tiempo de respuesta. Posteriormente, (Taame et al., 2022) implementaron un controlador Backstepping estructurado en lazo externo e interno sobre un modelo completo, demostrando estabilidad y buen desempeño en distintas trayectorias simuladas.

Por otra parte, el Parrot Mambo FPV ha sido una plataforma recurrente en la literatura científica debido a su bajo costo, facilidad de programación y compatibilidad con entornos como MATLAB/Simulink. (Kaplan et al., 2019) evaluaron este UAV aplicando controladores PI-PD y Fuzzy PI-PD, donde el segundo mostró mejores resultados en error estacionario y tiempos de estabilización. (Okasha et al., 2022a) compararon PID, LQR y MPC, encontrando que el MPC presentó mayor robustez en pruebas experimentales, aunque con una mayor demanda computacional. Asimismo, (Noordin et al., 2023) implementaron un controlador adaptativo basado en SMC sobre un esquema PID (APID), logrando mejoras de hasta un 45 % en condiciones reales con perturbaciones de viento. En esa misma línea, (Kim et al., 2023) diseñaron un controlador avanzado de SMC de segundo orden (ASOSMC) para mejorar el seguimiento de posición y actitud, obteniendo en simulaciones resultados superiores en estabilidad y precisión, aunque sin validación experimental. Finalmente, (Labbadi et al., 2023) desarrollaron un SMC con estabilidad en tiempo fijo para el control de altitud y guiñada del Parrot Mambo, validado experimentalmente con cargas adicionales, lo que evidenció un desempeño robusto bajo variaciones de masa y perturbaciones externas.

De forma complementaria, otros estudios han explorado aproximaciones innovadoras en UAV's distintos al Parrot Mambo. Por ejemplo, (Zheng et al., 2014) aplicaron un SMC de segundo orden a un cuadricóptero, logrando errores de posición cercanos a cero en simulación, aunque sin implementación física. (Kada et al., 2016) desarrollaron filtros Kalman no lineales para mejorar la estimación de actitud en UAV's de bajo costo, validando su desempeño en pruebas experimentales. Más recientemente, (Scola et al., 2021) identificaron el modelo dinámico del Parrot Mambo y propusieron un control robusto basado en la norma H_∞ en tiempo discreto, demostrando eficacia en la estabilización en tiempo real con incertidumbres y retrasos de modelado.

En síntesis, la literatura revisada evidencia la relevancia del SMC y el Backstepping como metodologías ampliamente aplicadas en UAV's para el control de actitud y posición, así como la creciente adopción del Parrot Mambo como plataforma experimental. Estos antecedentes sustentan la pertinencia del presente estudio, que busca comparar de manera rigurosa ambas técnicas de control en un UAV Parrot Mambo FPV, aportando al desarrollo de

controladores más eficientes y robustos en el ámbito de los sistemas no lineales. No obstante, un análisis más profundo y comparativo de estas metodologías, así como de sus principales contribuciones y limitaciones reportadas en la literatura, se desarrolla en el Capítulo 2, correspondiente al Estado del Arte.

1.2 Planteamiento del problema

En los últimos años, el uso de drones en distintos sectores industriales y en trabajos de investigación ha aumentado de forma significativa a nivel mundial. Esto se debe principalmente a los avances tecnológicos y a la búsqueda constante de soluciones más eficientes a diversas necesidades humanas. El empleo de UAV's se ha extendido a áreas como la agricultura, la vigilancia ambiental, la entrega de paquetería y la exploración de zonas de difícil acceso, lo cual demuestra la importancia y versatilidad de los UAV's.

Sin embargo, independientemente de la aplicación, el principal desafío en el desarrollo de UAV's autónomos radica en diseñar sistemas de control que permitan seguir trayectorias con precisión y estabilidad, incluso en condiciones de vuelo adversas.

Por ello, este trabajo de investigación se enfocó en comparar el desempeño en el seguimiento de una trayectoria específica de un UAV tipo cuadricóptero, empleando dos técnicas de control ampliamente utilizadas en sistemas no lineales: Backstepping y SMC. Ambas han demostrado eficacia en escenarios de control complejos, pero hasta ahora no se ha realizado una comparación exhaustiva de su rendimiento en el contexto de los UAV cuadricópteros. Esta investigación determinó cuál de las dos técnicas minimiza con mayor eficacia el error de seguimiento de trayectorias. El análisis detallado permitirá establecer cual ofrece un mejor desempeño en términos de precisión y estabilidad.

La elección del Parrot Mambo como plataforma de estudio se justificó en sus características distintivas: dimensiones compactas que facilitan su uso en diversos entornos y la posibilidad de personalizar su algoritmo de control. Además, la disponibilidad de bibliotecas especializadas en MATLAB para este UAV permitió realizar simulaciones realistas, brindando un entorno de prueba robusto para la evaluación de las técnicas de control.

Los resultados de esta investigación no solo aportan al conocimiento sobre el control de drones cuadricópteros, sino que también proporcionan información relevante sobre la viabilidad y eficacia de las técnicas analizadas. Esto, a su vez, favorece una implementación más efectiva de la técnica más adecuada en distintas aplicaciones, mejorando la utilidad y el desempeño de los drones en escenarios reales.

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivo general

Comparar el rendimiento del dron Parrot Mambo FPV mediante un controlador Backstepping y un control por Modos Deslizantes, para el control de actitud y altitud.

1.3.2 Objetivos específicos

- I. Obtener el modelo matemático que rige el comportamiento dinámico del dron Parrot Mambo.
- II. Analizar la metodología de control Backstepping y su aplicación con énfasis en UAV's.
- III. Diseñar un controlador utilizando la técnica de Backstepping que permita controlar la actitud y altitud del dron Parrot Mambo.
- IV. Desarrollar un controlador utilizando SMC para gestionar la actitud y altitud del dron Parrot Mambo.
- V. Implementar ambos controladores en simulaciones numéricas en el dominio del tiempo utilizando las herramientas de MATLAB-Simulink para emular el comportamiento del dron en condiciones reales.
- VI. Realizar pruebas experimentales en un entorno controlado para el despegue, seguimiento de una trayectoria y aterrizaje del dron utilizando los controladores desarrollados.
- VII. Efectuar un análisis comparativo para determinar cuál controlador ofrece mejor rendimiento en el control de la actitud y altitud del UAV, mediante la evaluación del error cuadrático medio durante el seguimiento de trayectorias.
- VIII. Evaluar la capacidad de los controladores para lidiar con perturbaciones, variaciones en las condiciones ambientales y cambios en la trayectoria deseada.

1.4 Metas

- I. Desarrollo del modelo matemático del sistema dinámico del UAV Parrot Mambo FPV.
- II. Diseño del controlador para el dron Parrot Mambo utilizando la técnica Backstepping para gestionar la actitud y garantizar su estabilidad y precisión.
- III. Desarrollo del control por modos deslizantes que tenga la capacidad de controlar la actitud del dron Parrot Mambo, asegurando un rendimiento óptimo en términos de seguimiento de trayectorias y respuesta dinámica.
- IV. Integrar los controladores diseñados en el entorno de simulación Matlab-Simulink, permitiendo la evaluación exhaustiva de su rendimiento bajo condiciones que reflejen el comportamiento del dron en situaciones reales.
- V. Ejecutar pruebas experimentales en un entorno controlado para evaluar el desempeño de los controladores durante el despegue, seguimiento de la trayectoria y aterrizaje del UAV, registrando datos experimentales que garanticen la consistencia y repetibilidad de los ensayos, a fin de obtener resultados confiables.
- VI. Evaluar la robustez de los controladores frente a perturbaciones y su adaptabilidad a condiciones adversas.

1.5 Hipótesis

La aplicación de la técnica Backstepping para el control de actitud y altitud del UAV Parrot Mambo permitirá obtener un mejor rendimiento en comparación con la técnica de Modos Deslizantes.

1.6 Justificación

La presente investigación sobre el seguimiento de trayectorias por drones tipo cuadricóptero mediante técnicas de control no lineales, como Backstepping y SMC, reviste gran relevancia en el ámbito de la robótica y la ingeniería de control. En primer lugar, la precisión en el seguimiento de trayectorias es esencial para el desempeño efectivo de los drones en diversas aplicaciones, que van desde la cartografía y exploración hasta la entrega de paquetes y las operaciones de rescate. Optimizar la capacidad de estos dispositivos para

seguir trayectorias con exactitud incrementa su eficacia y amplia su utilidad en escenarios reales.

La elección de técnicas de control no lineales como Backstepping y SMC se justifica por su capacidad demostrada para manejar sistemas dinámicos no lineales de manera robusta y eficiente. Dada la complejidad inherente al vuelo de drones, la implementación de estrategias de control avanzadas resulta fundamental para garantizar un rendimiento estable y confiable.

La utilización del dron Parrot Mambo como plataforma de estudio añade valor a la investigación gracias a sus características particulares: asequibilidad, dimensiones compactas y posibilidad de modificar su algoritmo de control. Esta selección favorece la experimentación y facilita la aplicación práctica de los resultados en entornos reales.

Por último, esta investigación cobra importancia adicional debido a que en la Universidad Tecnológica de la Mixteca (UTM) existen pocos estudios en el control de UAV's tipo Cuadricópteros. De hecho, no se han reportado trabajos que utilicen las técnicas aquí propuestas. Esto representa una oportunidad para sentar las bases de futuras investigaciones en la comunidad estudiantil de la UTM, aplicando cuadricópteros en distintos campos de la ingeniería.

1.6.1 Pertinencia

La pertinencia de la investigación se sustenta en la necesidad de mejorar la precisión en el seguimiento de trayectorias por parte de UAV's tipo cuadricóptero, una habilidad esencial para múltiples aplicaciones. A medida que estos dispositivos adquieren un papel cada vez más importante en actividades como la vigilancia, la entrega de paquetes y la exploración de áreas de difícil acceso, su capacidad para mantener trayectorias exactas se convierte en un factor decisivo para garantizar su desempeño eficiente. Por lo tanto, este estudio es pertinente al abordar directamente esta necesidad, mediante la identificación y comparación de técnicas de control orientadas a optimizar el seguimiento de trayectorias en UAV's.

1.6.2 Relevancia

La relevancia de esta investigación radica en su potencial para ofrecer soluciones prácticas y aplicables en el control de UAV's. Al comparar dos técnicas de control no lineales; Backstepping y SMC, se busca proporcionar a la comunidad científica y a los desarrolladores de tecnología aeroespacial información sólida sobre cuál de ellas ofrece un mejor rendimiento en el control de altitud y actitud.

Esta información no solo contribuirá al conocimiento teórico en ingeniería de control, sino que también permitirá la implementación efectiva de la técnica más adecuada en escenarios reales, incrementando la utilidad y eficiencia de los UAV's en aplicaciones diversas. En consecuencia, la relevancia de esta investigación se refleja en su capacidad para influir en el diseño y operación de UAV's cuadricópteros, fortaleciendo su impacto en aplicaciones emergentes de alto valor práctico.

1.7 Alcances y delimitaciones

1.7.1 Alcances

Este trabajo de investigación se enfoca en la implementación y comparación de dos técnicas de control para sistemas no lineales aplicadas a un UAV tipo cuadricóptero: el control Backstepping y el SMC. El objetivo principal consiste en la comparación cuantitativa del error de seguimiento de una trayectoria definida.

1.7.2 Delimitaciones

- La investigación se centra en el UAV Parrot Mambo FPV tipo cuadricóptero.
- Las dimensiones aproximadas del UAV Parrot Mambo FPV son; 13 cm de largo x 13 cm de ancho x 4 cm de alto y un peso de 63 g.
- Los controladores que se implementan corresponden al control de actitud y altitud del UAV en distintos escenarios.
- La investigación se desarrolla en condiciones de un ambiente controlado. Las condiciones ambientales externas, como viento u obstáculos imprevistos, que

representan perturbaciones, no se abordan y podrían afectar la generalización de los resultados.

- Si bien se espera que los resultados tengan implicaciones más amplias en el control de drones cuadricópteros, las conclusiones se relacionan directamente con el Parrot Mambo FPV y podrían no aplicarse directamente a otros modelos con la misma configuración.

En esta investigación se emplean los parámetros del Parrot Mambo FPV presentados en la Tabla 1-1 reportados por (Noordin et al., 2020; Okasha et al., 2022b). Dichos parámetros han sido validados tanto experimental como en simulaciones computacionales, y su utilización permite optimizar tiempos y concentrar los esfuerzos en el diseño de la estrategia de control de actitud y altitud.

Tabla 1-1 Parámetros físico del dron Parrot Mambo FPV.

Especificación	Parámetro	Unidad	Valor
Masa del quadrotor	m	kg	63×10^{-3}
Brazo de momento lateral	l	m	62.4×10^{-3}
Coeficiente de empuje	b	Ns^2	10.7×10^{-3}
Coeficiente de resistencia	d	Nms^2	0.78264×10^{-3}
Momento de inercia de balanceo	I_{xx}	kgm^2	5.82857×10^{-5}
Momento de inercia de cabeceo	I_{yy}	kgm^2	7.16914×10^{-5}
Momento de inercia de guiñada	I_{zz}	kgm^2	0.1×10^{-3}
Momento de inercia del rotor	J_r	kgm^2	0.1021×10^{-6}

1.8 Organización de la tesis

El presente trabajo de investigación se estructura en capítulos, los cuales se describen brevemente a continuación:

- Capítulo 2. Estado del arte. Se presenta una revisión de la literatura sobre drones, desde sus orígenes hasta los controladores de vuelo desarrollados en la actualidad,

con especial énfasis en las técnicas de control Backstepping y por Modos Deslizantes.

- Capítulo 3. Modelo matemático y metodología. Se describen las características y diferencias de los tipos de drones, así como la estructura de los UAV's. Además, se formula el modelo matemático del dron tipo cuadricóptero y se expone la metodología empleada para el diseño de los controladores basados en Backstepping y en Modos Deslizantes.
- Capítulo 4. Diseño de los controladores. Se presenta el desarrollo de los controladores utilizando las técnicas antes mencionadas, incluyendo estrategias para mitigar el chattering, característico del control por Modos Deslizantes.
- Capítulo 5. Resultados en simulación y experimentales. Se muestran las simulaciones realizadas en Matlab/Simulink bajo distintos escenarios de evaluación, inicialmente para el control de altitud y posteriormente con la integración del control de altitud y actitud para el seguimiento de trayectorias. Asimismo, se incluyen los resultados experimentales obtenidos en dichos escenarios.
- Capítulo 6. Conclusiones. Se exponen las conclusiones generales de la investigación, destacando los principales aportes y limitaciones del estudio.

Capítulo 2

2 Estado del arte

En esta sección se revisan únicamente trabajos de investigación enfocados en el control de vuelo de drones, particularmente en UAV tipo cuadricóptero. El énfasis se coloca en estrategias de control avanzadas, destacando el SMC y el control por Backstepping, así como algunas de sus variantes, por su relevancia para sistemas no lineales y su capacidad de mantener desempeño ante incertidumbres y perturbaciones.

Asimismo, se consideran estudios que emplean el dron Parrot Mambo como plataforma de validación, ya sea en simulación o mediante pruebas experimentales, debido a su uso recurrente en desarrollos académicos y su compatibilidad con entornos de implementación y evaluación de controladores. Esta revisión permite ubicar los principales enfoques reportados, sus alcances y limitaciones, y sirve como base para el análisis comparativo desarrollado en esta tesis.

2.1 Control por modos deslizantes aplicado a los UAV's

El SMC ha sido ampliamente estudiado e implementado en sistemas no lineales, como UAV, debido a su robustez frente a incertidumbres y perturbaciones externas. A continuación, se presentan algunos trabajos considerados de especial interés para el presente estudio.

En 2016, (Jayakrishnan, 2016) aplicó un SMC de segundo orden, basado en el algoritmo Super Twisting (STSM). A través de simulaciones, se demostró que dicho controlador ofrece un mejor desempeño frente a incertidumbres en el modelo, turbulencias de viento y seguimiento de trayectorias. Además, logró reducir significativamente el chattering en comparación con controladores LQR, FL y otros esquemas SMC convencionales. En la Figura 2.1 se observa gráficamente la notable atenuación del chattering obtenida mediante el enfoque propuesto.

Por otro lado, (Noordin et al., 2019) desarrollaron un controlador SMC empleando una función de saturación para mitigar el chattering en un cuadricóptero, manteniendo al mismo tiempo un control robusto de altitud y actitud. Las simulaciones, realizadas en MATLAB/Simulink con y sin ruido gaussiano, mostraron que el enfoque propuesto fue capaz de estabilizar el dron desde condiciones iniciales nulas con mayor precisión que un controlador PID (ver Figura 2.2). Asimismo, se evidenció una reducción significativa del *chattering* en comparación con el uso de la función signo.

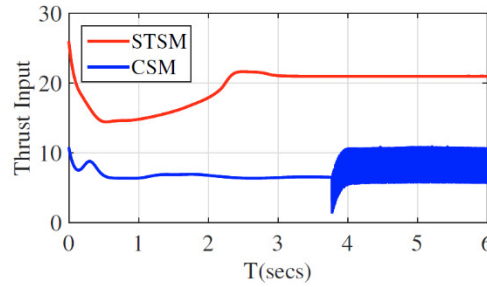


Figura 2.1 Comparación del chattering entre el control STSM y SMC.

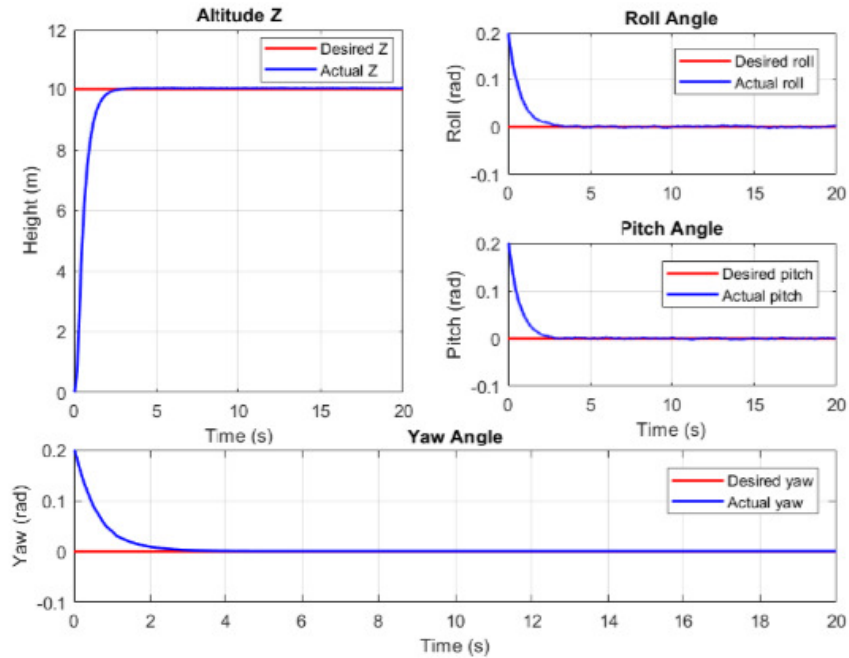


Figura 2.2 Control de altitud y actitud con perturbaciones (saturación).

En esa misma línea, (Noordin et al., 2021) exploraron el uso de la función tangente hiperbólica ($\tanh$) como ley de control dentro del esquema SMC para estabilizar la altitud y actitud de un UAV cuadricóptero. El objetivo principal fue lograr un control robusto con una reducción significativa del chattering. Las simulaciones mostraron un menor error integral y mejor comportamiento transitorio en comparación con enfoques como el SMC con funciones exponenciales y de saturación.

Finalmente, (Abdillah et al., 2024) desarrollaron un controlador híbrido ISMC, que incorpora un observador de estado extendido (ESO) y una red neuronal adaptativa, con el propósito de estimar en tiempo real las perturbaciones e incertidumbres del modelo. La red neuronal propuesta ajusta dinámicamente las ganancias de conmutación, suavizando la señal de control y reduciendo el chattering, lo que además mejora la eficiencia energética del sistema. Las simulaciones demostraron una reducción del error de seguimiento de hasta un 60 % (*Figura 2.3*). Sin embargo, es importante señalar que este trabajo se limitó únicamente al nivel de simulación, sin validación experimental.

2.1.1 Control Backstepping aplicado a los UAV's

El control Backstepping ha sido ampliamente utilizado en sistemas no lineales, como los UAV, debido a su capacidad para estructurar leyes de control estables en sistemas en cascada, así como por su flexibilidad para integrarse con técnicas como el control adaptativo, las redes neuronales o control por modos deslizantes.

(Mohd Basri et al., 2015) propusieron un controlador Backstepping adaptativo inteligente (IABC) para un cuadricóptero MIMO sometido a perturbaciones externas e incertidumbres. El enfoque combinó leyes de control Backstepping con una red neuronal de base radial para estimar en tiempo real las incertidumbres globales, y un compensador difuso para reducir el error residual de la red neuronal. Las simulaciones en MATLAB/Simulink demostraron un seguimiento preciso de actitud y posición, superando el desempeño del Backstepping convencional.

Por otro lado, (Antonio-Toledo et al., 2018) implementaron un controlador híbrido compuesto por Backstepping integral y Modos Deslizantes en el UAV Qball-X4, mediante una

arquitectura de doble lazo: un bucle externo para el control de posición y actitud, y uno interno para la estabilización de la orientación. Los resultados experimentales mostraron un desempeño eficiente en el seguimiento de trayectoria, con convergencia rápida y robustez frente a perturbaciones. La integración del retroceso integral con modos deslizantes permitió compensar incertidumbres y garantizar la estabilidad del sistema.

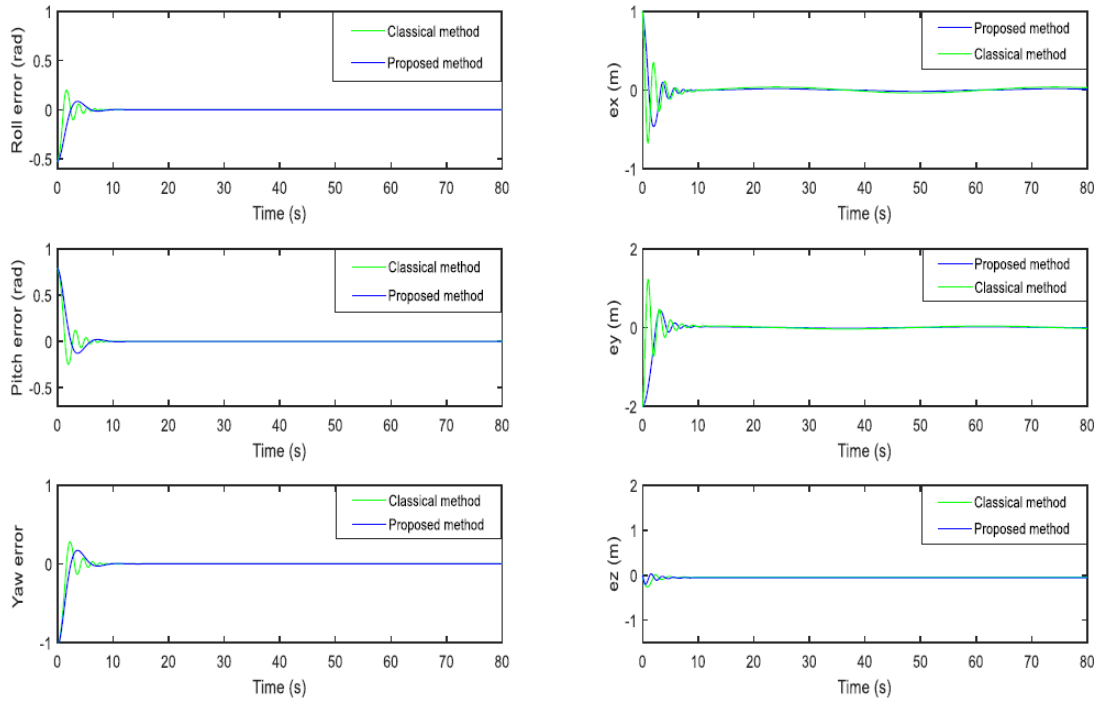


Figura 2.3 *Figura 2.10. Comparación del error de seguimiento en posición y orientación.*

(Huang & Huang, 2020) diseñaron un controlador Backstepping para el control conjunto de altitud y actitud en presencia de perturbaciones externas variables. A través de funciones de Lyapunov, se garantizó la convergencia asintótica de los errores de seguimiento. Las simulaciones en MATLAB/Simulink, comparadas con un controlador PID, demostraron que el método Backstepping alcanzó un error de seguimiento menor a 0.05 m, frente a 0.2 m del PID. Además, el tiempo de respuesta del sistema se redujo a 2 s con Backstepping, en contraste con los 5 s registrados con el controlador PID, como se muestra en la Figura 2.4.

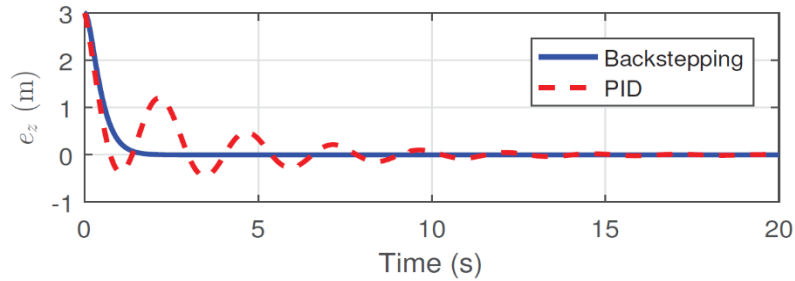


Figura 2.4 Error de seguimiento de altitud sin perturbaciones.

Posteriormente, (Bentarzi et al., 2022) propusieron un esquema Backstepping para controlar posición y orientación de un cuadricóptero. En este diseño, el sistema se dividió en subsistemas en cascada (altitud, ángulos de actitud, posición horizontal), con leyes de control basadas en funciones de Lyapunov. A través de simulaciones en MATLAB/Simulink, validaron el enfoque propuesto, demostrando que las señales de control presentaban una amplitud 30% menor que con un control PID, lo cual incrementó la eficiencia energética. En el control de altitud y actitud, el error fue menor a 0.05 metros en comparación a los 0.2 obtenidos con el PID.

2.1.2 Técnicas de control aplicadas al UAV Parrot Mambo FPV

En los últimos años, el dron Parrot Mambo ha sido ampliamente utilizado en diversos trabajos de investigación, principalmente debido a su accesibilidad, facilidad de programación y compatibilidad con entornos como MATLAB/Simulink. A continuación, se presentan estudios relevantes en los que se ha empleado este modelo.

En 2019, (Kaplan et al., 2019) abordaron el control de altitud y posición del Parrot Mambo, comparando los controladores PI-PD y Fuzzy PI-PD (FPI-PD). Utilizando modelos linealizados y pruebas en entorno real, el controlador FPI-PD logró reducir el error estacionario a 0 % en el control de altitud. En cuanto al control de posición, el FPI-PD superó al PI-PD, disminuyendo el tiempo de estabilización en un 58 % y el error integral en un 24 %. Estos resultados se ilustran en la Figura 2.5.

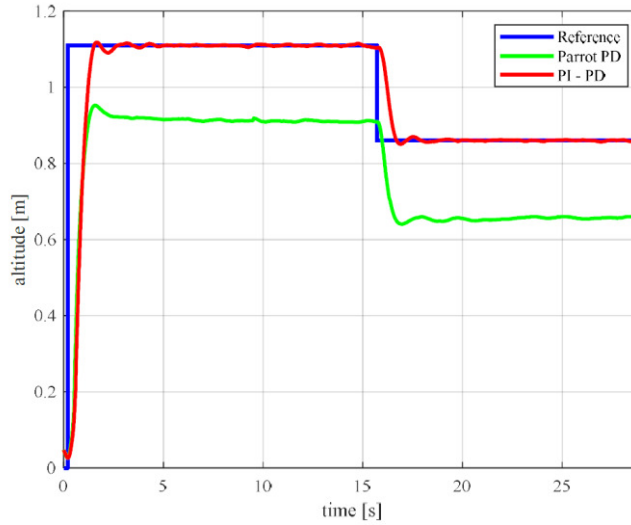


Figura 2.5 Resultados experimentales del seguimiento en altitud.

Posteriormente, (Noordin et al., 2020) desarrollaron un controlador PID clásico para la estabilización de la actitud, altitud y posición del Parrot Mambo Minidrone, evaluando su desempeño frente a perturbaciones externas. El diseño se implementó tanto en simulaciones como en pruebas experimentales, utilizando el paquete de soporte de Simulink para Parrot Minidrones. Durante el vuelo estacionario se aplicaron fuerzas externas manuales, y el sistema logró mantener la estabilidad con oscilaciones mínimas. Asimismo, las trayectorias planificadas fueron seguidas con precisión, validando la eficacia del controlador incluso ante incertidumbres paramétricas y ruido sensorial.

En 2022 (Okasha et al., 2022a) implementaron y compararon los controladores PID, LQR y MPC en el Parrot Mambo. En las simulaciones, el error fue de 0.3 rad para el PID, 0.06 rad para el LQR y 0.17 rad para el MPC (Figura 2.6). En las pruebas experimentales, el MPC presentó el mejor desempeño en el seguimiento de trayectorias y mostró mayor robustez frente a perturbaciones. Sin embargo, su implementación requiere mayor capacidad computacional. El LQR mostró buena estabilidad, aunque dependió de un modelo lineal preciso, y finalmente el PID, aunque es el más sencillo de implementar, presentó menor robustez.

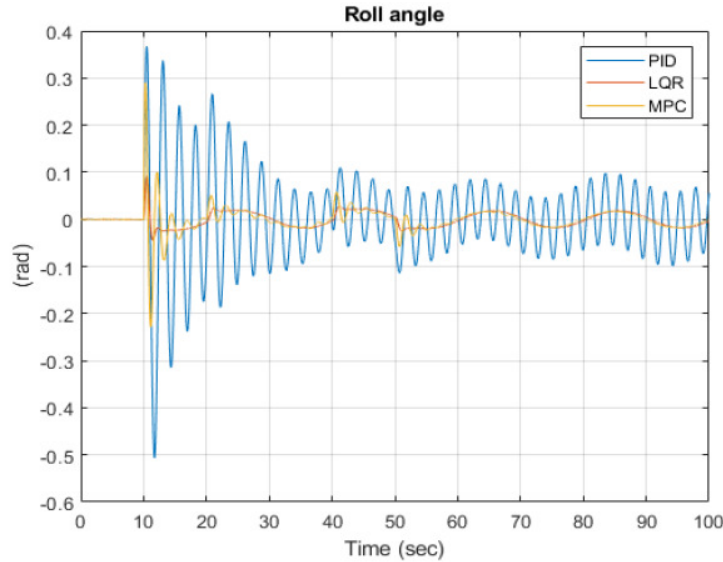


Figura 2.6 Desempeño de los controladores en el ángulo de balanceo en simulación.

Ese mismo año, (Wahyuadnyana & Darwito, 2022) propusieron un controlador PD en paralelo con un esquema SMC adaptado mediante una red neuronal (PD-SMCNN) para el control de altitud del Parrot Mambo Minidrone. El diseño fue validado mediante simulaciones en un entorno 3D con MATLAB/Simulink y pruebas experimentales, considerando perturbaciones externas simuladas por viento. Los resultados mostraron que el controlador PD-SMCNN eliminó completamente el sobreimpulso (0 %, frente al 26.7 % del PD clásico) y mejoró significativamente la robustez del sistema (74.8 % frente al 26.9 %), manteniendo un comportamiento estable durante el vuelo estacionario.

Por su parte, (Cárdenas et al., 2022) propusieron un método de optimización automática de los parámetros PID para el control del eje de *Roll* del Parrot Mambo, utilizando el algoritmo Particle Swarm Optimization (PSO). El objetivo fue mejorar el rendimiento del controlador en términos de tiempo de estabilización, sobreimpulso y error en estado estacionario. Los resultados obtenidos mediante simulaciones en MATLAB/Simulink mostraron mejoras notables respecto a un controlador PID convencional, especialmente en estabilidad y tiempo de establecimiento.

En esa misma línea, (Noordin et al., 2023) desarrollaron un controlador PID adaptativo basado en modos deslizantes (APID) para mejorar el seguimiento de trayectorias del Parrot Mambo bajo perturbaciones externas, como ráfagas de viento. El sistema fue validado tanto

en simulaciones como en experimentos reales utilizando trayectorias cuadradas (waypoints) y circulares (orbit). En todos los casos, el APID superó al PID en términos del error cuadrático integrado (ISE), con mejoras de hasta un 45 % en condiciones reales con viento. En el seguimiento de trayectoria tipo waypoint, el APID redujo el error en un 26.2 % en el eje x y un 45.1 % en el eje y (Figura 2.7).

De igual forma, (Kim et al., 2023) desarrollaron un SMC de segundo orden (ASOSMC) para el seguimiento de posición y actitud del Parrot Mambo. Su objetivo fue reducir el chattering característico del SMC clásico. Las simulaciones, realizadas en MATLAB/Simulink con un modelo detallado del Parrot Mambo y considerando perturbaciones externas, demostraron que el ASOSMC superó a otros métodos en estabilidad, precisión y rechazo de perturbaciones. Aunque el controlador no fue validado en pruebas experimentales, el modelo empleado permite simular condiciones realistas con alta fidelidad.

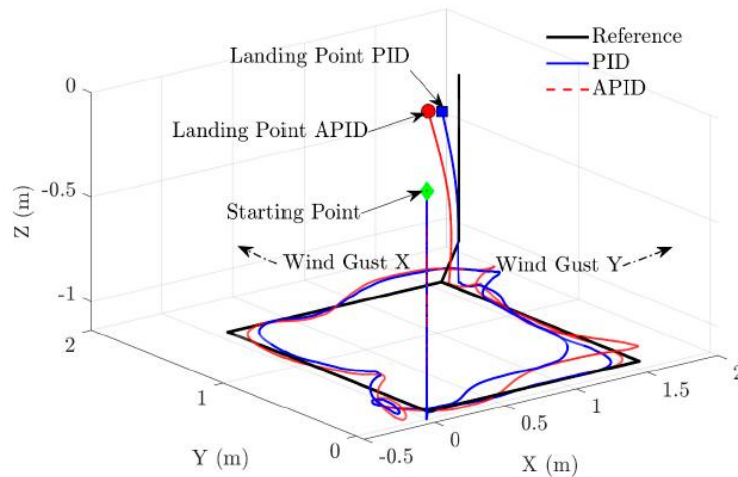


Figura 2.7 Desempeño: PID vs. APID en seguimiento de referencias con perturbaciones.

Otro estudio de (Ahn et al., 2023) propuso un SMC basado en una ley de alcance Super-Twisting adaptativa (ASTRL) para mejorar la estabilidad del dron Parrot Mambo. El diseño busca mitigar el efecto del chattering mediante un algoritmo Super-Twisting con ajuste exponencial de ganancia, lo que permite emplear ganancias elevadas al inicio para un rápido acercamiento a la superficie de deslizamiento, y reducirlas conforme disminuye el error, evitando así sobreesfuerzos en el sistema. Los resultados simulados en Simulink mostraron que el ASTRL superó tanto al SMC convencional como al STA clásico, logrando menor

sobreimpulso y un tiempo de establecimiento de 4.41 s frente a los 7.05 s del SMC tradicional.

Adicionalmente, (Labbadi et al., 2023) diseñaron un SMC con estabilidad en tiempo fijo para el control de altitud y guiñada, considerando incertidumbres en la masa del UAV. El enfoque fue validado experimentalmente en tres escenarios con cargas adicionales de 10 g, 20 g y 30 g. Mientras que los ángulos de inclinación y la posición horizontal fueron regulados mediante un controlador PID, el esquema propuesto garantizó un seguimiento preciso y rápido en altitud y guiñada, incluso bajo perturbaciones externas.

El análisis del estado del arte evidencia un panorama amplio en el que se han desarrollado diversas estrategias de control aplicadas a UAV's tipo cuadricóptero. Entre ellas, SMC y el control Backstepping destacan como los más relevantes para este trabajo, al ser las técnicas seleccionadas para la comparación de desempeño. La literatura consultada muestra una evolución constante hacia enfoques más sofisticados, incluyendo esquemas híbridos, adaptativos e inteligentes que integran funciones suaves, control fraccionario, redes neuronales y lógica difusa, con el objetivo de mejorar el seguimiento de trayectorias, mitigar el fenómeno de chattering y afrontar limitaciones prácticas como la saturación de actuadores.

Asimismo, se han investigado distintas configuraciones utilizando diversas plataformas experimentales. No obstante, se identifica una clara escasez de estudios que comparen estas técnicas avanzadas bajo un mismo entorno físico y condiciones homogéneas. En particular, aunque el dron Parrot Mambo ha sido empleado en investigaciones tanto simuladas como experimentales, no se han encontrado trabajos que realicen un análisis comparativo entre los controladores Backstepping y SMC sobre esta plataforma. Este vacío en la literatura justifica plenamente el desarrollo del presente estudio, el cual propone un análisis comparativo experimental de ambas técnicas, aportando evidencia empírica al campo del control robusto aplicado a UAV ligeros.

Capítulo 3

3 Marco teórico

3.1 Definición de UAV

Un vehículo aéreo no tripulado (UAV, por sus siglas en inglés: Unmanned Aerial Vehicle) es una aeronave que no lleva piloto a bordo; su sustentación y empuje, generados aerodinámicamente, son controlados mediante navegación autónoma o por control remoto. Por esta razón, no se consideran UAV los cohetes con trayectorias balísticas, los misiles de crucero, los proyectiles ni aeronaves no tripuladas que utilicen gas para mantenerse en el aire.

De acuerdo con (Gupta et al., 2013), los UAV pueden ser operados de forma remota (por ejemplo, desde una estación en tierra) o volar de manera autónoma siguiendo planes de vuelo preprogramados o mediante sistemas de automatización avanzados. Además, estos vehículos pueden transportar cargas útiles letales o no letales, dependiendo de su aplicación.

3.2 Clasificación y aplicaciones de los UAV's

Los drones varían en configuración según su plataforma y misión, y se clasifican con base en parámetros como tamaño, autonomía y capacidades operativas. En un estudio por (Watts et al., 2012) se describen diversas plataformas, destacando sus ventajas en aplicaciones científicas y militares. La clasificación incluye: Microvehículos Aéreos (MAV, Micro Air Vehicles), Nanovehículos Aéreos (NAV, Nano Air Vehicles), UAV de Despegue y Aterrizaje Vertical (VTOL, Vertical Take-Off and Landing), y categorías según altitud y duración: baja altitud y corta duración (LASE), baja altitud y larga duración (LALE), media altitud y larga duración (MALE), y gran altitud y larga duración (HALE).

En las últimas décadas, el desarrollo de UAV de menor tamaño ha impulsado su uso en misiones de inteligencia y tareas especializadas, lo que ha motivado un esfuerzo constante en diseño y miniaturización. Como resultado, han surgido múltiples configuraciones de UAV

pequeños, con distintas formas y modos de vuelo. En la Figura 3.1 se presenta una clasificación detallada de los distintos tipos existentes (Hassanalian & Abdelkefi, 2017), que incluye: Vehículo Aéreo No Tripulado (UAV), Micro Vehículo Aéreo No Tripulado (μ UAV), Micro Vehículo Aéreo (MAV), Nano Vehículo Aéreo (NAV) y Pico Vehículo Aéreo (PAV). Esta clasificación se profundizará en las subsecciones siguientes.

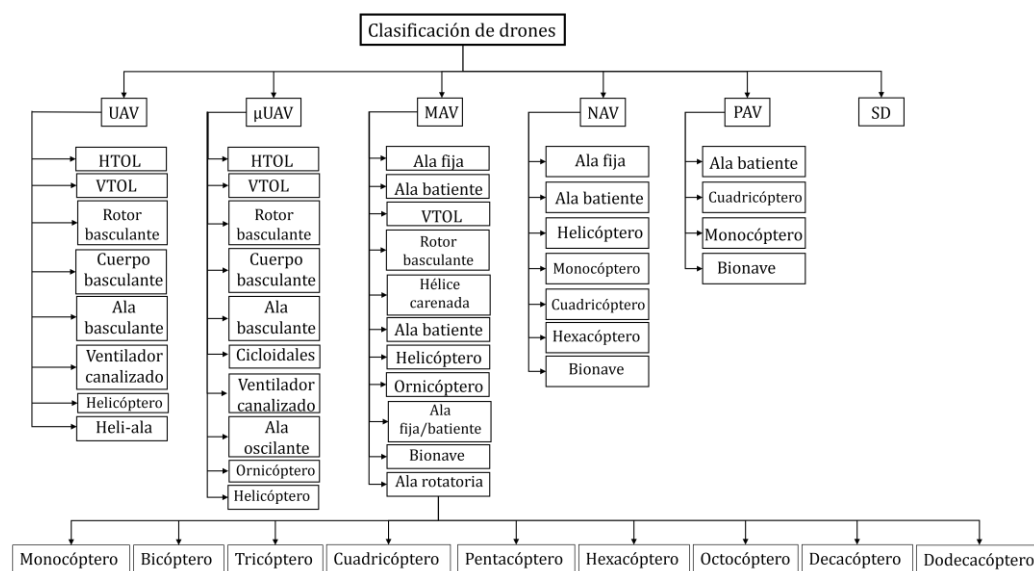


Figura 3.1 Clasificación de drones. (Hassanalian & Abdelkefi, 2017).

3.2.1 Clasificación de UAVs

Los UAV se distinguen de otros drones pequeños, como los MAV y NAV, por su finalidad operativa, los materiales empleados y la complejidad del sistema de control. Diversos requisitos de misión han dado lugar a múltiples tipos de UAV, por lo que resulta útil clasificarlos según sus capacidades operativas (Cai et al., 2023). Como se observa en la Figura 3.2, los UAV pueden ser de tipo HTOL, VTOL, híbridos (ala, rotor o cuerpo basculante, ventilador canalizado), helicópteros, entre otros.

3.2.2 Clasificación de μ UAV

Un μ UAV (micro UAV) es un vehículo aéreo no tripulado lo suficientemente compacto como para ser transportado y lanzado manualmente por una persona, sin necesidad de una pista de despegue (Watts et al., 2010). Son más grandes que los MAV, pero más pequeños que los UAV que no pueden lanzarse a mano. Estos drones presentan diversas

configuraciones, como HTOL, VTOL, híbridos (ala, rotor o cuerpo basculante, ventilador canalizado), helicópteros, entre otros, algunos de los cuales se ilustran en la Figura 3.3. Aunque comparten diseños con UAV convencionales, suelen ser más pequeños y ligeros.

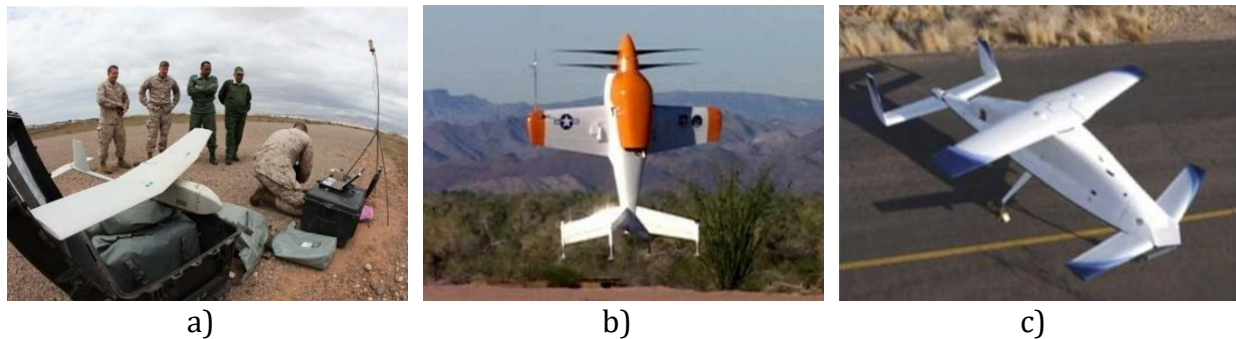


Figura 3.2 Tipos de UAV, (a) HTOL, (b) VTOL, (c) heli-ala. (Hassanalian & Abdelkefi, 2017).

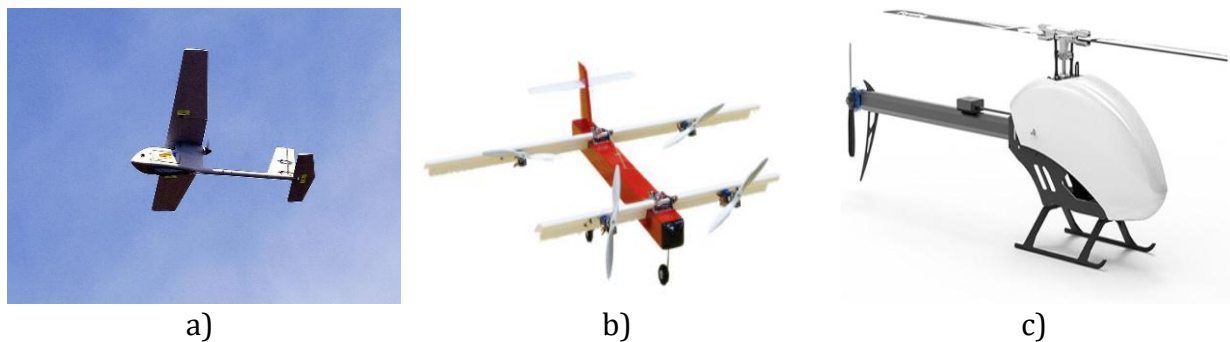


Figura 3.3 Tipos de μ UAVs, (a) HTOL, (b) ala basculante, (c) helicóptero. (Hassanalian & Abdelkefi, 2017).

3.2.3 Clasificación de MAV

Los MAV son drones en miniatura con longitudes inferiores a 100 cm y pesos menores a 2 kg. Se clasifican en nueve categorías: ala fija, ala batiente, VTOL, ala rotatoria, rotor basculante, ventilador canalizado, helicóptero, ornitóptero y configuraciones no convencionales. Pueden incorporar sensores visuales, acústicos, químicos y biológicos, lo que ha despertado el interés en áreas como la ingeniería aeroespacial, mecánica, eléctrica y computacional (Galiński & Zbikowski, 2007).

De acuerdo con (Hassanalian & Abdelkefi, 2017), los MAV comprenden dispositivos de entre 15 cm y 100 cm de longitud y pesos entre 50 g y 2 kg. Su tamaño reducido les otorga un rango operativo más versátil en comparación con los UAV. Algunos ejemplos se ilustran en la Figura 3.4.

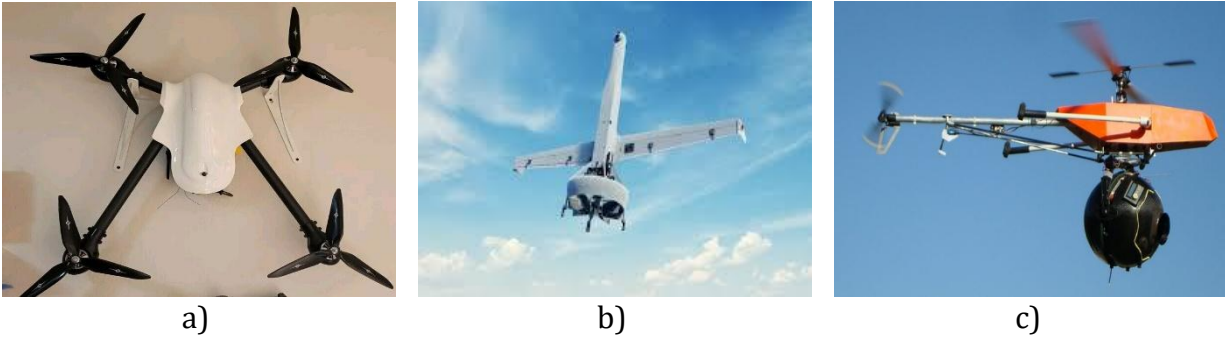


Figura 3.4 Tipos de MAV (a) ala rotatoria, (b) VTOL, (c) helicóptero. (Hassanalian & Abdelkefi, 2017).

Además de su tamaño reducido, los MAV se caracterizan por operar a bajas velocidades y altitudes, lo que los hace ideales para aplicaciones como monitoreo de zonas peligrosas, seguimiento de objetivos o mapeo. No obstante, su vuelo a baja altitud los expone a la capa límite atmosférica, una región turbulenta que los hace sensibles a perturbaciones; por ello, su diseño y fabricación requieren alta precisión (Mohamed et al., 2016).

Dado que en esta investigación se emplea un UAV tipo MAV cuadricóptero, este se analiza en mayor detalle en la siguiente subsección.

3.2.3.1 MAV de ala rotatoria

Una de las principales ventajas de los MAV frente a otros drones, como los UAV, es su tamaño reducido, que les permite operar en espacios confinados (Joshi & Akre, 2015). Esto es especialmente cierto en los modelos de ala rotatoria, que destacan por su capacidad de vuelo estacionario y alta maniobrabilidad. Como se muestra en la Figura 3.5, estos drones, equipados con hélices o rotores, pueden desplazarse en todas las direcciones y mantenerse suspendidos en un punto fijo, lo que los hace ideales para inspecciones en áreas de difícil acceso, como tuberías o puentes.

Al igual que los helicópteros, generan sustentación mediante la rotación continua de sus palas. Existen configuraciones con entre uno y doce motores: monocópteros, bicópteros, tricópteros, cuadricópteros y así sucesivamente hasta los dodecacópteros (Tafreshi et al., 2014). Los más comunes son los cuadricópteros y hexacópteros, por su equilibrio entre estabilidad y maniobrabilidad.



a)



b)



c)



d)



e)



f)



g)



h)



i)

Figura 3.5 Tipos de multicopteros; (a) monocóptero, (b) bicóptero, (c) tricóptero, (d) cuadricóptero, (e) pentacóptero, (f) hexacóptero, (g) octacóptero, (h) deca-cóptero, (i) dodeca-cóptero. (Hassanalian & Abdelkefi, 2017).

3.2.4 Clasificación de NAV

Además de los vehículos aéreos micro (MAV), la Agencia de Proyectos de Investigación Avanzados de Defensa (DARPA) inició un programa sobre vehículos aéreos nano (NAV) (Petricca et al., 2011), definidos como drones extremadamente pequeños y ligeros, con una envergadura máxima de 15 cm y un peso inferior a 50 g. Estos drones tienen un alcance menor a 1 km y una altitud máxima de vuelo de alrededor de 100 m. Existen diferentes configuraciones para los NAV, como alas fijas, alas rotatorias y alas batientes, que se ilustran en la Figura 3.6.

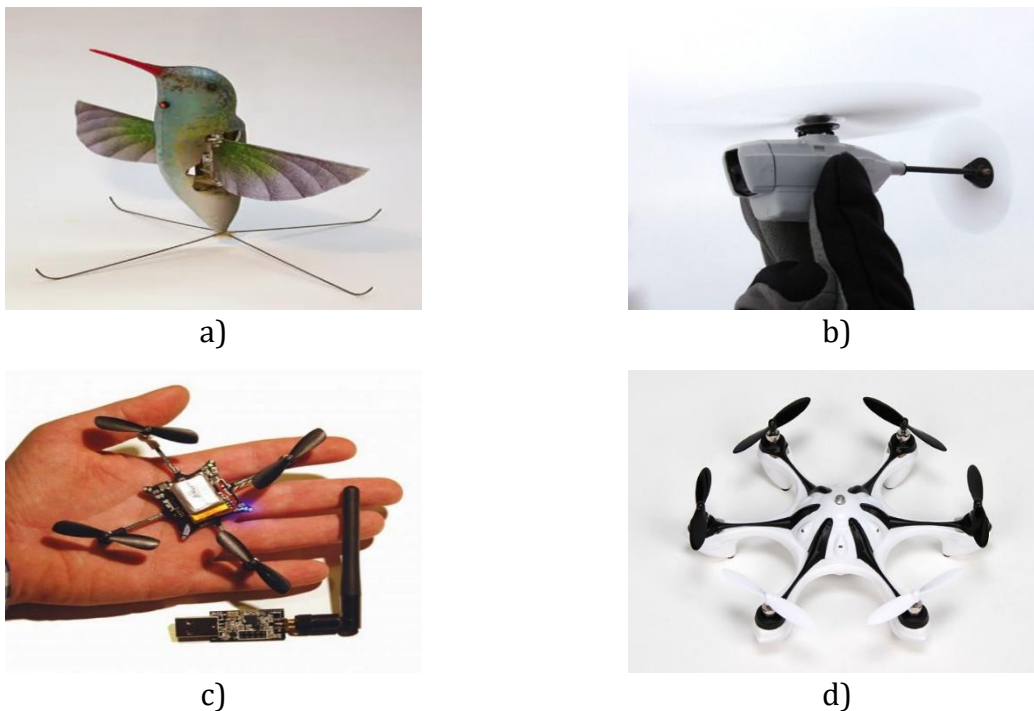


Figura 3.6 Tipos de NAV: (a) ala batiente, (b) helicóptero, (c) quadrotor, (d) hexacóptero. (Hassanalian & Abdelkefi, 2017).

3.3 Aplicaciones de los UAVs

Los avances en fabricación, navegación, control remoto y almacenamiento de energía han permitido el desarrollo de una amplia variedad de drones, capaces de operar en entornos donde la presencia humana es difícil, peligrosa o imposible (Bachmann et al., 2009). Gracias a estas innovaciones, los drones se utilizan en vigilancia militar, exploración planetaria y misiones de búsqueda y rescate, tanto en interiores como en exteriores. Su tamaño y equipamiento varían según la misión, adaptándose desde inspecciones en espacios confinados hasta operaciones de gran escala (Hassanalian & Abdelkefi, 2017).

Como se aprecia en la Figura 3.7, los drones tienen un gran potencial en la vida cotidiana, con más de doscientas aplicaciones proyectadas, que incluyen misiones de rescate, protección ambiental, entregas y exploraciones oceánicas o espaciales. Equipados con cámaras infrarrojas, ofrecen visión en condiciones de baja iluminación y acceso rápido y seguro a zonas objetivo.

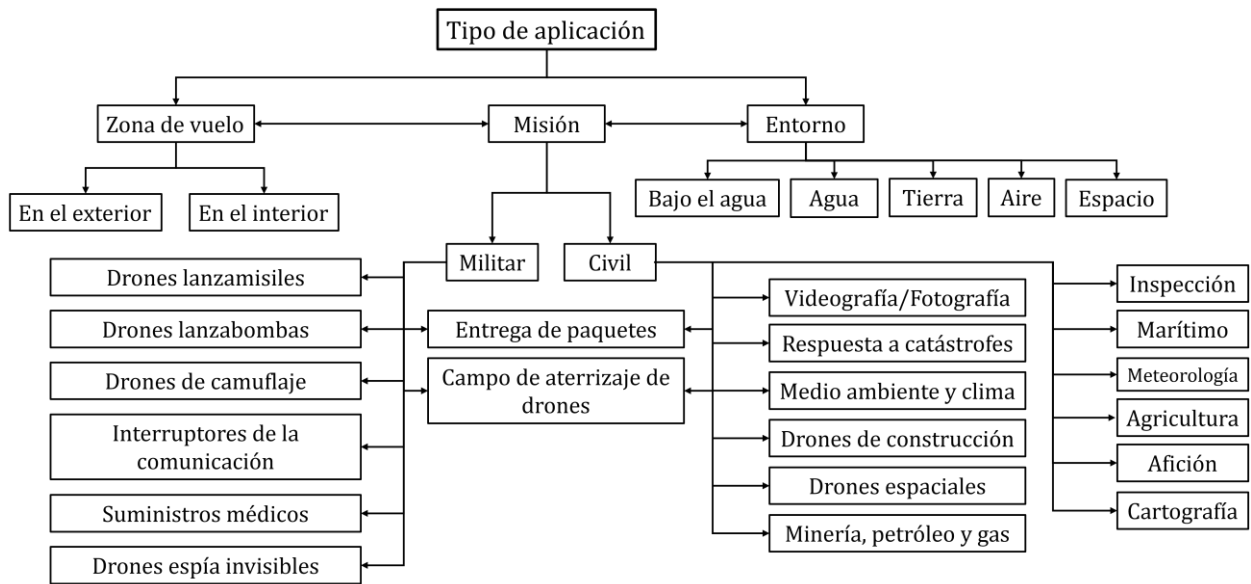


Figura 3.7 Clasificación de aplicaciones de drones.

3.4 Cuadricóptero Parrot Mambo FPV

El mini dron seleccionado para este estudio es el Parrot Mambo Minidrone (PMD), elegido por su versatilidad, bajo costo y compatibilidad con MATLAB y Simulink. Este cuadricóptero cuenta con un sistema de control interno que le permite autoestabilizarse durante el vuelo, lo que lo convierte en una plataforma confiable para pruebas y experimentos. La Figura 3.8 ilustra la estructura de cuerpo rígido del mini dron Parrot, que incluye una batería, cuatro sensores, cuatro motores, cuatro aspas y cuatro protectores. Asimismo, la plataforma es compatible con Wi-Fi y Bluetooth, lo que facilita la comunicación con diversos dispositivos externos.

El sistema de control de vuelo del Parrot Mambo está equipado con sensores que garantizan una estabilidad durante el vuelo, aspecto esencial para ejecutar maniobras precisas y recopilar datos confiables. Entre sus capacidades destacan giros de 360°, cambios bruscos de dirección y vuelos acrobáticos. El motor de alta eficiencia proporciona un empuje de hasta 4,5 gramos, lo que permite realizar ajustes rápidos y precisos en la velocidad y dirección (Kadhim & Abdulsadda, 2023).

El Parrot Mambo se caracteriza por su alta maniobrabilidad, lo que lo hace idóneo para aplicaciones de investigación. Está equipado con una batería que ofrece una autonomía

promedio de 10 minutos con una carga completa y dispone de cuatro sensores clave: un sensor de ultrasónico, una cámara de 60 fps, un sensor de presión y una unidad de medición inercial (IMU). Estos sensores permiten evaluar la velocidad, la inclinación y la detección de obstáculos, lo que lo convierte en una herramienta versátil para experimentos en entornos controlados (*Parrot Mambo Fly - Drone, Análisis. Review Con Características, Precio y Especificaciones*, n.d.).

Características del Parrot Mambo FPV:

Procesador: doble núcleo, con un rendimiento eficiente.

Sistema operativo: basado en software propietario de Parrot, optimizado para vuelo estable.

Conexión: Wi-Fi y Bluetooth para control remoto y transmisión de video en tiempo real.

Giroscopio: 3 ejes para estabilización en vuelo.

Acelerómetro: 3 ejes para detección de movimientos.

Magnetómetro: 3 ejes para orientación precisa.

Sensor de ultrasónico: para medición de altitud y mantenimiento de estabilidad en vuelo.

Cámara frontal VGA: para transmisión FPV en tiempo real.

Batería Li-Po recargable de 550 mAh: con un tiempo de vuelo aproximado de 8-9 minutos.



Figura 3.8 UAV MAV Parrot Mambo FPV.

3.4.1 Sensores de orientación y posición del UAV Parrot Mambo FPV

Con el fin de establecer el problema de control, es necesario comprender el funcionamiento del hardware del UAV. Dado que este ya se encuentra construido, resulta pertinente analizar sus componentes. El Parrot Mambo emplea los sensores mostrados en la Figura 3.9, los cuales permiten estimar la posición y, de este modo, ubicar al UAV en el espacio tridimensional. A continuación, se describen de manera detallada cada uno de estos sensores.

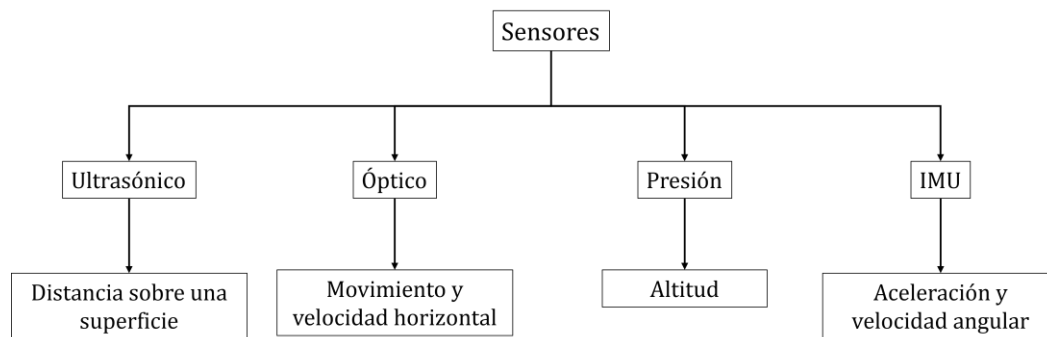


Figura 3.9 Sensores integrados en el UAV Parrot Mambo

3.4.1.1 Sensor ultrasónico

En la parte inferior del dron, se encuentra el sensor ultrasónico, tal como se muestra en la Figura 3.10. El sensor señalado con el recuadro punteado en rojo se utiliza para medir distancias verticales. Este dispositivo opera mediante la emisión de ondas de ultrasonido, que son reflejadas por superficies cercanas y posteriormente detectadas por el propio sensor. A partir del tiempo transcurrido entre la emisión y la recepción de la señal, se calcula la distancia entre el UAV y el suelo, lo que permite una estimación precisa de la altitud hasta aproximadamente 5 metros. Más allá de este rango, el sonido reflejado resulta demasiado débil para ser capturado (*La Función Del Sensor Ultrasónico de Altura AGL En Un UAS - Daily Drones*, n.d.; McGriffy, 2016).

Cuando el dron vuela a baja altura, el sensor ultrasónico proporciona información en tiempo real al sistema de control de vuelo, lo que permite ajustar automáticamente la potencia de los motores para compensar variaciones en la altura y mantener la estabilidad.



Figura 3.10 Sensor ultrasónico del UAV Parrot Mambo.

3.4.1.2 Sensor óptico

El Parrot Mambo incorpora una cámara óptica orientada hacia abajo, como se observa en la Figura 3.11. Esta cámara captura imágenes del terreno directamente debajo del dron y utiliza técnicas de flujo óptico para detectar desplazamientos en las direcciones X e Y. Al comparar imágenes consecutivas, el sistema identifica cambios en patrones o texturas del suelo, lo que permite determinar movimientos horizontales. Esta información se integra con los datos del acelerómetro y el giroscopio para mantener la posición y estabilidad del UAV.

Además de su función de estabilización, la cámara del Parrot Mambo cuenta con una resolución de 0.3 megapíxeles y una velocidad de captura de 60 fotogramas por segundo (fps). Aunque su resolución es limitada, resulta adecuada para las tareas de navegación y estabilización para las que fue diseñada.

Cabe destacar que la eficacia del sistema de flujo óptico depende de las características del terreno y las condiciones de iluminación. Superficies con texturas uniformes o escasa iluminación pueden dificultar la detección del movimiento, lo que afectaría la estabilidad del UAV. Por ello, es recomendable operar el UAV en entornos con patrones de suelo bien definidos y una iluminación suficiente, a fin de garantizar un rendimiento óptimo (*Optical Flow with Parrot Minidrones*, n.d.).



Figura 3.11 Sensor óptico del UAV Parrot Mambo.

3.4.1.3 Sensor de presión

El Parrot Mambo incorpora un sensor de presión barométrica que cumple una función esencial en la regulación de la altitud. Este sensor mide la presión atmosférica y permite calcular la altura relativa respecto al nivel del mar. Al detectar variaciones de presión, el sistema de control de vuelo ajusta la potencia de los motores para mantener o modificar la altitud según sea necesario.

El sensor de presión trabaja en conjunto con los demás sensores para proporcionar datos más precisos sobre la posición y el movimiento del UAV. Esta integración de sensores favorece una estabilidad óptima durante el vuelo, incluso en condiciones ambientales variables. Además, el sensor de presión contribuye a mejorar la precisión en la navegación y en la respuesta del UAV a las órdenes del piloto. Al generar información en tiempo real sobre la altitud, el UAV puede realizar ajustes inmediatos para mantener el vuelo estable (McGriffy, 2016; *Pressure Sensor Designed for Altitude Tracking in Drones*, n.d.).

3.4.1.4 Sensor de unidad de medición inercial

El módulo encargado de realizar estas mediciones se denomina IMU (Unidad de Medición Inercial), un sistema electrónico basado en MEMS (Sistema Microelectromecánico) que incorpora un giroscopio y un acelerómetro (véase Figura 3.12). Este conjunto de sensores proporciona información sobre la velocidad del movimiento lineal, la orientación y dirección de giro (McGriffy, 2016).

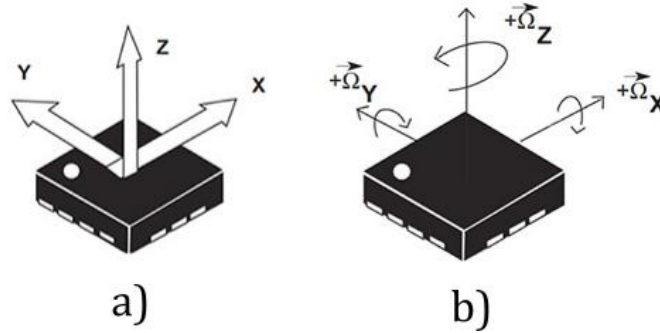


Figura 3.12 Representación de IMU: a) Acelerómetro b) Giroscopio.

Los acelerómetros (Figura 3.5a) miden la aceleración lineal del UAV en todos sus ejes. Una de sus funciones es supervisar de manera continua la tasa de cambio de la velocidad vertical, con el fin de cuantificar el efecto de la fuerza de gravedad sobre la aeronave. Como se indicó anteriormente, la inclinación del UAV influye significativamente en su movimiento, de ahí la importancia de estimar el ángulo de rotación. Este parámetro se calcula a partir de la velocidad de rotación, medida mediante el giroscopio (Figura 3.5b) (Cuellar et al., 2015; González Muñoz, 2006; McGriffy, 2016).

3.4.2 Actuadores del dron Parrot Mambo FPV

Una vez detallados los sensores que proporcionan la información esencial de orientación y posición, resulta pertinente analizar cuáles son los actuadores del Parrot Mambo que permiten aplicar las fuerzas necesarias para mantener el vuelo.

El UAV cuenta con cuatro motores eléctricos, cada uno con su propia hélice, dispuestos en una configuración en X. Aunque los motores delanteros y traseros se distinguen por el color de sus hélices (blancas al frente y negras atrás), lo que facilita la orientación visual del piloto. Esta configuración permite un control independiente de los movimientos del dron, como el empuje (thrust), balanceo (*Roll*), cabeceo (*Pitch*) y guiñada (*Yaw*), asegurando estabilidad y precisión en el vuelo sin interferencias entre los distintos ejes de movimiento.

En la configuración X el UAV dispone de cuatro actuadores que generan fuerzas y momentos sobre el sistema, lo que posibilita producir el movimiento deseado. Surge entonces la siguiente pregunta: ¿cómo se producen las entradas adecuadas al sistema para

obtener las salidas esperadas? Es decir, ¿es posible manipular estos cuatro motores para que el UAV gire y maniobre en el espacio tridimensional?

Para responder a estas cuestiones, debe considerarse que el cuadricóptero es un sistema subactuado, lo que significa que cuenta con un número de actuadores menores que sus grados de libertad. En este caso, dispone de cuatro motores con hélices, pero debe controlar seis grados de libertad: tres traslacionales (movimiento en los ejes x, y y z) y tres rotacionales (balanceo, cabeceo y guiñada), como se muestra en la Figura 3.13. Debido a esta limitación, ciertos movimientos no pueden ejecutarse de manera directa, sino que requieren combinaciones de inclinación y empuje para lograrse (*Setting Up the Control Problem / Drone Simulation and Control - MATLAB & Simulink*, n.d.).

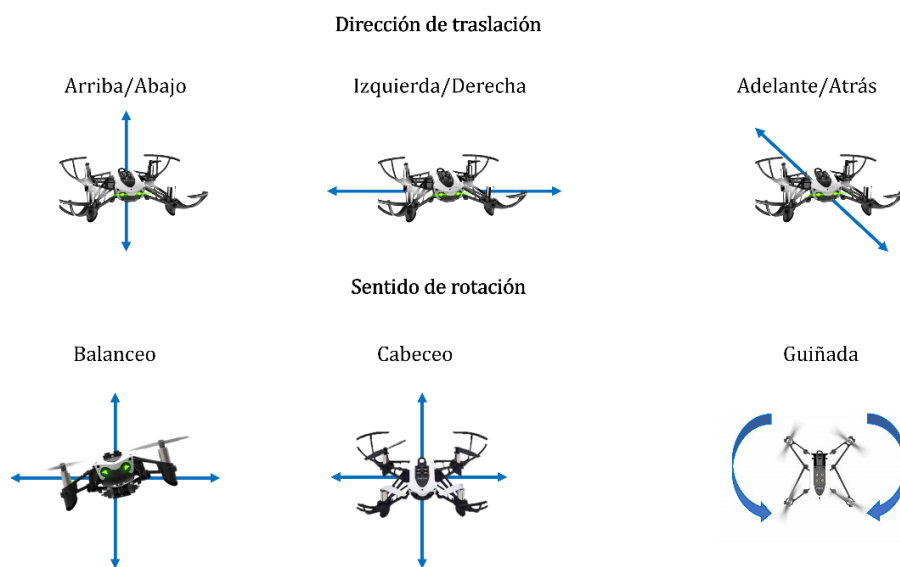


Figura 3.13 Grados de libertad del UAV Parrot Mambo.

3.4.2.1 Generación de empuje y control del movimiento

Cada motor del dron genera empuje al hacer girar su hélice, expulsando aire hacia abajo y produciendo una fuerza de reacción hacia arriba (Figura 3.14). Si la suma del empuje total es igual a la fuerza de gravedad, el UAV se mantiene en equilibrio estático. Si el empuje es mayor, asciende; si es menor, desciende.

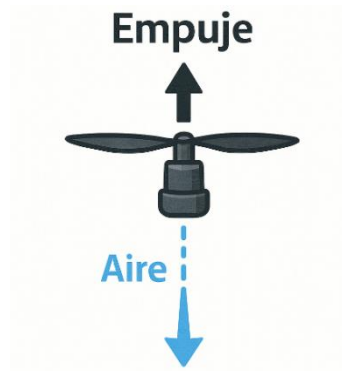


Figura 3.14 Principio de acción-reacción en una hélice de UAV.

Además del empuje, el giro de las hélices introduce un par de reacción sobre la estructura. Este fenómeno es consecuencia de la tercera ley de Newton, la cual establece que toda acción genera una reacción de igual magnitud en sentido opuesto. En un cuadricóptero, si todos los motores giraran en la misma dirección, la estructura completa tendería a rotar en sentido contrario, generando una rotación incontrolada. Para evitarlo, se adopta una configuración en la que dos motores giran en sentido horario y los otros dos en sentido antihorario, logrando que los pares de reacción se cancelen entre sí.



Figura 3.15 Sentidos de giro de los motores del UAV Parrot Mambo FPV.

Esta configuración posibilita el control independiente de los cuatro movimientos fundamentales del cuadricóptero (*Setting Up the Control Problem | Drone Simulation and Control - MATLAB & Simulink*, n.d.)

- Empuje: se controla aumentando o disminuyendo de manera uniforme la velocidad de los cuatro motores. Si todos giran más rápido, el dron asciende; si disminuyen su velocidad, desciende.

- Guiñada: se genera al modificar la velocidad de dos motores que giran en el mismo sentido, compensando con los otros dos. Esto produce un momento de torsión que hace girar el UAV sobre su eje vertical sin afectar la altitud.
- Balanceo: se logra al aumentar la velocidad de un par de motores situados en un mismo lado del UAV mientras se reduce la de los motores opuesto. Esto genera un momento de inclinación lateral, permitiendo el desplazamiento hacia la izquierda o derecha.
- Cabeceo: se obtiene de manera análoga al balanceo, pero actuando sobre los motores delanteros y traseros. Al Incrementar la velocidad de los motores traseros y reducir la de los delanteros, el UAV inclina su “nariz” hacia abajo y avanza; si se hace lo contrario, retrocede.

Una vez descritos los actuadores y su función en la generación de movimientos, resulta necesario modelar matemáticamente la dinámica del dron para comprender cómo las entradas de control se traducen en desplazamientos y actitudes específicas.

3.5 Modelo matemático de un cuadricóptero

Un esquema general del cuadricóptero se muestra en la Figura 3.16. Como se mencionó en secciones anteriores, la variación de la velocidad de rotación de cada hélice permite modificar la fuerza de sustentación generada, lo que posibilita el control del movimiento del vehículo. Cuando las velocidades de las cuatro hélices aumentan o disminuyen de manera simultánea, se produce un desplazamiento vertical. Por otro lado, si se ajustan diferencialmente las velocidades de las hélices 2 y 4, se induce una rotación en el eje longitudinal (*Roll*), acompañada de un desplazamiento lateral. De forma análoga, al modificar las velocidades de las hélices 1 y 3, se genera una rotación en el eje transversal (*Pitch*), también con un movimiento lateral asociado. Finalmente, la rotación en el eje vertical (*Yaw*) se logra mediante el desequilibrio de los torques reactivos entre los pares de hélices que giran en sentidos opuestos, lo cual requiere un ajuste más fino (Bouadi et al., 2007).

Para describir la dinámica del vehículo, se consideran dos sistemas de referencia: un sistema inercial $E(O, X, Y, Z)$ y un sistema corporal $B(o', x, y, z)$, fijo al cuerpo del cuadricóptero, como se observa en la Figura 3.16.

Se adoptan las siguientes suposiciones:

- La estructura del cuadricóptero es rígida y simétrica.
- El centro de masa coincide con el punto o' .
- Las hélices se consideran rígidas.
- La fuerza de empuje y el par de arrastre son proporcionales al cuadrado de la velocidad de rotación de las hélices.

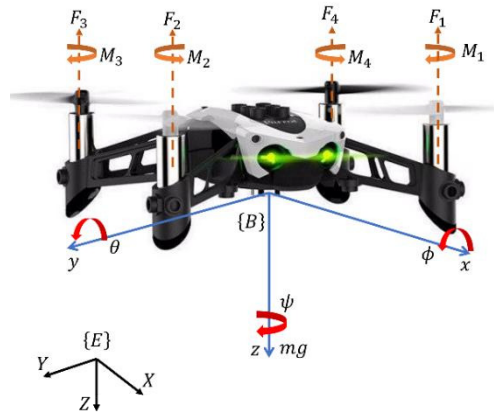


Figura 3.16 Diagrama del cuadricóptero.

Bajo estas suposiciones, es posible describir la dinámica del fuselaje como la de un cuerpo rígido en el espacio, al que se suman las fuerzas aerodinámicas generadas por la rotación de los rotores.

Utilizando el formalismo de Newton-Euler, las ecuaciones dinámicas se expresan de la siguiente manera:

$$\begin{cases} \xi = v \\ m\ddot{\xi} = F_f + F_g \\ \dot{R} = RS(\Omega) \\ J\dot{\Omega} = -\Omega \times J\Omega + \Gamma_f - \Gamma_g \end{cases} \quad (3-1)$$

Donde ξ representa la posición del centro de masa del cuadricóptero con respecto al sistema de referencia inercial. La variable m denota la masa total de la estructura, y $J \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$

corresponde a la matriz de inercia, la cual constante, simétrica y definida positiva con respecto al sistema de referencia B .

$$J = \begin{pmatrix} I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} \end{pmatrix} \quad (3-2)$$

Ω representa la velocidad angular del fuselaje, expresada en el sistema de referencia B .

$$\Omega = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\sin \theta \\ 0 & \cos \phi & \cos \theta \sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \cos \theta \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (3-3)$$

En el caso de que el cuadricóptero realice movimientos angulares de baja amplitud, Ω puede aproximarse como el vector $[\dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi}]^T$. Por otro lado, R representa la matriz de transformación homogénea, es decir, aquella que transforma los vectores del sistema inercial E al sistema corporal B , y se define en (3-4).

$$R = R(\phi, \theta, \psi) = R(z, \psi)R(y, \theta)R(x, \phi) \quad (3-4)$$

Los ángulos de *Roll* ϕ , *Pitch* θ y *Yaw* ψ describen la orientación del cuadricóptero en el sistema de referencia corporal. Las matrices de rotación elemental $R(z, \psi)$, $R(y, \theta)$ y $R(x, \phi)$ se definen en (3-5) (Khalil & Dombre, 2004).

$$\begin{aligned} R(z, \psi) &= \begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, R(y, \theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix}, R(x, \phi) \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3-5)$$

Sustituyendo (3-5) en (3-4), se obtiene la matriz de rotación compuesta (3-6).

$$R = \begin{bmatrix} C\psi C\theta & C\psi S\theta S\phi - S\psi C\phi & C\psi S\theta C\phi + S\psi S\phi \\ S\psi C\theta & S\psi S\theta S\phi + C\psi C\phi & S\psi S\theta C\phi - C\psi S\phi \\ -S\theta & C\theta S\phi & C\theta C\phi \end{bmatrix} \quad (3-6)$$

Donde C y S representan las funciones trigonométricas coseno y seno, respectivamente. $S(\Omega)$ es una matriz antisimétrica (también conocida matriz sesgada o matriz cruzada) y, para un vector dado $\Omega = [\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3]^T$, se define como:

$$s(\Omega) = \begin{pmatrix} 0 & -\Omega_3 & \Omega_2 \\ \Omega_3 & 0 & -\Omega_1 \\ -\Omega_2 & \Omega_1 & 0 \end{pmatrix} \quad (3-7)$$

F_f representa la fuerza resultante generada por los cuatro rotores del cuadricóptero y se expresa como:

$$F_f = \begin{pmatrix} \cos \phi \cos \psi \sin \theta + \sin \phi \sin \psi \\ \cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi \\ \cos \phi \cos \theta \end{pmatrix} \sum_{i=1}^4 F_i \quad (3-8)$$

Donde cada fuerza elemental está dada por:

$$F_i = K_p \omega_i^2 \quad (3-9)$$

Donde K_p es el coeficiente de sustentación y ω_i representa la velocidad angular del rotor.

La fuerza de gravedad se define como.

$$F_g = [0 \quad 0 \quad -mg]^T \quad (3-10)$$

Γ_f representa el momento desarrollado por el cuadricóptero debido a los rotores, expresado en el sistema de referencia corporal. Este se define como:

$$\Gamma_f = \begin{bmatrix} d(F_3 - F_1) \\ d(F_4 - F_2) \\ K_d(\omega_1^2 - \omega_2^2 + \omega_3^2 - \omega_4^2) \end{bmatrix} \quad (3-11)$$

La distancia entre el centro de masa del cuadricóptero y el eje de rotación de cada hélice se denota por la letra d , mientras que K_d es el coeficiente de arrastre rotacional.

Γ_g es el momento generado por los efectos giroscópicos del sistema, definido como:

$$\Gamma_g = \sum_{i=1}^4 \Omega \wedge J_r \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ (-1)^{i+1} \omega_i \end{bmatrix} \quad (3-12)$$

De este modo, J_r representa la inercia de cada rotor. Desarrollando las ecuaciones (3-1) a (3-12), el modelo dinámico completo que rige el comportamiento del cuadricóptero se expresa como:

$$\left\{ \begin{array}{l} \ddot{x} = (\sin \psi \sin \phi + \cos \psi \sin \theta \cos \phi) \frac{U_1}{m} \\ \ddot{y} = (-\cos \psi \sin \phi + \sin \psi \sin \theta \cos \phi) \frac{U_1}{m} \\ \ddot{z} = -g + (\cos \theta \cos \phi) \frac{U_1}{m} \\ \ddot{\phi} = \frac{I_{YY} - I_{ZZ}}{I_{XX}} \dot{\theta} \psi - \frac{J_{TP}}{I_{XX}} \dot{\theta} \Omega + \frac{l U_2}{I_{XX}} \\ \ddot{\theta} = \frac{I_{ZZ} - I_{XX}}{I_{YY}} \dot{\phi} \psi + \frac{J_{TP}}{I_{YY}} \dot{\phi} \Omega + \frac{l U_3}{I_{XX}} \\ \ddot{\psi} = \frac{I_{XX} - I_{YY}}{I_{ZZ}} \dot{\phi} \dot{\theta} + \frac{U_4}{I_{ZZ}} \end{array} \right. \quad (3-13)$$

Donde U_1 , U_2 , U_3 y U_4 son las entradas de control del sistema, expresadas en función de las velocidades angulares de los cuatro rotores, de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} K_p & K_p & K_p & K_p \\ -K_p & 0 & K_p & 0 \\ 0 & -K_p & 0 & K_p \\ K_d & -K_d & K_d & -K_d \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \omega_1^2 \\ \omega_2^2 \\ \omega_3^2 \\ \omega_4^2 \end{bmatrix} \quad (3-14)$$

Finalmente, Ω se define como:

$$\Omega = (\omega_1 - \omega_2 + \omega_3 - \omega_4) \quad (3-15)$$

3.6 Teoría de Estabilidad de Lyapunov

La teoría de estabilidad de sistemas dinámicos, basada en las contribuciones fundamentales de Aleksandr Mijáilovich Lyapunov, constituye un pilar en el análisis y control de sistemas no lineales. Esta teoría establece los fundamentos para estudiar cómo un sistema responde ante perturbaciones en torno a sus puntos de equilibrio.

Un sistema dinámico se considera estable en el sentido de Lyapunov si, tras una perturbación en las condiciones iniciales, el sistema permanece en una región limitada del espacio de estados. Si además el sistema no solo se mantiene dentro de esa región, sino que sus trayectorias tienden a regresar al punto de equilibrio con el tiempo, entonces se dice que el sistema es asintóticamente estable.

Considérese el sistema dinámico autónomo no lineal general (Haddad & Chellaboina, 2019).

$$\dot{x}(t) = f(x(t)), \quad x(0) = x_0, \quad t \in I_{x_0}, \quad (3-16)$$

Donde $x(t) \in \mathcal{D} \subseteq \mathbb{R}^n, t \in I_{x_0}$, es el vector de estado del sistema, $\mathcal{D}$ es un conjunto abierto con $0 \in \mathcal{D}$, $f: \mathcal{D} \rightarrow \mathbb{R}^n$ es continua en $\mathcal{D}$, y $I_{x_0} = [0, \tau_{x_0})$, $0 \leq \tau_{x_0} \leq \infty$. Suponemos que, para cada condición inicial $x(0) \in \mathcal{D}$ y cada $\tau_{x_0} \geq 0$, el sistema dinámico (3-16) posee una solución única $x: [0, \tau_{x_0}) \rightarrow \mathcal{D}$ en el intervalo $[0, \tau_{x_0})$. Denotamos la solución de (3-16) con la condición inicial $x(0) = x_0$ por $s(\cdot, x_0)$, de modo que el flujo del sistema dinámico (3-16), dado por el mapa $s: [0, \tau_{x_0}) \times \mathcal{D} \rightarrow \mathcal{D}$, es continuo en x y continuamente diferenciable en t . Este flujo satisface la propiedad de consistencia $s(0, x_0) = x_0$ y la propiedad de semigrupo $s(\tau, s(t, x_0)) = s(t + \tau, x_0)$, para todo $x_0 \in \mathcal{D}$ y $t, \tau \in [0, \tau_{x_0})$ tal que $t + \tau \in [0, \tau_{x_0})$. Salvo indicación contraria, se asume que $f(0) = 0$ y $f(\cdot)$ es continua de Lipschitz en $\mathcal{D}$.

Definición

- i) La solución cero $x(t) \equiv 0$ de (3-16) es estable en el sentido de Lyapunov si, para todo $\epsilon > 0$, existe $\delta = \delta(\epsilon) > 0$ tal que, si $\|x(0)\| < \delta$, entonces $\|x(t)\| < \epsilon$, para todo $t \geq 0$ (véase Figura 3.17).
- ii) La solución cero $x(t) \equiv 0$ de (3-16) es (localmente) asintóticamente estable si es estable en el sentido de Lyapunov y existe $\delta > 0$ tal que, si $\|x(0)\| < \delta$, entonces $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = 0$ (véase Figura 3.18).
- iii) La solución cero $x(t) \equiv 0$ de (3-16) es (localmente) exponencialmente estable si existen constantes positivas α, β , y δ tales que, si $\|x(0)\| < \delta$, entonces $\|x(t)\| \leq \alpha \|x(0)\| e^{-\beta t}$, $t \geq 0$.
- iv) La solución nula $x(t) \equiv 0$ a (3-16) es globalmente estable asintóticamente si es estable en el sentido de Lyapunov y para todo $x(0) \in \mathbb{R}^n$, $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = 0$.
- v) La solución cero $x(t) \equiv 0$ a (3-16) es globalmente exponencialmente estable si existen constantes positivas α y β tales que $\|x(t)\| \leq \alpha \|x(0)\| e^{-\beta t}$, $t \geq 0$, para todo $x(0) \in \mathbb{R}^n$.
- vi) Finalmente, la solución nula $x(t) \equiv 0$ de (3-16) es inestable si no es estable en el sentido de Lyapunov.

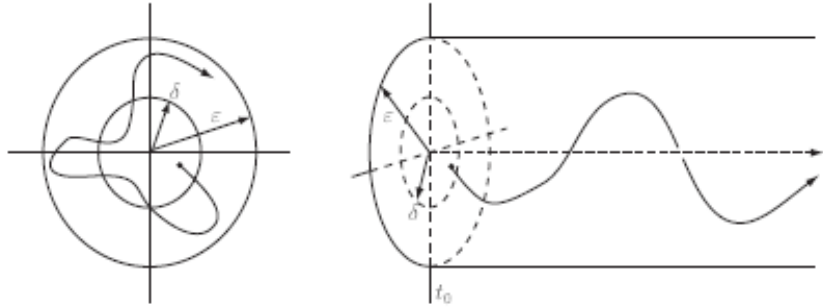


Figura 3.17 Estabilidad de Lyapunov en un punto de equilibrio.

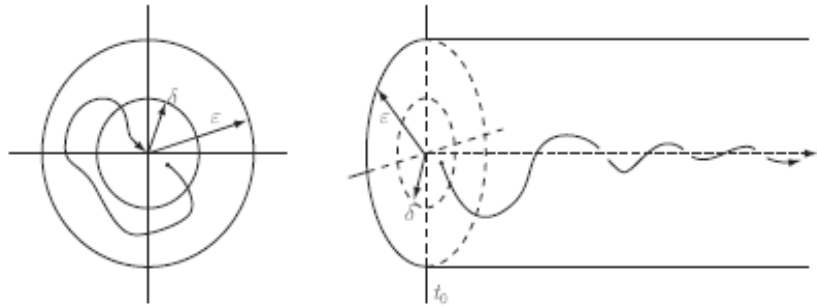


Figura 3.18 Estabilidad asintótica de un punto de equilibrio.

3.7 Técnicas de control para sistemas no lineales

En la formulación de cualquier problema práctico de control siempre existe una discrepancia entre la planta real y el modelo matemático utilizado para el diseño del controlador. Estas discrepancias provienen principalmente de perturbaciones externas, parámetros desconocidos de la planta y dinámicas parasitas. El diseño de leyes de control que garanticen el rendimiento deseado del sistema de lazo cerrado, a pesar de estas perturbaciones e incertidumbres, representa un gran desafío para el ingeniero de control. Esta problemática ha generado un notable interés en el desarrollo de los llamados métodos de control robusto, los cuales buscan ofrecer soluciones ante tales dificultades. En consecuencia, se ha promovido un amplio y exitoso desarrollo de técnicas como el control adaptativo robusto, el control $\mathcal{H}_\infty$, el control Backstepping y el SMC, entre otros, que han demostrado ser enfoques eficaces para manejar incertidumbres acotadas y perturbaciones (Schneider, 1982).

En las subsecciones siguientes se describen las técnicas de control Backstepping y SMC, las cuales serán empleadas en el desarrollo del presente trabajo de investigación. Ambas técnicas han demostrado en la literatura ser robustas para el control de sistemas no lineales.

3.7.1 Control Backstepping

El diseño de controles de realimentación mediante funciones de Lyapunov es una técnica ampliamente utilizada en la literatura de control. Sin embargo, resulta complejo determinar una función de Lyapunov adecuada para un sistema de no lineal general. En tales casos, es posible buscar un control local o un control global y establecer la estabilidad del sistema en lazo cerrado tras la implementación de la realimentación, con apoyo en la teoría del múltiple central.

El método de control Backstepping es un procedimiento de diseño recursivo que vincula la elección de una función de Lyapunov con el diseño de un controlador de realimentación, garantizando la estabilidad asintótica global de los sistemas de realimentación estricta. Este método permite superar las limitaciones del enfoque de linealización por retroalimentación en el control. Una variante de esta técnica es el control Backstepping adaptativo, que incorpora estimaciones de parámetros desconocidos en el sistema de control para aplicaciones generales (Kokotović & Arcak, 2001; Kokotović, 1992).

A continuación, se presenta un ejemplo que ilustra la aplicabilidad de la técnica de control Backstepping, fundamentando en la la teoría de estabilidad de Lyapunov.

Ejemplo 1. Considere el siguiente sistema no lineal de segundo orden:

$$\begin{aligned}\dot{\xi}_1 &= a\xi_1^2 + \xi_1^3 + \xi_2 \\ \dot{\xi}_2 &= v\end{aligned}\tag{3-17}$$

donde ξ_1, ξ_2 son los estados, a es una constante positiva, y v es un control Backstepping a diseñar.

En ecuación (3-17), ξ_2 es considerado como un control virtual. Así, la ecuación (3-17) puede reescribirse como;

$$\dot{\xi}_1 = a\xi_1^2 + \xi_1^3 + w \quad (3-18)$$

donde w se interpreta como una entrada de control virtual.

El sistema (3-18) es un sistema no lineal de primer orden, Para el análisis de estabilidad, se considera la siguiente función candidata de Lyapunov:

$$V_1(\xi_1) = \frac{1}{2}\xi_1^2 \quad (3-19)$$

Claramente, V_1 es cuadrática y definida positiva en $\mathbb{R}$.

La derivada de V_1 a lo largo de las trayectorias del sistema es:

$$\dot{V}_1 = \xi_1 \dot{\xi}_1 = \xi_1(a\xi_1^2 + \xi_1^3 + w) \quad (3-20)$$

Se elige el controlador virtual w como

$$w = -\alpha\xi_1 - a\xi_1^2 - \xi_1^3 \quad (\alpha > 0) \quad (3-21)$$

Con esta elección, la ecuación (3-20) se transforma en

$$\dot{V}_1 = -\alpha\xi_1^2 \quad (3-22)$$

la cual es cuadrática y definida negativa en $\mathbb{R}$.

De acuerdo con la teoría de estabilidad de Lyapunov vista en la Sección 3.6, el sistema con retroalimentación se expresa como:

$$\dot{\xi}_1 = a\xi_1^2 + \xi_1^3 + w = -\alpha\xi_1 \quad (3-23)$$

Por lo tanto, el sistema es globalmente asintóticamente estable.

Para que el estado ξ_1 sea globalmente asintóticamente estable con las raíces deseadas, como en (3-23), el estado ξ_2 debe coincidir con el controlador virtual w . Dado que ξ_2 y w parten de valores iniciales diferentes, el diseño de control debe forzar a $\xi_2(t)$ a seguir al controlador virtual $w(t)$. Por lo tanto, el control Backstepping v se diseña para regular la siguiente salida:

$$z = \xi_2 - w = \xi_2 + \alpha\xi_1 + a\xi_1^2 + \xi_1^3 \quad (3-24)$$

De (3-24) se obtiene:

$$\xi_2 = z - \alpha\xi_1 - a\xi_1^2 - \xi_1^3 \quad (3-25)$$

Sustituyendo en (3-17), la ecuación puede escribirse como:

$$\dot{\xi}_1 = -\alpha\xi_1 + z \quad (3-26)$$

Además, la dinámica de z se obtiene como:

$$\dot{z} = \dot{\xi}_2 + (\alpha + 2a\xi_1 + 3\xi_1^2)\dot{\xi}_1 = (\alpha + 2a\xi_1 + 3\xi_1^2)(-\alpha\xi_1 + z) + v \quad (3-27)$$

De este modo, en las coordenadas (ξ_1, z) , la planta no lineal (3-17) puede representarse como:

$$\begin{aligned} \dot{\xi}_1 &= -\alpha\xi_1 + z \\ \dot{z} &= (\alpha + 2a\xi_1 + 3\xi_1^2)(-\alpha\xi_1 + z) + v \end{aligned} \quad (3-28)$$

Se propone la siguiente función de Lyapunov total:

$$V(\xi_1, z) = V_1(\xi_1) + \frac{1}{2}z^2 = \frac{1}{2}(\xi_1^2 + z^2) \quad (3-29)$$

La derivada de V a lo largo de las trayectorias del sistema es:

$$\dot{V} = \xi_1\dot{\xi}_1 + z\dot{z} = \xi_1(-\alpha\xi_1 + z) + z[(\alpha + 2a\xi_1 + 3\xi_1^2)(-\alpha\xi_1 + z) + v] \quad (3-30)$$

Se considera la siguiente ley de control Backstepping:

$$v = -\xi_1 - (\alpha + 2a\xi_1 + 3\xi_1^2)(-\alpha\xi_1 + z) - \beta z \quad (\beta > 0) \quad (3-31)$$

Sustituyendo (3-31) en (3-30), se obtiene:

$$\dot{V} = -\alpha\xi_1^2 - \beta z^2 \quad (3-32)$$

Está claro que $\dot{V}$ es globalmente definida negativa en $\mathbb{R}^2$.

Por la teoría de estabilidad de Lyapunov, se concluye que el sistema no lineal (3-28) es globalmente asintóticamente estable. Por tanto, $(\xi_1(t), z(t)) \rightarrow 0$ asintóticamente cuando $t \rightarrow \infty$ para todas las condiciones iniciales $\xi_1(0), z(0) \in \mathbb{R}$.

De (3-25) se deduce que $\xi_2(t)$ también converge al origen para todo $\xi_2(0) \in \mathbb{R}$.

Para ilustrar gráficamente el resultado del controlador diseñado, se realiza la simulación numérica del sistema (3-17), considerando $a = 2$ y las constantes de ganancia $\alpha = \beta = 6$. La

condición inicial del sistema no lineal se fija como $(\xi_1(0), \xi_2(0)) = (2.8, 5.3)$. La simulación se llevó a cabo en Matlab/Simulink utilizando bloques matemáticos para representar el modelo de (3-17) y la ley de control de (3-31).

La Figura 3.19 muestra el comportamiento temporal de los estados $\xi_1(t)$ y $\xi_2(t)$ cuando se aplica la ley de control Backstepping (3-31). Como se observa en la Figura 3.19, ambos estados del sistema no lineal (3-17) convergen a cero cuando $t \rightarrow \infty$ (Kumar et al., 2020).

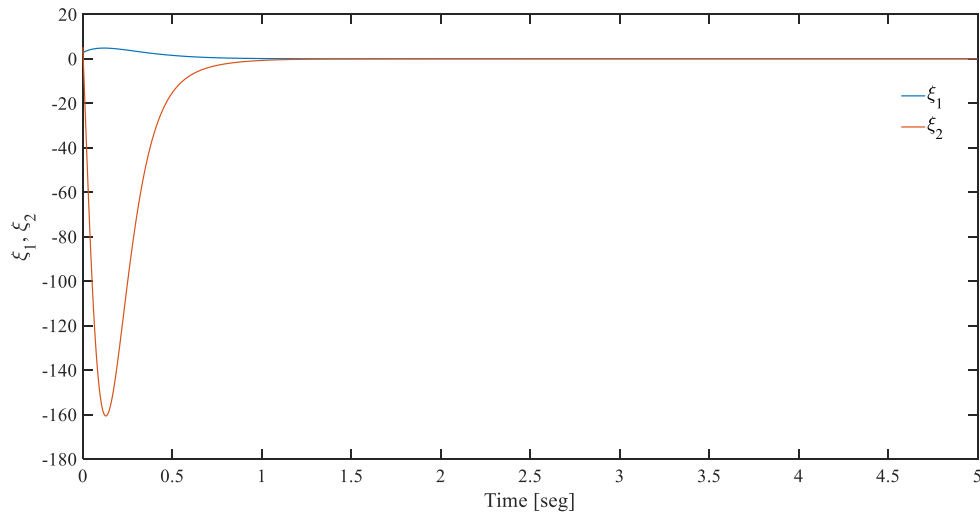


Figura 3.19 Evolución temporal de $\xi_1(t)$ y $\xi_2(t)$ con control Backstepping (sistema 3.22)..

Al variar los parámetros a $a = 1.5$, y las ganancias $\alpha = \beta = 10$, se observa un comportamiento transitorio distinto al de la figura anterior, sin embargo, en ambos casos los estados convergen a 0.

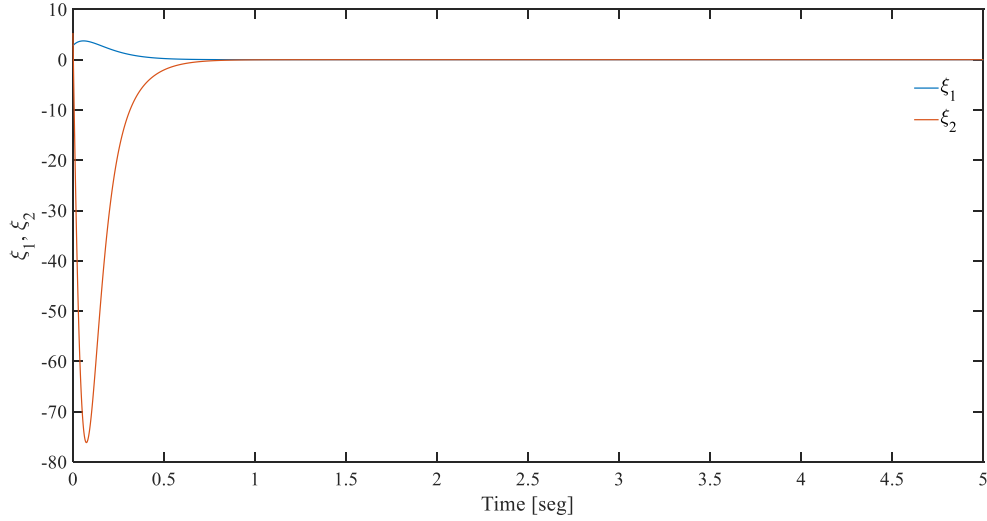


Figura 3.20 Evolución temporal de $\xi_1(t)$ y $\xi_2(t)$ con control Backstepping (sistema 3.22).

3.7.2 Control por modos deslizantes

El SMC es una técnica robusta de control no lineal que ha ganado popularidad debido a su capacidad para manejar sistemas con incertidumbre y perturbaciones externas. Esta estrategia pertenece a la familia de los controles de estructura variable, donde el comportamiento del sistema se modifica mediante cambios dinámicos en la estructura del controlador. En el SMC, el sistema es forzado a deslizarse a lo largo de una superficie denominada superficie de deslizamiento, lo que asegura un comportamiento dinámico deseado y robusto frente a variaciones parámetros o perturbaciones externas (Mantz, 2021).

El diseño del SMC involucra cuatro pasos básicos: (i) modelado del sistema, (ii) definición de la superficie de control, (iii) selección de la lógica de conmutación y (iv) determinación del control discontinuo para garantizar el rango de operación.

- **Modelado del sistema.** El modelo empleado para el diseño de sistemas de control de estructura variable es, en forma casi excluyente, el modelo de estados

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x, u) \\ y &= h(x)\end{aligned}\tag{3-33}$$

donde x son las variables de estado, u la acción de control e y la variable controlada.

- **Superficie de control.** El segundo paso consiste en determinar una superficie de control que satisfaga las especificaciones de diseño.

$$s(x) = 0 \quad (3-34)$$

Es importante diferenciar entre la superficie de control $s(x) = 0$ y la función de conmutación $s(x) = 0$. La función de conmutación se define como $s: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, pudiendo tomar valores positivos o negativos. Cuando $s(x) = 0$, una de las variables de estado se vuelve dependiente de las otras $n - 1$, definiendo así un subespacio de dimensión $n - 1$ dentro del espacio de estados de dimensión n .

- **Lógica de conmutación.** El tercer paso consiste en la selección de una lógica de conmutación que garantice que las trayectorias del sistema alcancen la superficie de control $s(x) = 0$ (modo Alcance) y que, una vez alcanzada la superficie, los estados permanezcan en ella (modo deslizante). En términos generales, se expresa como:

$$\begin{aligned} \text{si } s(x) > 0 &\Rightarrow u = u^+ \Rightarrow \dot{x} = f(x, u^+) = f^+ \\ \text{si } s(x) < 0 &\Rightarrow u = u^- \Rightarrow \dot{x} = f(x, u^-) = f^- \end{aligned} \quad (3-35)$$

- **Control discontinuo.** Finalmente, la determinación del control discontinuo es necesaria para asegurar tanto el modo de alcance como el modo deslizante. En esta etapa, los límites u^- y u^+ deben seleccionarse de acuerdo con las especificaciones del diseño y la región de operación deseada.

Ejemplo 2

Considérese el siguiente sistema en su representación en espacio de estados, correspondiente al movimiento unidimensional de una masa unitaria:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = u + f(x_1, x_2, t) \end{cases} \quad \begin{matrix} x_1(0) = x_{10} \\ x_2(0) = x_{20} \end{matrix} \quad (3-36)$$

Donde u es la fuerza de control, y $f(x_1, x_2, t)$ representa una perturbación, que puede incluir fricción seca y viscosa. Se asume que la perturbación está acotada, es decir, $|f(x_1, x_2, t)| \leq L > 0$. De este modo, el problema consiste en diseñar una ley de control retroalimentada $u = u(x_1, x_2)$ que conduzca la masa al origen de manera asintótica.

La ley de control lineal con retroalimentación de estados se presenta como:

$$u = -k_1 x_1 - k_2 x_2, \quad k_1 > 0, \quad k_2 > 0 \quad (3-37)$$

La cual proporciona estabilidad asintótica del origen únicamente en el caso en que $f(x_1, x_2, t) \equiv 0$. En presencia de perturbaciones acotadas $|f(x_1, x_2, t)| \leq L > 0$, la retroalimentación lineal solo conduce a los estados a un dominio acotado $\Omega(k_1, k_2, L)$.

Los resultados de la simulación del sistema (3-36) y (3-37), con condiciones iniciales $x_1(0) = 0$, $x_2(0) = -2$, ganancias $k_1 = 3$, $k_2 = 4$, y perturbación $f(x_1, x_2, t) = \sin(2t)$, se presentan en Figura 3.21 y Figura 3.22.

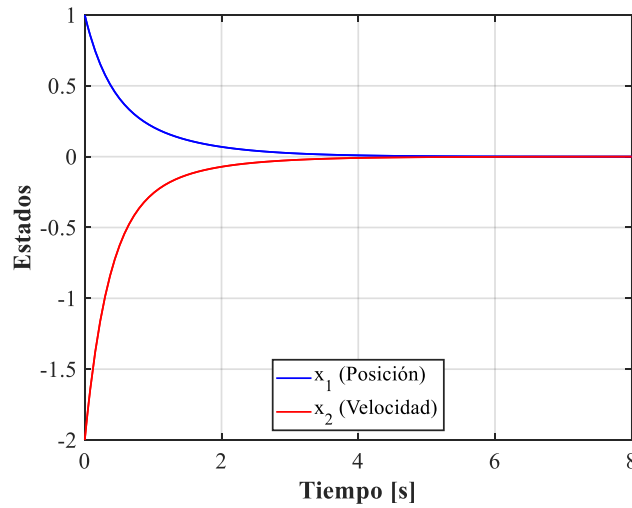


Figura 3.21 Convergencia asintótica del sistema $f(x_1, x_2, t) \equiv 0$.

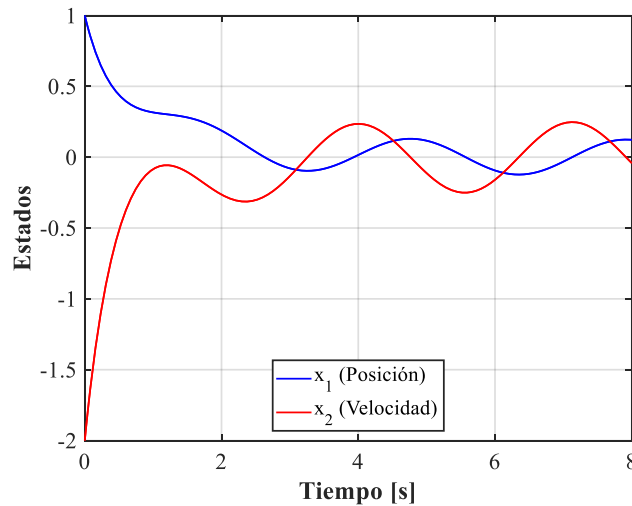


Figura 3.22 Convergencia en el dominio Ω para $f(x_1, x_2, t) = \sin(2t)$.

La cuestión central es si el problema de control formulado puede abordarse utilizando únicamente el conocimiento de los límites de la perturbación desconocida. Para ello, se

introduce una ecuación diferencial lineal homogénea invariante en el tiempo con el fin de compensar la dinámica deseada del sistema (3-36).

$$\dot{x}_1 + cx_1 = 0, \quad c > 0 \quad (3-38)$$

Dado que $x_2(t) = \dot{x}_1(t)$, una solución general de (3-38) y su derivada están dadas por:

$$\begin{aligned} x_1(t) &= x_1(0) \exp(-ct) \\ x_2(t) &= \dot{x}_1 = -cx_1(0) \exp(-ct) \end{aligned} \quad (3-39)$$

De este modo, tanto $x_2(t)$ y $x_2(t)$ convergen asintóticamente a cero.

Nótese que no se observa ningún efecto de la perturbación sobre la dinámica compensada por el estado. Para formalizar el diseño, se introduce una nueva variable en el espacio de estados del sistema (3-36):

$$\sigma = \sigma(x_1, x_2) = x_2 + cx_1, \quad c > 0 \quad (3-40)$$

Para lograr la convergencia asintótica de las variables de estado x_1, x_2 a cero, es decir, $\lim_{t \rightarrow \infty} x_1, x_2 = 0$, con la tasa de convergencia dada por la ecuación (3-39), en presencia de la perturbación acotada $f(x_1, x_2, t)$, es necesario forzar que la variable σ de (3-40) tienda a cero en tiempo finito mediante el control u . Esta tarea puede resolverse aplicando técnicas de Lyapunov a la dinámica derivada de las ecuaciones (3-36) y (3-40):

$$\dot{\sigma} = cx_2 + f(x_1, x_2, t) + u, \quad \sigma(0) = \sigma_0 \quad (3-41)$$

Para la dinámica (3-41) se introduce la siguiente función candidata de Lyapunov:

$$V = \frac{1}{2} \sigma^2 \quad (3-42)$$

Para garantizar la estabilidad asintótica de (3-41) en torno al punto de equilibrio $\sigma = 0$, deben cumplirse las siguientes condiciones:

- a) $\dot{V} < 0$ para $\sigma \neq 0$
- b) $\lim_{|\sigma| \rightarrow \infty} V = \infty$

La condición b) está claramente satisfecha por V en (3-42). Para lograr la convergencia global en tiempo finito, la condición a) puede modificarse como:

$$\dot{V} \leq -\alpha V^{\frac{1}{2}}, \quad \alpha > 0 \quad (3-43)$$

Separando variables e integrando la desigualdad (3-43) en el intervalo $0 \leq \tau \leq t$, se obtiene:

$$V^{\frac{1}{2}}(t) \leq -\frac{1}{2}\alpha t + V^{\frac{1}{2}}(0) \quad (3-44)$$

En consecuencia, $V(t)$ llega a cero en un tiempo finito t_r acotado por:

$$t_r \leq \frac{2V^{\frac{1}{2}}(0)}{\alpha} \quad (3-45)$$

Por lo tanto, el control u calculado para satisfacer la ecuación (3-43) debe llevar la variable σ a cero en tiempo finito y la mantenerla allí posteriormente. La derivada de V se calcula como:

$$\dot{V} = \sigma \dot{\sigma} = \sigma(cx_2 + f(x_1, x_2, t) + u) \quad (3-46)$$

Seleccionando a $u = -cx_2 + v$ y sustituyendo en la ecuación (3-46), se obtiene:

$$\dot{V} = \sigma(f(x_1, x_2, t) + v) = \sigma f(x_1, x_2, t) + \sigma v \leq |\sigma|L + \sigma v \quad (3-47)$$

Seleccionando $v = -\rho \text{sign}(\sigma)$, donde

$$\text{sign}(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x > 0 \\ -1 & \text{si } x < 0 \end{cases} \quad (3-48)$$

Y

$$\text{sign}(0) \in [-1, 1] \quad (3-49)$$

Con $\rho > 0$, se sustituye en (3-47) para obtener:

$$\dot{V} \leq |\sigma|L - |\sigma|\rho = -|\sigma|(\rho - L) \quad (3-50)$$

Teniendo en cuenta la ecuación (3-42), la condición (3-43) puede reescribirse como:

$$\dot{V} \leq -\alpha V^{\frac{1}{2}} = -\frac{\alpha}{\sqrt{2}}|\sigma|, \quad \alpha > 0 \quad (3-51)$$

Combinando las ecuaciones (3-50) y (3-51) se concluye que:

$$\dot{V} \leq -|\sigma|(\rho - L) = -\frac{\alpha}{\sqrt{2}}|\sigma| \quad (3-52)$$

Finalmente, la ganancia de control ρ se calcula como:

$$\rho = L + \frac{\alpha}{\sqrt{2}} \quad (3-53)$$

En consecuencia, una ley de control u que conduce σ a cero en tiempo finito (3-45), es:

$$u = -cx_2 - \rho \text{sign}(\sigma) \quad (3-54)$$

Con el procedimiento anterior se pueden realizar las siguientes observaciones y definiciones (Shtessel et al., 2014).

Observación 1. Es notable que σ debe ser una función de control u con el fin de diseñar con éxito el controlador de la ecuación (3-43) a (3-54). Esta observación debe tenerse en cuenta al definir la variable dada en (3-40).

Observación 2. El primer componente de la ganancia de control de la ecuación (3-53) está diseñado para compensar la perturbación acotada $f(x_1, x_2, t)$, mientras que el segundo término $\frac{\alpha}{\sqrt{2}}$ determina el tiempo de alcance de la superficie de deslizamiento dado por la ecuación (3-45). A mayor valor sea α , menor será el tiempo de alcance.

Definición 1. La variable de la ecuación (3-40) se denomina variable deslizante.

Definición 2. Las ecuaciones (3-38) y (3-40), reescritas como

$$\sigma = x_2 + cx_1 = 0, \quad c > 0 \quad (3-55)$$

Corresponden a una recta en el espacio de estados del sistema (3-36) y denominada superficie de deslizamiento.

La condición de (3-43) es equivalente a la ecuación (3-56) y suele denominarse condición de alcanzabilidad. El cumplimiento de esta condición garantiza que la trayectoria del sistema (3-36) es conducida hacia la superficie de deslizamiento (3-55) y permanece en ella a partir de entonces:

$$\sigma \dot{\sigma} \leq -\frac{\alpha}{\sqrt{2}} |\sigma| \quad (3-56)$$

Definición 3. El control $u = u(x_1, x_2)$ de (3-54) que conduce las variables de estado x_1, x_2 a la superficie de deslizamiento (3-55) en tiempo finito t_r y las mantiene en ella en presencia de la perturbación acotada $f(x_1, x_2, t)$, se denomina controlador de modo deslizante. Se dice que se está produciendo un modo deslizante ideal en el sistema (3-36) para todo $t > t_r$.

Los resultados de la simulación del sistema (3-36) con la ley de control de modo deslizante (3-40) y (3-54), bajo las condiciones iniciales $x_1(0) = 0, x_2(0) = -2$, utilizando la ganancia de control $\rho = 2$, el parametro $c = 1.5$, y la perturbación $f(x_1, x_2, t) = \sin(2t)$ se presentan en Figura 3.23-Figura 3.26.

La Figura 3.23 muestra la convergencia en tiempo finito de la variable deslizante a cero. En la Figura 3.24 se observa la convergencia asintótica de las variables de estado x_1, x_2 a cero en presencia de la perturbación acotada. El retrato de fase, mostrado en la Figura 3.25, evidencia dos fenómenos característicos: la fase de alcance (cuando la trayectoria del estado se dirige hacia la superficie deslizante) y la fase de deslizamiento (cuando la trayectoria del estado se desplaza hacia el origen a lo largo de la superficie deslizante).

La Figura 3.25 contiene además una ampliación del retrato de fase que ilustra el movimiento en “zigzag” de pequeña amplitud y alta frecuencia que presentan las variables de estado en el modo deslizante. El control mostrado en la Figura 3.26 corresponde a un control de conmutación de alta frecuencia, el cual provoca el movimiento “zigzag” en la Figura 3.25. En un SMC ideal, se supone que la frecuencia de conmutación tiende a infinito y la amplitud del movimiento “zigzag” tiende a cero.

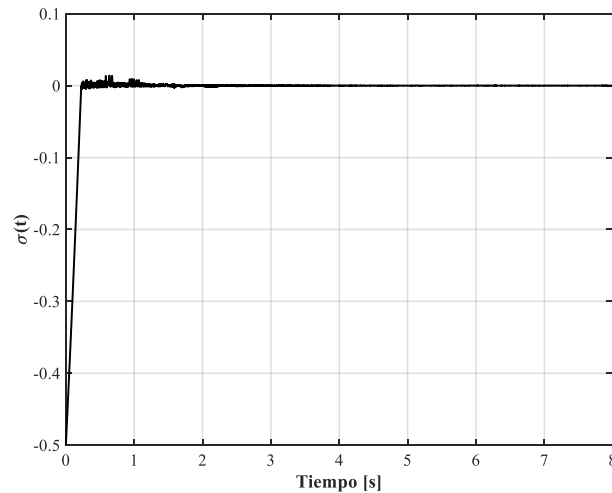


Figura 3.23 Variable deslizante.

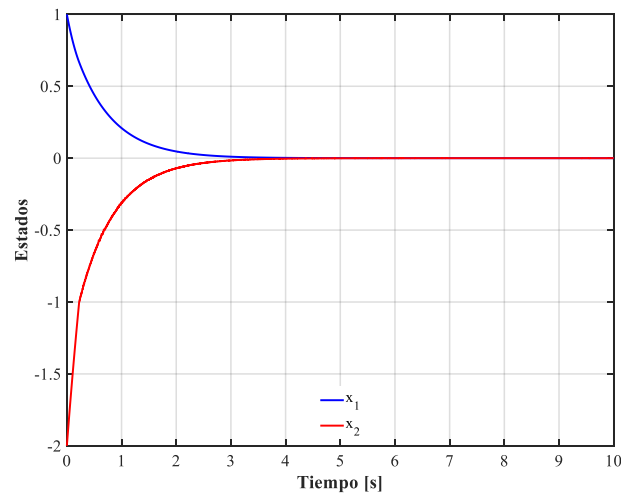


Figura 3.24 Convergencia asintótica para $f(x_1, x_2, t) = \sin(2t)$.

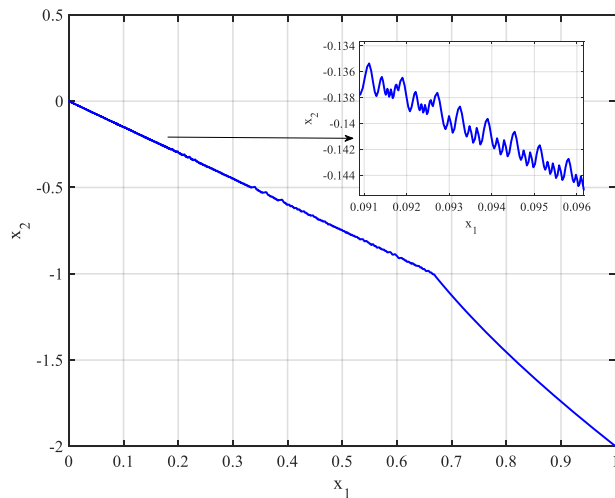


Figura 3.25 Retrato de fase.

Tal como se observa en las ampliaciones de la Figura 3.25 y Figura 3.26, la imperfección en la implementación de la función signo produce un movimiento “zigzag” de amplitud y frecuencia finitas en el modo deslizante, debido a la naturaleza de tiempo discreto de la simulación. Este efecto, se denomina *chattering*, puede comprometer el desempeño de la planta. Dicho fenómeno será abordado en la siguiente subsección.

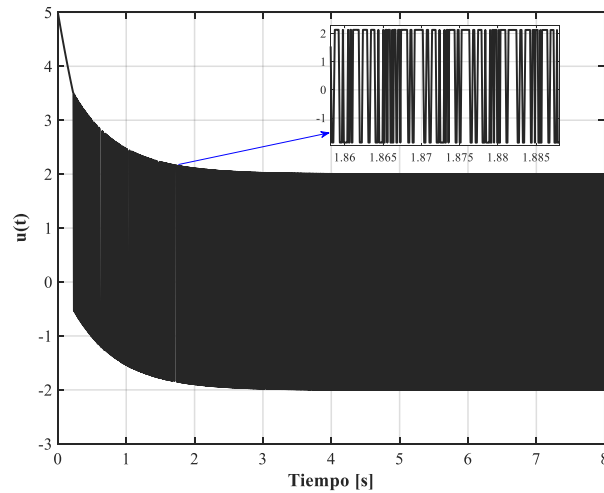


Figura 3.26 Señal de control del SMC.

3.7.2.1 Atenuación de *chattering* en modos deslizantes

En numerosos sistemas de control prácticos, incluidos los motores de CC y el control de aeronaves, resulta fundamental evitar el chattering mediante la provisión de señales continuas y uniformes. Este fenómeno reduce la precisión del sistema, incrementa la disipación de energía en los circuitos de conmutación y acelera el desgaste de los componentes mecánicos (Utkin et al., 2017).

Con el objetivo de atenuar el chattering sin comprometer la robustez del SMC, en la literatura se han propuesto diversas estrategias. En este trabajo se destacan principalmente dos enfoques: a) el modo cuasi-deslizante, que reemplaza la función discontinua por funciones suaves; y b) el modo deslizante de segundo orden, que extienden el diseño del control hacia derivadas de la superficie de deslizamiento.

a) Control en modo cuasi-deslizante (Quasi-Sliding Mode).

Cuando la función discontinua $sign(s)$ de la ecuación (3-54), se sustituye por una función continua y acotada, el sistema entra en el denominado modo cuasi-deslizante. En este régimen, el sistema no converge exactamente a la superficie de deslizamiento, sino a una banda estrecha alrededor de ella. Aunque se pierde convergencia estricta, se obtiene una señal de control continua, más adecuada para su implementación en sistemas físicos reales.

Entre las funciones más utilizadas para suavizar $\text{sign}(s)$, se incluyen:

❖ Función saturación.

$$\text{sat}(\sigma) = \begin{cases} \frac{\sigma}{\Phi} & \text{si } |\sigma| < \Phi, \\ \text{sign}(\sigma) & \text{si } |\sigma| \geq 1 \end{cases} \quad (3-57)$$

❖ Función tangente hiperbólica.

La función tangente hiperbólica se define en la ecuación (3-58).

$$\tanh\left(\frac{x}{\epsilon}\right) = \frac{e^{\frac{x}{\epsilon}} - e^{-\frac{x}{\epsilon}}}{e^{\frac{x}{\epsilon}} + e^{-\frac{x}{\epsilon}}}, \epsilon > 0 \quad (3-58)$$

Donde, la pendiente de la función $\tanh$ está determinada por el valor de ϵ .

❖ Función fracción aproximada.

Otro método presentado en (Shtessel et al., 2014) es reemplazar el termino discontinuo con la función fracción aproximada (o también conocida como función sigma).

$$\text{sigma}(\sigma) = \frac{\sigma}{\rho + |\sigma|} \quad (3-59)$$

Donde ρ es una constante positiva.

Cada una de estas funciones introduce una transición suave cerca de $s = 0$, reduciendo la severidad del chattering. Sin embargo, suelen ser más sensibles a perturbaciones no modeladas.

Técnicas más recientes emplean redes neuronales artificiales y lógica difusa para aproximar $\text{sign}(s)$, buscando una señal de control suave y con capacidad de adaptación (Prieto et al., 2015). Asimismo, se han reportado aproximaciones basadas en funciones exponenciales y polinomiales de orden fraccionario que reducen significativamente la amplitud del chattering.

La Figura 3.27 compara el comportamiento de estas funciones de aproximación. Como puede observarse, la función tangente hiperbólica y la fracción aproximada presentan una

transición más suave respecto a $\text{sign}(s)$. Diversos estudios concluyen que la función tangente hiperbólica reduce en mayor medida el chattering (Noordin et al., 2021).

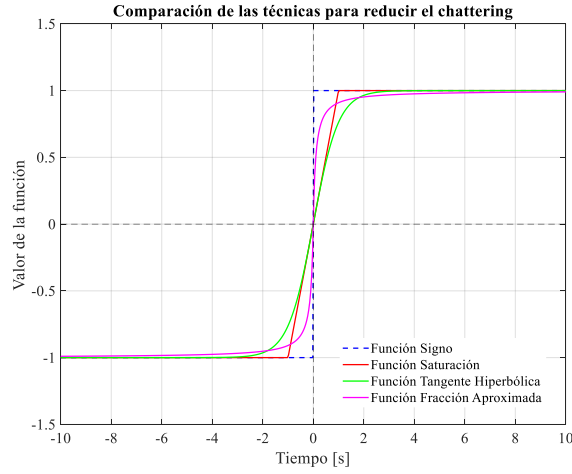


Figura 3.27 Comparación de las funciones sgn , sat , $\tanh$ y fracción aproximada.

b) Modos deslizantes de segundo orden

Otra estrategia ampliamente utilizada para mitigar el chattering sin sacrificar la robustez ni la convergencia exacta a la superficie de deslizamiento consiste en emplear modos deslizantes de orden superior. En estos enfoques, el control no actúa únicamente sobre la variable de deslizamiento $s(t)$, sino también sobre sus derivadas, generando una señal de control más suave y eliminando la necesidad de conmutación discontinua (Levant, 2003).

❖ Superficie integral

Esta técnica consiste en redefinir la superficie de deslizamiento en forma integral, incorporando una acción acumulativa sobre el error. Esto permite suavizar la dinámica del sistema y reducir el cambio abrupto del control.

$$s(t) = \int_0^t e(\tau) d\tau + \lambda e(t) \quad (3-60)$$

Donde $e(t)$ es el error de seguimiento y λ es un parámetro de ponderación. Esta formulación reduce la sensibilidad ante perturbaciones de alta frecuencia y disminuye el chattering en la señal de control.

❖ Algoritmo Super-Twisting

El SMC Super-Twisting (STSM) constituye una de las formulaciones más representativas dentro del SMC de segundo orden. Este algoritmo fue desarrollado con el objetivo de conservar las propiedades de robustez del control deslizante clásico, al tiempo que se elimina la discontinuidad directa en la señal de control.

A diferencia del SMC clásico, donde la ley de control conmutada produce el fenómeno de *chattering*, el STSM introduce una acción continua que mantiene la robustez frente a perturbaciones acotadas e incertidumbres del modelo. Además, garantiza la convergencia en tiempo finito tanto de la variable deslizante $s(t)$ como de su derivada $\dot{s}(t)$, lo que se traduce en una dinámica más suave y precisa del sistema (Shtessel et al., 2014).

El algoritmo puede representarse mediante la siguiente formulación general (Jayakrishnan, 2016):

$$\begin{aligned} u &= -k_1|\sigma|^{\frac{1}{2}}\text{sign}(\sigma) + v \\ \dot{v} &= k_2\text{sign}(\sigma) \end{aligned} \quad (3-61)$$

Donde $k_{1,2} > 0$ son ganancias de diseño que determinan la velocidad de convergencia y la atenuación de perturbaciones externas. Esta estructura dinámica permite reducir significativamente *chattering*, al sustituir la conmutación abrupta por una dinámica interna continua, manteniendo al mismo tiempo la precisión y la estabilidad propias del SMC ideal.

3.8 Métricas de regresión para medir el rendimiento de las técnicas de control.

En el diseño y evaluación de sistemas de control para UAV, resulta fundamental cuantificar el rendimiento de las diferentes técnicas implementadas. Para ello, se emplean métricas de regresión que permiten medir la precisión y estabilidad del sistema en el bajo distintos escenarios de operación. En esta sección se describen las métricas utilizadas en este estudio: el Error Cuadrático Medio (MSE, por sus siglas en inglés: Mean Squared Error), la Raíz del Error Cuadrático Medio (RMSE, por sus siglas en inglés: Root Mean Squared Error) y el Integral del Error Cuadrático (ISE, por sus siglas en inglés: Integral Squared Error). Estas métricas proporcionan información cuantitativa sobre la eficacia de los algoritmos de

control y permiten comparar su desempeño de manera objetiva Essential Regression Evaluation Metrics.

3.8.1 Error cuadrático medio (MSE)

El MSE es una métrica ampliamente utilizada para evaluar la calidad de un estimador o sistema de control. Calcula el promedio de los errores al cuadrado entre los valores predichos (o controlados) y los valores reales (o deseados).

Definición matemática

Para una serie de n puntos de datos, el MSE se define como:

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 \quad (3-62)$$

Donde:

- n es el número total de observaciones.
- y_i representa el valor real en el punto i .
- $\hat{y}_i$ es el valor estimado o controlado en el punto i .

Interpretación

- Un MSE cercano a cero indica un alto rendimiento del sistema de control.
- Es sensible a errores grandes, lo que penaliza más las desviaciones significativas.

3.8.2 Raíz del error medio cuadrático (RMSE)

La RMSE es una variante del MSE que proporciona una medida de error en las mismas unidades que la variable de interés, lo cual facilita su interpretación Essential Regression Evaluation Metrics.

Definición matemática

$$RMSE = \sqrt{MSE} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2} \quad (3-63)$$

El MSE resulta útil para análisis matemáticos y optimización, mientras que la RMSE es más apropiada cuando se requiere el error promedio en las mismas unidades físicas del sistema.

Interpretación

- Al igual que el MSE, un valor bajo de RMSE indica un mejor rendimiento.
- Su expresión en las mismas unidades que la variable medida (metros, grados, etc.), la hace más intuitivo para evaluar el desempeño práctica de un sistema de control.

3.8.3 Integral del error cuadrático (ISE)

El ISE es una métrica empleada en teoría de control para evaluar el desempeño de un sistema en el dominio del tiempo. Mide la acumulación del error cuadrático a lo largo de un intervalo temporal dado (Chai & Draxler, 2014).

Definición matemática

$$ISE = \int_0^T e(t)^2 dt \quad (3-64)$$

Donde;

- $e(t) = y(t) - \hat{y}(t)$ = error en el instante t
- T = tiempo total de evaluación.

Interpretación

- Un ISE bajo indica que el sistema minimiza rápidamente los errores y mantiene un seguimiento adecuado.
- Penaliza tanto los errores grandes como aquellos que persisten a lo largo del tiempo.

Capítulo 4

4 Diseño de los controladores de vuelo del UAV Parrot Mambo.

En el presente capítulo se describe el diseño de los controladores de vuelo desarrollados para el UAV Parrot Mambo. En la primera parte, se presenta el diseño del SMC aplicado al control de Actitud y Altitud, junto con las estrategias empleadas para mitigar los efectos del chattering. En la segunda sección se detalla el diseño del controlador Backstepping orientados al control de actitud y altitud.

Para el desarrollo de las estrategias de control resulta fundamental contar con una comprensión detallada de la estructura dinámica del sistema en estudio. Este conocimiento permite analizar la interacción entre los distintos subsistemas, tanto de manera directa como indirecta, y facilita la implementación de los algoritmos de control.

En la Figura 4.1 se muestra el esquema general del sistema del UAV Parrot Mambo, donde se observa que los controladores reciben una señal de error generada a partir de la diferencia entre la referencia deseada y los estados estimados por un estimador de estados. Dicha señal de error es procesada por los controladores de vuelo, los cuales calculan la acción de control necesaria para generar el empuje adecuado en cada uno de los cuatro motores del UAV. Es importante destacar que la salida de la planta es procesada por el estimador de estados, el cual emplea los sensores integrados en el Parrot Mambo, entre ellos, el sensor ultrasónico, la cámara, el sensor de presión y la unidad de medición inercial (IMU), con el fin de obtener una estimación precisa de los estados del sistema.

La descripción anterior proporciona una visión general del sistema, la cual se desarrolla con mayor detalle a lo largo de este capítulo, abordando aspectos esenciales para el diseño e implementación de los algoritmos de control.

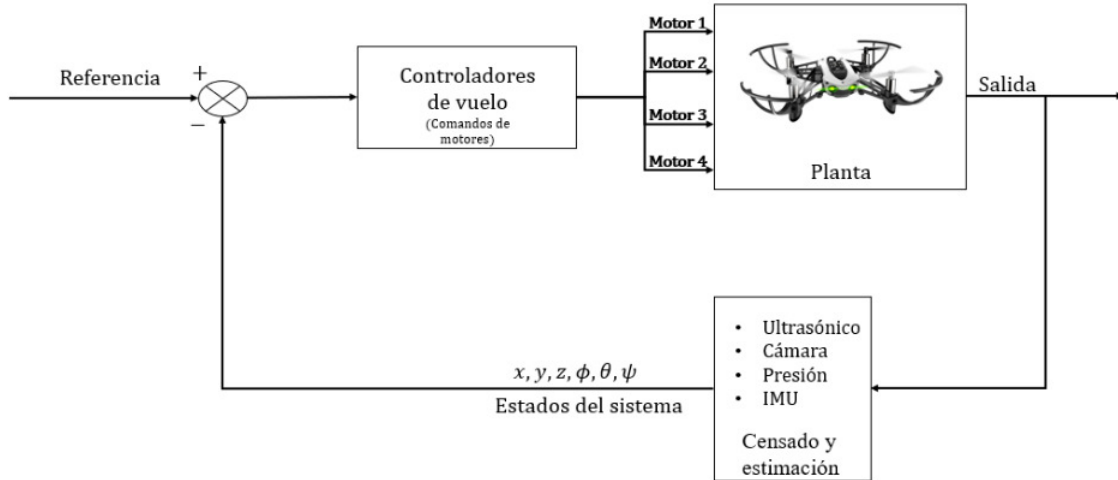


Figura 4.1 Esquema general del problema de control del UAV Parrot Mambo.

4.1 La arquitectura del Sistema de Control

El objetivo principal del sistema de control es mantener un vuelo estable y controlado en un entorno tridimensional, con una referencia en x , y y z . Durante el seguimiento de trayectoria, el minidron Parrot Mambo experimenta variaciones en las referencias de los ángulos de *Roll*, *Pitch* Y *Yaw*, generados y actualizados continuamente por el algoritmo de planificación de trayectoria (Kadhim & Abdulsadda, 2022).

La arquitectura del sistema de control utilizada en el presente trabajo sigue la metodología de Douglas (*Setting Up the Control Problem | Drone Simulation and Control, Part 1 - MATLAB & Simulink*, n.d.), modelando el dron como la planta del sistema, tal como se muestra en la Figura 4.1, donde las velocidades de los cuatro motores generan fuerzas y momentos que determinan el movimiento del vehículo aéreo.

Para mantener la altitud, los motores se regulan de manera individual. En lugar de controlar directamente sus velocidades angulares, se emplea un algoritmo de mezcla de motores (Motor, Mixing Algorithm, MMA) encargado de gestionar los movimientos de *Roll*, *Pitch*, *Yaw* y el empuje.

En la librería de Matlab/Simulink destinada al manejo del dron Parrot Mambo, se encuentra implementado por defecto un controlador PID encargado de regular el empuje y mantener la actitud deseada. La retroalimentación se obtiene a partir de la medición de

altitud, la cual se compara con la referencia. Si el dron se encuentra por debajo de la altitud establecida, el empuje aumenta proporcionalmente en los cuatro motores para corregir la desviación. No obstante, perturbaciones externas, como ráfagas de viento, pueden generar inclinaciones en *Roll* o *Pitch*, produciendo desplazamientos horizontales no intencionados.

Ante perturbaciones sostenidas, el dron podría alejarse gradualmente de su punto de referencia sin capacidad de retorno automático. Para mitigar este comportamiento, se implementa un controlador de posición, encargado de ajustar los ángulos de balanceo y cabeceo en función del error de posición en los ejes x-y. En ausencia de una trayectoria predefinida, la referencia puede establecerse en el punto (0, 0), garantizando que el dron permanezca sobre su posición de despegue. Este controlador actúa en un lazo externo, generando referencias dinámicas para los controladores internos de actitud.

Es importante señalar que los errores de posición x-y están definidos en un marco de referencia global, mientras que los ángulos de cabeceo y balanceo se expresan en el marco de referencia del dron. Por esta razón, el ángulo de *Yaw* resulta esencial para realizar la transformación de coordenadas y aplicar los ajustes de control adecuados en cada eje. La estructura general de la arquitectura de control descrita en los párrafos anteriores se ilustra en la Figura 4.2.

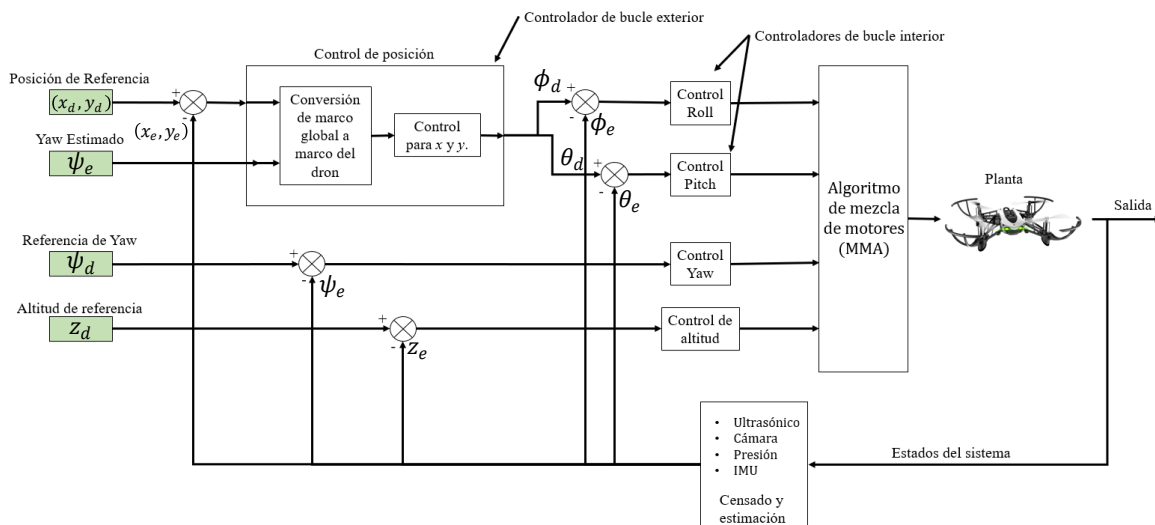


Figura 4.2 Esquema general del sistema de control realimentado.

Con el fin de establecer un procedimiento sistemático para el diseño del sistema de control y, a la vez, claridad la notación, la dinámica y cinemática del dron descrita en la ecuación (3-13) puede expresarse mediante un modelo dinámico no lineal de segundo orden, formulado como:

$$\ddot{x} = f(x) + g(x)U \quad (4-1)$$

Donde el vector de estado se define como:

$$x = [x_1 x_2 x_3 x_4 x_5 x_6]^T = [x \ y \ z \ \phi \ \theta \ \psi]^T \quad (4-2)$$

y el vector de entrada se define como:

$$U = [U_1 U_2 U_3 U_4]^T \quad (4-3)$$

Para simplificar la notación, se definen las proyecciones del empuje en el marco inercial como $u_x(\phi, \theta, \psi)$, $u_y(\phi, \theta, \psi)$ y $u_z(\phi, \theta, \psi)$.

Las funciones no lineales $f(x)$ y $g(x)$ pueden ser reescritas como:

$$f(x) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ g \\ a_1 \dot{\psi} \dot{\theta} + a_2 \Omega \dot{\theta} \\ a_3 \dot{\psi} \dot{\phi} + a_4 \Omega \dot{\phi} \\ a_5 \dot{\theta} \dot{\phi} \end{pmatrix}, g(x) = \begin{pmatrix} u_x m^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ u_y m^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ u_z m^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b_3 \end{pmatrix} \quad (4-4)$$

Donde $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, b_1, b_2, b_3$ son constantes del sistema, mientras que $u_x(\phi, \theta, \psi)$, $u_y(\phi, \theta, \psi)$ y $u_z(\phi, \theta, \psi)$ son funciones no lineales del estado asociadas a la orientación del UAV.

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{(I_{yy} - I_{zz})}{I_{xx}}, a_2 = \frac{-J_r}{I_{xx}}, a_3 = \frac{(I_{zz} - I_{xx})}{I_{yy}}, a_4 = \frac{J_r}{I_{yy}}, a_5 = \frac{(I_{xx} - I_{yy})}{I_{zz}}, b_1 = \frac{l}{I_{xx}}, \\ b_2 &= \frac{l}{I_{yy}}, b_3 = \frac{1}{I_{zz}}, u_x = U_1(\sin \psi \sin \phi + \cos \psi \sin \theta \cos \phi), \\ u_y &= U_1(-\cos \psi \sin \phi + \sin \psi \sin \theta \cos \phi), y u_z = U_1(\cos \theta \cos \phi). \end{aligned} \quad (4-5)$$

4.2 Diseño del control por modos deslizantes (SMC)

Tal como se expuso en la sección 3.7.2.1, uno de los principales inconvenientes asociados al SMC, es el fenómeno conocido como chattering, el cual surge debido a la naturaleza discontinua de la función signo empleada en la ley de control. Este efecto genera oscilaciones

de alta frecuencia que pueden deteriorar el desempeño del sistema y afectar mecánicamente los actuadores, en particular a los motores del dron.

Con el propósito de mitigar este problema, en esta sección se presentan dos enfoques complementarios dentro del diseño del control SMC. El primer enfoque consiste en sustituir la función discontinua signo por una función continua tangente hiperbólica, con el fin de suavizar la acción de control y reducir las oscilaciones no deseadas (Noordin et al., 2021).

El segundo enfoque se basa en la implementación del control SMC de segundo orden (Super Twisting Sliding Mode, STSM), propuesto por (Jayakrishnan, 2016), el cual será desarrollado en la siguiente subsección.

4.2.1 Formulación del diseño de control de altitud y actitud

Para iniciar el diseño del control SMC, resulta conveniente retomar la formulación general del método de control propuesta por (Noordin et al., 2021). Dicha formulación facilita la comprensión conceptual y permite desarrollar de manera más intuitiva las leyes de control para las variables de altitud y actitud del UAV.

Con base en este planteamiento, se propone la siguiente superficie de deslizamiento:

$$s = \dot{e} + \lambda e \quad (4-6)$$

Donde e representa el error de seguimiento, definido como la diferencia deseada y la salida medida del sistema, $\dot{e}$ es la derivada temporal del error y $\lambda > 0$, es una constante de diseño para satisfacer la condición de Hurwitz.

Por otro lado, el error de seguimiento y sus derivadas se definen como:

$$\begin{aligned} e &= x_d - x \\ \dot{e} &= \dot{x}_d - \dot{x} \\ \ddot{e} &= \ddot{x}_d - \ddot{x} \end{aligned} \quad (4-7)$$

Al derivar la superficie de deslizamiento definida en la (4-6), se obtiene:

$$\dot{s} = \ddot{e} + \lambda \dot{e} \quad (4-8)$$

Se sustituye (4-7) en (4-8) se tiene

$$\dot{s} = (\ddot{x}_d - \ddot{x}) + \lambda(\dot{x}_d - \dot{x}) \quad (4-9)$$

Se reemplaza (4-1) en (4-9) y se obtiene:

$$U = \frac{-\dot{s} + \ddot{x}_d - f(x) + \lambda(\dot{x}_d - \dot{x})}{g(x)} \quad (4-10)$$

❖ Función tangente hiperbólica

Se propone redefinir la dinámica de la superficie de deslizamiento $\dot{s}$ mediante la función tangente hiperbólica $\tanh$, la cual sustituye la función signo tradicional:

De esta manera, la dinámica de la superficie se expresa como:

$$\dot{s} = -\eta s - k \tanh(s\varepsilon^{-1}) \quad (4-11)$$

Con η, k y $\varepsilon > 0$. Son constantes positivas. Donde $-\eta s$ introduce un componente exponencial en la dinámica, cuya solución particular está dado por: $s(t) = s(0)e^{-\eta t}$. Esto implica que, al añadir el término proporcional $-\eta s$, el estado del sistema se acerca más rápidamente a la superficie de conmutación cuando s es grande. Por otro lado, la función tangente hiperbólica suaviza la transición en torno a $s = 0$, evitando la conmutación brusca característica de la función signo.

La pendiente de la función tangente hiperbólica está determinada por el parámetro ε , el cual regula la zona de transición: valores pequeños de ε hacen que la función se aproxime al comportamiento discontinuo de la función signo, mientras que valores mayores producen una transición más suave. La función tangente hiperbólica se define matemáticamente como:

$$\tanh(x\varepsilon^{-1}) = \frac{e^{\frac{x}{\varepsilon}} - e^{-\frac{x}{\varepsilon}}}{e^{\frac{x}{\varepsilon}} + e^{-\frac{x}{\varepsilon}}}, \varepsilon > 0 \quad (4-12)$$

Por lo tanto, la inclinación o pendiente de la función $\tanh$ en el origen se determina directamente por el valor de ε (Liu, 2017). Esta modificación permite obtener un comportamiento continuo de la ley de control, reduciendo significativamente el chattering sin comprometer la robustez del sistema.

Análisis de estabilidad

Para analizar la estabilidad del sistema, se elige función candidata de Lyapunov a $V = \frac{1}{2}s^2$. Al derivar respecto al tiempo se obtiene:

$$\dot{V} = s\dot{s} \quad (4-13)$$

Al remplazar (4-11) en (4-13)

$$\dot{V} = s(-\eta s - k \tanh(s\varepsilon^{-1})) = -\eta s^2 - ks \tanh(s\varepsilon^{-1}) \quad (4-14)$$

Para garantizar la estabilidad, es necesario que $\dot{V} < 0$. Por lo tanto, la ecuación (4-14) puede descomponerse como la suma de dos términos:

$$\dot{V} = \dot{V}_1 + \dot{V}_2 \quad (4-15)$$

Donde $\dot{V}_1 = -\eta s^2$ y $\dot{V}_2 = -ks \tanh(s\varepsilon^{-1})$.

Para el termino $\dot{V}_1$ se tiene que

$$\dot{V}_1 = -\eta s^2 \leq 0 \quad (4-16)$$

De este modo el termino $\dot{V}_1$ es decreciente y estable en el sentido de Lyapunov para todo $\eta > 0$.

Para el segundo término se tiene que para todo escalar x y todo $\varepsilon > 0$ se cumple (Liu, 2017):

$$x \tanh\left(\frac{x}{\varepsilon}\right) = |x| \left| \tanh\left(\frac{x}{\varepsilon}\right) \right| \geq 0 \quad (4-17)$$

Tomando a $x = s$, se tiene que

$$s \tanh\left(\frac{s}{\varepsilon}\right) \geq 0 \Rightarrow \dot{V}_2 = -k s \tanh\left(\frac{s}{\varepsilon}\right) \leq 0, \quad (4-18)$$

Para todo s , siempre que $k > 0$.

De este modo, dado que $\dot{V} = \dot{V}_1 + \dot{V}_2$ y se ha demostrado que $\dot{V}_1 \leq 0$ y $\dot{V}_2 \leq 0$, entonces:

$$\dot{V} \leq 0 \quad (4-19)$$

Lo cual garantiza el sistema en el sentido de Lyapunov. Adicionalmente, bajo $\eta > 0$ y $k > 0$, la condición $\dot{V} = 0$ solo puede ocurrir cuando $s = 0$; por lo tanto, $s(t) \rightarrow 0$ y el error asociado converge a cero, estableciendo la estabilidad del sistema

Finalmente, al sustituir la dinámica de la superficie (4-11) en la ley de control (4-10), se obtiene la ley de control por SMC utilizando la función tangente hiperbólica.

Si se sustituye (4-11) en (4-10) se tiene

$$U = \frac{\ddot{x}_d - f(x) + \lambda(\dot{x}_d - \dot{x}) - \left(\eta s - k \cdot \tanh\left(\frac{s}{\varepsilon}\right)\right)}{g(x)} \quad (4-20)$$

Donde $f(x)$ y $g(x)$ son las ecuaciones no lineales del modelo matemático del UAV descritos en la ecuación (4-4).

Esta expresión representa la acción de control continua que preserva las propiedades de la robustez del SMC, reduciendo significativamente el efecto del chattering en los actuadores del UAV.

❖ SMC Super Twisting

El algoritmo STSM se caracteriza por su capacidad para compensar perturbaciones y rechazar incertidumbres sin requerir la derivada del error de seguimiento. En este enfoque, la ley de control se diseña para garantizar que la variable deslizante y su derivada converjan a cero en tiempo finito, lo que permite obtener un comportamiento robusto y una dinámica suavizada en comparación con el SMC clásico.

La ecuación (4-21) describe la dinámica de lazo cerrado.

$$\dot{s} = -k_1 |s|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(s) - k_2 \int_0^t \text{sign}(s(\tau)) d\tau + w(t) \quad (4-21)$$

Donde $w(t)$ representa una perturbación externa acotada.

Análisis de estabilidad

Para facilitar el análisis y simplificar la representación del sistema, se definen las siguientes variables auxiliares:

$$\begin{aligned} \mu_1 &= s \\ \mu_2 &= -k_2 \int_0^t \text{sign}(s(\tau)) d\tau + w(t) \end{aligned} \quad (4-22)$$

Con estas definiciones, el sistema puede expresarse en forma de espacios de estados:

$$\begin{aligned}\dot{\mu}_1 &= -k_1|\mu_1|^{\frac{1}{2}}\text{sign}(\mu_1) + \mu_2 \\ \dot{\mu}_2 &= -k_2\text{sign}(\mu_1) + \rho(t, \mu)\end{aligned}\quad (4-23)$$

Donde $\rho(t) = \dot{w}(t)$ representa la derivada de la perturbación externa, la cual se asume acotada, es decir, $|\rho(t)| < \delta$.

El análisis de convergencia del sistema (μ_1, μ_2) hacia el origen $(0,0)$ puede demostrarse utilizando una función candidata de Lyapunov estricta, tal como en (Moreno, 2009), de la forma:

$$V = \zeta^T P \zeta \quad (4-24)$$

Donde P representa una matriz simétrica definida positiva, y ζ representa un vector de Lyapunov y puede expresarse mediante una relación cuadrática.

Este vector puede expresarse matemáticamente utilizando la ecuación (4-23) de la siguiente manera:

$$\zeta = \begin{bmatrix} \zeta_1 \\ \zeta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} |\mu_1|^{\frac{1}{2}}\text{sign}(\mu_1) \\ \mu_2 \end{bmatrix} \quad (4-25)$$

Al derivar ζ con respecto al tiempo se obtiene la siguiente expresión:

$$\dot{\zeta} = \frac{1}{|\zeta_1|} A \zeta, \quad A = \begin{bmatrix} -\frac{k_1}{2} & \frac{1}{2} \\ -k_2 & 0 \end{bmatrix} \quad (4-26)$$

Donde A se considera una matriz Hurwitz, ya que posee autovalores con parte real negativa. Esta condición se satisface cuando su determinante es positivo y su traza es negativa, garantizando que la dinámica interna del controlador sea estable y que las variables del sistema converjan hacia el equilibrio.

La matriz P puede definirse como:

$$P = \begin{bmatrix} 2k_2 - \frac{k_1}{2} & \frac{k_1}{2} \\ \frac{k_1}{2} & 1 \end{bmatrix} \quad (4-27)$$

Por lo tanto, la función de Lyapunov V es definida positiva. Para demostrar la estabilidad del sistema, basta con demostrar que la derivada de la función de Lyapunov V es negativa.

Derivando la ecuación (4-24) se obtiene la siguiente expresión:

$$\begin{aligned}\dot{V} &= \dot{\zeta}^T P \zeta + \zeta^T P \dot{\zeta} \\ &= \frac{1}{|\zeta_1|} [\zeta^T A^T P \zeta + \zeta^T P A \zeta]\end{aligned}\quad (4-28)$$

La solución final de la ecuación de Lyapunov algebraica (ALE) se obtiene al diferenciar la función de Lyapunov de segundo orden con respecto al tiempo, considerando las matrices A y P del sistema, tal como se muestra a continuación:

$$A^T P + P A = -Q \quad (4-29)$$

Donde Q es una matriz simétrica y definida positiva.

Cuando la condición de la ecuación (4-29) se cumple, la función candidata de Lyapunov (4-24) garantiza la estabilidad del sistema.

La ecuación (4-24) puede ser expresada de la siguiente forma:

$$\lambda_{\min}\{Q\} \|\zeta\|_2^2 \leq \zeta^T P \zeta \leq \lambda_{\max}\{P\} \|\zeta\|_2^2 \quad (4-30)$$

Donde $\lambda_{\min}\{Q\}$ y $\lambda_{\max}\{P\}$ son los valores propios mínimos y máximos de P respectivamente.

Al considerar el lazo izquierdo de la ecuación (4-30), puede escribirse que:

$$\|\zeta\|^2 = \zeta_1^2 + \zeta_2^2 = |\mu_1| + \mu_2^2 \quad (4-31)$$

Por tanto:

$$|\zeta_1| \leq \|\zeta\|_2 \leq \lambda_{\min}^{-\frac{1}{2}}\{P\} V^{\frac{1}{2}} \quad (4-32)$$

Multiplicando el lado izquierdo de la ecuación (4-32) por $-|\mu_1|^{-\frac{1}{2}}$ y reemplazando P con Q , se obtiene la siguiente ecuación:

$$-|\mu_1|^{-\frac{1}{2}} \zeta^T Q \zeta \leq -|\mu_1|^{-\frac{1}{2}} \lambda_{\max}\{Q\} \|\zeta\|_2^2 \quad (4-33)$$

Al considerar solo la parte derecha de la ecuación (4-31) se obtiene lo siguiente:

$$\zeta^T P \zeta \leq \lambda_{\max}\{P\} \|\zeta\|_2^2 \quad (4-34)$$

Al mover el término $\lambda_{max}(P)$ al lado izquierdo y multiplicar ambos lados de la ecuación (4-34) por $-|\mu_1|^{-\frac{1}{2}}\lambda_{min}\{Q\}$ y empleando un razonamiento análogo al de la ecuación (4-33), se obtiene la siguiente expresión:

$$-|\mu_1|^{-\frac{1}{2}}\lambda_{min}\{Q\}\|\zeta\|_2^2 \leq -|\mu_1|^{-\frac{1}{2}}\lambda_{min}\{Q\}\lambda_{max}^{-1}\{P\}V \quad (4-35)$$

Dado que, $\|\zeta\|_2^2 = \zeta_1^2 + \zeta_2^2 = |\mu_1| + \mu_2^2$ y $|\zeta_1| \leq \|\zeta\|_2 \leq \lambda_{min}^{-\frac{1}{2}}\{P\}V^{\frac{1}{2}}$, la expresión de (4-35) puede reescribirse como:

$$-\frac{\lambda_{min}^{-\frac{1}{2}}\{P\}V^{-\frac{1}{2}}\lambda_{min}\{Q\}}{\lambda_{max}^{-\frac{1}{2}}\{P\}}V^{\frac{1}{2}} \leq -|\zeta_1|^{-1}\lambda_{min}\{Q\}\lambda_{max}^{-1}\{P\}V \quad (4-36)$$

A partir de las desigualdades obtenidas en (4-33) y (4-35)

$$-|\mu_1|^{-\frac{1}{2}}\zeta^T Q \zeta \leq -|\mu_1|^{-\frac{1}{2}}\lambda_{max}\{Q\}\|\zeta\|_2^2 \leq -\frac{\lambda_{min}^{-\frac{1}{2}}\{P\}V^{-\frac{1}{2}}\lambda_{min}\{Q\}}{\lambda_{max}^{-\frac{1}{2}}\{P\}}V^{\frac{1}{2}} \quad (4-37)$$

$$\dot{V} \leq -\frac{\lambda_{min}^{-\frac{1}{2}}\{P\}V^{-\frac{1}{2}}\lambda_{min}\{Q\}}{\lambda_{max}^{-1}\{P\}} \quad (4-38)$$

La solución de la desigualdad diferencial representada como:

$$\dot{V} = -|\zeta_1|^{-\frac{1}{2}}\zeta^T Q \zeta \leq -\sigma V^{\frac{1}{2}}, \quad V(x_0) \quad (4-39)$$

Este dado por:

$$V^{\frac{1}{2}}(x(t)) \leq V^{\frac{1}{2}}(x_0) - \frac{\sigma}{2}t \quad (4-40)$$

Por lo tanto, cuando $t \geq T = \frac{2V^{\frac{1}{2}}(x_0)}{\sigma}$, la función de Lyapunov $V(x)$ se anula, es decir, $V(x(t)) = 0$.

Esto implica que las variables de estado del sistema convergen al equilibrio en un tiempo finito, garantizando una respuesta rápida y libre de oscilaciones residuales.

Por consiguiente, el sistema controlando cumple la condición de estabilidad en tiempo finito establecida por el análisis de Lyapunov.

Finalmente, si se sustituye (4-21) en (4-10) se obtiene (4-41)

$$U = \frac{\ddot{x}_d - f(x) + \lambda(\dot{x}_d - \dot{x}) - \left(-k_1 |s|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(s) - k_2 \int_0^t \text{sign}(s) d\tau \right)}{g(x)} \quad (4-41)$$

De esta manera, las ecuaciones (4-20) y (4-41) serán adaptadas al desarrollo de los controladores de altitud y actitud para el UAV Parrot Mambo en las subsecciones siguientes.

4.2.2 Control de Altitud

El control de altitud tiene como objetivo mantener al UAV a una altura deseada mediante la regulación del empuje total generado por los motores. Para ello, el sistema compara la altitud de referencia y la estimada para ajustar de manera uniforme, la potencia de los motores, aumentando o reduciendo el empuje según sea necesario.

Este control resulta fundamental en vuelos estacionarios (hovering), maniobras de despegues y aterrizaje, y generalmente se implementa como un lazo de control independiente dentro de la arquitectura general del sistema de vuelo.

Siguiendo la metodología descrita en la sección 4.2.1, la superficie de deslizamiento para el eje vertical z se define como:

$$s_z = \dot{e}_z + \lambda e_z \quad (4-42)$$

Donde e_z representa el error de posición del eje z , definido como:

$$e_z = z_d - z \quad (4-43)$$

Donde z es el estado estimado (altitud medida) y z_d la altitud deseada.

Las derivadas del error se calculan de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \dot{e}_z &= \dot{z}_d - \dot{z} \\ \ddot{e}_z &= \ddot{z}_d - \ddot{z} \end{aligned} \quad (4-44)$$

Al derivar la superficie de deslizamiento y sustituyendo las expresiones del error, se obtiene la ecuación (4-45).

$$\dot{s}_z = (\ddot{z}_d - \ddot{z}) + \lambda(\dot{z}_d - \dot{z}) \quad (4-45)$$

Se utiliza la función $\tanh$ (4-11) en la dinámica de $\dot{s}_z$, cuya dinámica se define como:

$$\dot{s}_z = -\eta_z s_z - k_z \tanh\left(\frac{s_z}{\varepsilon_z}\right) \quad (4-46)$$

Sustituyendo la ecuación (4-44), (4-45), $f(x_3), g(x_3)$ de (4-4) y u_z de (4-5) en la ley de control general (4-10), se obtiene la acción de control en altitud por SMC- $\tanh$:

$$U_1 = \frac{\left(\ddot{z}_d - g + \lambda(\dot{z}_d - \dot{z}) + \eta_z s_z + k_z \tanh\left(\frac{s_z}{\varepsilon_z}\right)\right) m}{\cos \theta \cos \phi} \quad (4-47)$$

Por otro lado, al utilizar el enfoque STSM la dinámica de $\dot{s}_z$, se reemplaza por la siguiente expresión.

$$\dot{s}_z = -k_{1z} |s_z|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(s_z) - k_{2z} \int_0^t \text{sign}(s_z(\tau)) d\tau \quad (4-48)$$

Sustituyendo la ecuación (4-44), (4-48), $f(x_3), g(x_3)$ de (4-4) y u_z de (4-5) en la ley de control general (4-10), se obtiene la acción de control en altitud por STSM:

$$U_1 = \frac{\left(\ddot{z}_d - g + \lambda_3(\dot{z}_d - \dot{z}) + k_{1z} |s_z|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(s_z) + k_{2z} \int_0^t \text{sign}(s_z) d\tau\right) m}{\cos \theta \cos \phi} \quad (4-49)$$

4.2.3 Control de Actitud

El control de actitud se encarga de regular la orientación del dron en el espacio tridimensional mediante el ajuste de sus tres ángulos principales: *Pitch* (θ), *Roll* (ϕ) y *Yaw* (ψ). Estos controles son fundamentales para mantener la estabilidad del dron y permitirle ejecutar maniobras precisas en respuesta a referencias externas o perturbaciones.

El control de *Pitch* regula la inclinación hacia adelante o atrás del dron, lo cual determina su desplazamiento en el eje X del marco de referencia global. Para inclinarse hacia adelante, se incrementa la velocidad de los motores traseros y se reduce la de los delanteros, y viceversa para inclinarse hacia atrás.

Por su parte, el control de *Roll* gestiona la inclinación lateral, permitiendo el movimiento en el eje Y. Cuando el dron se inclina hacia la derecha, los motores del lado izquierdo aumentan su velocidad, mientras que los del lado derecho la disminuyen; para inclinarse hacia la izquierda ocurre el proceso inverso.

Finalmente, el control de yaw regula la rotación del dron sobre su eje vertical Z, permitiendo modificar la dirección hacia la cual está orientado. Este movimiento se logra

ajustando las velocidades de los motores en pares opuestos, generando un momento de torsión. El control de guiñada es especialmente importante para tareas de navegación autónoma, ya que asegura que el dron mantenga o modifique su rumbo conforme a las referencias establecidas.

Las superficies de deslizamiento para el control de actitud se definen de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} s_\phi &= \dot{e}_\phi + \lambda e_\phi \\ s_\theta &= \dot{e}_\theta + \lambda e_\theta \\ s_\psi &= \dot{e}_\psi + \lambda e_\psi \end{aligned} \quad (4-50)$$

Donde e_ϕ , e_θ y e_ψ representan los errores angulares definidos como:

$$\begin{aligned} e_\phi &= \phi_d - \phi \\ e_\theta &= \theta_d - \theta \\ e_\psi &= \psi_d - \psi \end{aligned} \quad (4-51)$$

Donde ϕ , θ y ψ son los ángulos estimados, y ϕ_d , θ_d y ψ_d las referencias deseadas. Las derivadas temporales del error se expresan como:

$$\begin{aligned} \dot{e}_\phi &= \dot{\phi}_d - \dot{\phi}, & \ddot{e}_\phi &= \ddot{\phi}_d - \ddot{\phi} \\ \dot{e}_\theta &= \dot{\theta}_d - \dot{\theta}, & \ddot{e}_\theta &= \ddot{\theta}_d - \ddot{\theta} \\ \dot{e}_\psi &= \dot{\psi}_d - \dot{\psi}, & \ddot{e}_\psi &= \ddot{\psi}_d - \ddot{\psi} \end{aligned} \quad (4-52)$$

Sustituyendo la ecuación (4-52) en la derivada de la ecuación (4-50), se obtiene:

$$\begin{aligned} \dot{s}_\phi &= (\ddot{\phi}_d - \ddot{\phi}) + \lambda(\dot{\phi}_d - \dot{\phi}) \\ \dot{s}_\theta &= (\ddot{\theta}_d - \ddot{\theta}) + \lambda(\dot{\theta}_d - \dot{\theta}) \\ \dot{s}_\psi &= (\ddot{\psi}_d - \ddot{\psi}) + \lambda(\dot{\psi}_d - \dot{\psi}) \end{aligned} \quad (4-53)$$

Siguiendo la metodología descrita en la sección 4.2.1, para reducir el chattering se adopta la función tangente hiperbólica $\tanh$ en la dinámica de cada superficie de deslizamiento:

$$\begin{aligned} \dot{s}_\phi &= -\eta_\phi s_\phi - k_\phi \tanh\left(\frac{s_\phi}{\varepsilon_\phi}\right) \\ \dot{s}_\theta &= -\eta_\theta s_\theta - k_\theta \tanh\left(\frac{s_\theta}{\varepsilon_\theta}\right) \\ \dot{s}_\psi &= -\eta_\psi s_\psi - k_\psi \tanh\left(\frac{s_\psi}{\varepsilon_\psi}\right) \end{aligned} \quad (4-54)$$

Donde η_i , k_i , $\varepsilon_i > 0$ son constantes de diseño asociadas a cada ángulo $i = \{\phi, \theta, \psi\}$.

Sustituyendo (4-52) y (4-54) en la ecuación general del control (4-10), se obtienen las leyes de control para la actitud.

$$\begin{aligned}
U_2 &= \frac{1}{l} \left(\left(\ddot{\phi}_d - \frac{(I_{yy} - I_{zz})\dot{\psi}\dot{\theta}}{I_{xx}} + \frac{J_r \Omega \dot{\theta}}{I_{xx}} + \lambda(\dot{\phi}_d - \dot{\phi}) + \eta_\phi s_\phi + k_\phi \tanh\left(\frac{s_\phi}{\varepsilon_\phi}\right) \right) I_{xx} \right) \\
U_3 &= \frac{1}{l} \left(\left(\ddot{\theta}_d - \frac{(I_{zz} - I_{xx})\dot{\psi}\dot{\phi}}{I_{yy}} - \frac{J_r \Omega \dot{\phi}}{I_{yy}} + \lambda(\dot{\theta}_d - \dot{\theta}) + \eta_\theta s_\theta + k_\theta \tanh\left(\frac{s_\theta}{\varepsilon_\theta}\right) \right) I_{yy} \right) \\
U_4 &= \left(\ddot{\psi}_d - \frac{(I_{xx} - I_{yy})\dot{\theta}\dot{\phi}}{I_{zz}} + \lambda(\dot{\psi}_d - \dot{\psi}) + \eta_\psi s_\psi + k_\psi \tanh\left(\frac{s_\psi}{\varepsilon_\psi}\right) \right) I_{zz}
\end{aligned} \tag{4-55}$$

Estas expresiones representan las acciones de control correspondientes a los momentos de *Roll*, *Pitch* y *Yaw*, respectivamente. La función *tanh* asegura una transición continua en la señal de control, disminuyendo la conmutación rápida que puede afectar la estabilidad de los actuadores.

En el método STSM, las superficies de deslizamiento se definen según (Jayakrishnan, 2016):

$$\begin{aligned}
\dot{s}_\phi &= -k_{1\phi} |s_\phi|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(s_\phi) - k_{2\phi} \int_0^t \text{sign}(s_\phi(\tau)) d\tau \\
\dot{s}_\theta &= -k_{1\theta} |s_\theta|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(s_\theta) - k_{2\theta} \int_0^t \text{sign}(s_\theta(\tau)) d\tau \\
\dot{s}_\psi &= -k_{1\psi} |s_\psi|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(s_\psi) - k_{2\psi} \int_0^t \text{sign}(s_\psi(\tau)) d\tau
\end{aligned} \tag{4-56}$$

Sustituyendo (4-52) y (4-56) en la ecuación dinámica (4-10), se obtiene la ley de control STSM para la actitud:

$$\begin{aligned}
U_2 &= \frac{1}{l} \left(\left(\ddot{\phi}_d - \frac{(I_{yy} - I_{zz})\dot{\psi}\dot{\theta}}{I_{xx}} + \frac{J_r \Omega \dot{\theta}}{I_{xx}} + k_{1\phi} |s_\phi|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(s_\phi) - k_{2\phi} \int_0^t \text{sign}(s_\phi) d\tau \right) I_{xx} \right) \\
U_3 &= \frac{1}{l} \left(\left(\ddot{\theta}_d - \frac{(I_{zz} - I_{xx})\dot{\psi}\dot{\phi}}{I_{yy}} - \frac{J_r \Omega \dot{\phi}}{I_{yy}} + k_{1\theta} |s_\theta|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(s_\theta) - k_{2\theta} \int_0^t \text{sign}(s_\theta) d\tau \right) I_{yy} \right) \\
U_4 &= \left(\ddot{\psi}_d - \frac{(I_{xx} - I_{yy})\dot{\theta}\dot{\phi}}{I_{zz}} + \lambda(\dot{\psi}_d - \dot{\psi}) + k_{1\psi} |s_\psi|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(s_\psi) - k_{2\psi} \int_0^t \text{sign}(s_\psi) d\tau \right) I_{zz}
\end{aligned} \tag{4-57}$$

Este enfoque elimina por completo la discontinuidad en la señal de control, proporcionando una respuesta más suave y robusta frente a perturbaciones externas y errores de modelado.

4.3 Diseño de control de vuelo con control Backstepping

Tal como se detalló en la sección Control Backstepping 3.7.1, El control Backstepping es una técnica de control no lineal basada en el método de Lyapunov, que permite diseñar leyes de control mediante retroalimentación recursiva para garantizar la estabilidad asintótica del sistema. Esta metodología resulta adecuada para sistemas no lineales y acoplados, como los UAVs multirrotor, al ofrecer controladores robustos con capacidad de seguimiento de trayectorias. En esta subsección se presenta el diseño del controlador Backstepping para la regulación de la altitud y actitud del dron Parrot Mambo.

4.3.1 Control de altitud

El error de seguimiento de altitud se define como la diferencia entre la referencia y la medida real de altitud (Huang & Huang, 2020):

$$e_z = z_d - z \quad (4-58)$$

Donde z_d y z son la altitud deseada y la medida respectivamente. La derivada temporal del error se expresa como:

$$\dot{e}_z = \dot{z}_d - \dot{z} \quad (4-59)$$

Se considera una primera función candidata de Lyapunov y su derivada temporal:

$$V_{z1} = \frac{1}{2} e_z^2 \quad (4-60)$$

$$\dot{V}_{z1} = e_z \dot{e}_z = e_z (\dot{z}_d - \dot{z}) \quad (4-61)$$

A fin de establecer una dinámica deseada para la altitud, se introduce un término de error auxiliar:

$$e_{z1} = -\dot{z} + \dot{z}_d + c_{z1} e_z \quad (4-62)$$

Donde $c_{z1} > 0$ es una constante de realimentación proporcional que combina el error en la velocidad vertical con una dinámica deseada en la trayectoria. Reordenando, se obtiene:

$$\dot{z} = -e_{z1} + \dot{z}_d + c_{z1} e_z \quad (4-63)$$

Sustituyendo (4-63) en (4-61), se tiene:

$$\dot{V}_{z1} = e_z (\dot{z}_d - (-e_{z1} + \dot{z}_d + c_{z1} e_z)) = -c_{z1} e_z^2 + e_z e_{z1} \quad (4-64)$$

A partir de esto, se define una segunda función candidata de Lyapunov extendida, que incorpora el término auxiliar previamente definió:

$$V_z = V_{z1} + \frac{1}{2} e_{z1}^2 \quad (4-65)$$

Derivando la ecuación (4-65) se obtiene:

$$\dot{V}_z = \dot{V}_{z1} + e_{z1} \dot{e}_{z1} \quad (4-66)$$

A partir de la ecuación (4-62), la derivada temporal del error auxiliar se expresa como:

$$\dot{e}_{z1} = -\ddot{z} + \ddot{z}_d + c_{z1} \dot{e}_z \quad (4-67)$$

Sustituyendo las ecuaciones (4-64), (4-67) en (4-66), se obtiene:

$$\dot{V}_z = -c_{z1} e_z^2 + e_z e_{z1} + e_{z1} (-\ddot{z} + \ddot{z}_d + c_{z1} \dot{e}_z) \quad (4-68)$$

Para incorporar la dinámica del sistema, se sustituye la expresión de $\ddot{z}$ obtenida del modelo dinámico general de la ecuación (4-4) De esta forma, se obtiene:

$$\dot{V}_z = -c_{z1} e_z^2 + e_z e_{z1} + e_{z1} \left(g - \frac{U_1}{m} \cos \theta \cos \phi + \ddot{z}_d + c_{z1} \dot{e}_z \right) \quad (4-69)$$

Para garantizar la estabilidad del controlador, es necesario que $\dot{V}_z \leq 0$. Esto se cumple al elegir adecuadamente la entrada de control U_1 de modo que la derivada de Lyapunov sea estrictamente negativa:

$$\dot{V}_z = -c_{z1} e_z^2 - c_{z2} e_{z1}^2 \quad (4-70)$$

Donde $c_{z1}, c_{z2} > 0$ son ganancias de control.

$$U_1 = \frac{m}{\cos \theta \cos \phi} (g + c_{z1} \dot{e}_z + \ddot{z}_d + e_z + c_{z2} e_{z1}) \quad (4-71)$$

Sustituyendo la ecuación (4-71) en (4-69) se obtiene:

$$\dot{V}_z = -c_{z1} e_z^2 - c_{z2} e_{z1}^2 \quad (4-72)$$

Esto demuestra que $\dot{V}_z$ es definida negativa, por lo tanto, la función de Lyapunov es estrictamente decreciente. En consecuencia, el sistema es estable en el sentido de Lyapunov y, bajo estas condiciones, presenta estabilidad asintótica global, lo que implica que el error converge a 0 para cualquier condición inicial.

4.3.2 Control de Actitud

Como se ha mencionado anteriormente, el control de actitud tiene como objetivo regular la orientación del dron tridimensional mediante el ajuste de los ángulos de *Roll*, *Pitch* y *Yaw*.

El error de seguimiento para estos ángulos se define como:

$$\begin{aligned} e_\phi &= \phi_d - \phi \\ e_\theta &= \theta_d - \theta \\ e_\psi &= \psi_d - \psi \end{aligned} \quad (4-73)$$

Donde ϕ_d, θ_d, ψ_d son los ángulos deseados, y ϕ, θ, ψ los ángulos medidos.

Las derivadas temporales de los errores se expresan como:

$$\begin{aligned} \dot{e}_\phi &= \dot{\phi}_d - \dot{\phi} \\ \dot{e}_\theta &= \dot{\theta}_d - \dot{\theta} \\ \dot{e}_\psi &= \dot{\psi}_d - \dot{\psi} \end{aligned} \quad (4-74)$$

A partir de estas expresiones, se plantea una función candidata de Lyapunov para analizar la estabilidad del sistema de actitud y diseñar las leyes de control correspondientes.

$$\begin{aligned} V_{\phi 1} &= \frac{1}{2} e_\phi^2 \\ V_{\theta 1} &= \frac{1}{2} e_\theta^2 \\ V_{\psi 1} &= \frac{1}{2} e_\psi^2 \\ \dot{V}_{\phi 1} &= e_\phi \dot{e}_\phi = e_\phi (\dot{\phi}_d - \dot{\phi}) \\ \dot{V}_{\theta 1} &= e_\theta \dot{e}_\theta = e_\theta (\dot{\theta}_d - \dot{\theta}) \\ \dot{V}_{\psi 1} &= e_\psi \dot{e}_\psi = e_\psi (\dot{\psi}_d - \dot{\psi}) \end{aligned} \quad (4-75)$$

Con el fin de definir una dinámica deseada para cada ángulo, se introducen errores auxiliares de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} e_{\phi 1} &= -\dot{\phi} + \dot{\phi}_d + c_{\phi 1} e_\phi \\ e_{\theta 1} &= -\dot{\theta} + \dot{\theta}_d + c_{\theta 1} e_\theta \\ e_{\psi 1} &= -\dot{\psi} + \dot{\psi}_d + c_{\psi 1} e_\psi \end{aligned} \quad (4-76)$$

Donde $c_{i1} > 0, i = \{\phi, \theta, \psi\}$, son constantes de realimentación proporcional. Este término representa una combinación del error angular con una dinámica deseada en la trayectoria. Reordenando las expresiones se obtiene:

$$\begin{aligned}
\dot{\phi} &= -e_{\phi 1} + \dot{\phi}_d + c_{\phi 1} e_{\phi} \\
\dot{\theta} &= -e_{\theta 1} + \dot{\theta}_d + c_{\theta 1} e_{\theta} \\
\dot{\psi} &= -e_{\psi 1} + \dot{\psi}_d + c_{\psi 1} e_{\psi}
\end{aligned} \tag{4-78}$$

Sustituyendo las ecuaciones (4-78) en (4-76) se obtiene:

$$\begin{aligned}
\dot{V}_{\phi 1} &= e_{\phi} \left(\dot{\phi}_d - (-e_{\phi 1} + \dot{\phi}_d + c_{\phi 1} e_{\phi}) \right) = -c_{\phi 1} e_{\phi}^2 + e_{\phi} e_{\phi 1} \\
\dot{V}_{\theta 1} &= e_{\theta} \left(\dot{\theta}_d - (-e_{\theta 1} + \dot{\theta}_d + c_{\theta 1} e_{\theta}) \right) = -c_{\theta 1} e_{\theta}^2 + e_{\theta} e_{\theta 1} \\
\dot{V}_{\psi 1} &= e_{\psi} \left(\dot{\psi}_d - (-e_{\psi 1} + \dot{\psi}_d + c_{\psi 1} e_{\psi}) \right) = -c_{\psi 1} e_{\psi}^2 + e_{\psi} e_{\psi 1}
\end{aligned} \tag{4-79}$$

Se define una segunda función candidata de Lyapunov extendida, que incorpora el termino auxiliar definido previamente en (4-77):

$$\begin{aligned}
V_{\phi} &= V_{\phi 1} + \frac{1}{2} e_{\phi 1}^2 \\
V_{\theta} &= V_{\theta 1} + \frac{1}{2} e_{\theta 1}^2 \\
V_{\psi} &= V_{\psi 1} + \frac{1}{2} e_{\psi 1}^2
\end{aligned} \tag{4-80}$$

Derivando la ecuación anterior se obtiene:

$$\begin{aligned}
\dot{V}_{\phi} &= \dot{V}_{\phi 1} + e_{\phi 1} \dot{e}_{\phi 1} \\
\dot{V}_{\theta} &= \dot{V}_{\theta 1} + e_{\theta 1} \dot{e}_{\theta 1} \\
\dot{V}_{\psi} &= \dot{V}_{\psi 1} + e_{\psi 1} \dot{e}_{\psi 1}
\end{aligned} \tag{4-81}$$

La derivada temporal del error auxiliar, según la ecuación (4-77), se expresa como:

$$\begin{aligned}
\dot{e}_{\phi 1} &= -\ddot{\phi} + \ddot{\phi}_d + c_{\phi 1} \dot{e}_{\phi} \\
\dot{e}_{\theta 1} &= -\ddot{\theta} + \ddot{\theta}_d + c_{\theta 1} \dot{e}_{\theta} \\
\dot{e}_{\psi 1} &= -\ddot{\psi} + \ddot{\psi}_d + c_{\psi 1} \dot{e}_{\psi}
\end{aligned} \tag{4-82}$$

Sustituyendo (4-79) y (4-82) en (4-81), se obtiene:

$$\begin{aligned}
\dot{V}_{\phi} &= -c_{\phi 1} e_{\phi}^2 + e_{\phi} e_{\phi 1} + e_{\phi 1} (-\ddot{\phi} + \ddot{\phi}_d + c_{\phi 1} \dot{e}_{\phi}) \\
\dot{V}_{\theta} &= -c_{\theta 1} e_{\theta}^2 + e_{\theta} e_{\theta 1} + e_{\theta 1} (-\ddot{\theta} + \ddot{\theta}_d + c_{\theta 1} \dot{e}_{\theta}) \\
\dot{V}_{\psi} &= -c_{\psi 1} e_{\psi}^2 + e_{\psi} e_{\psi 1} + e_{\psi 1} (-\ddot{\psi} + \ddot{\psi}_d + c_{\psi 1} \dot{e}_{\psi})
\end{aligned} \tag{4-83}$$

Para incorporar la dinámica del sistema, se sustituye las expresiones de $\ddot{\phi}$, $\ddot{\theta}$ y $\ddot{\psi}$ obtenidas del modelo dinámico general de la ecuación (4-4), resultando.

$$\begin{aligned}
& \dots \tag{4-84}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\dot{V}_\theta &= -c_{\theta 1}e_\theta^2 + e_\theta e_{\theta 1} + e_{\theta 1} \left(-\frac{I_{zz} - I_{xx}}{I_{yy}} \dot{\phi} \dot{\psi} + \frac{J_{TP}}{I_{yy}} \dot{\phi} \Omega - \frac{lU_3}{I_{yy}} + c_{\theta 1} \dot{e}_\theta + \ddot{\theta}_d \right) \\ \dot{V}_\psi &= -c_{\psi 1}e_\psi^2 + e_\psi e_{\psi 1} + e_{\psi 1} \left(-\frac{I_{xx} - I_{yy}}{I_{zz}} \dot{\phi} \dot{\theta} - \frac{lU_4}{I_{zz}} + c_{\psi 1} \dot{e}_\psi + \ddot{\psi}_d \right)\end{aligned}$$

En la metodología Backstepping, el siguiente paso consiste en definir los controles U_i , con $i = 2, 3, 4$, de esta manera que se eliminen las dinámicas no deseadas y se asegure la estabilidad del sistema. Así, se propone las siguientes leyes de control:

$$\begin{aligned}U_2 &= \frac{I_{xx}}{I} \left(-\frac{(I_{yy} - I_{zz})\dot{\theta}\dot{\psi}}{I_{xx}} + \frac{J_{TP}\dot{\theta}\Omega}{I_{xx}} + c_{\phi 1}\dot{e}_\phi + \ddot{\phi}_d + e_\phi + c_{\phi 2}e_{\phi 1} \right) \\ U_3 &= \frac{I_{yy}}{I} \left(-\frac{(I_{zz} - I_{xx})\dot{\phi}\dot{\psi}}{I_{yy}} + \frac{J_{TP}\dot{\phi}\Omega}{I_{yy}} + c_{\theta 1}\dot{e}_\theta + \ddot{\theta}_d + e_\theta + c_{\theta 2}e_{\theta 1} \right) \\ U_4 &= \frac{I_{zz}}{I} \left(-\frac{(I_{xx} - I_{yy})\dot{\phi}\dot{\theta}}{I_{zz}} + c_{\psi 1}\dot{e}_\psi + \ddot{\psi}_d + e_\psi + c_{\psi 2}e_{\psi 1} \right)\end{aligned} \quad (4-85)$$

Donde $c_{i1}, c_{i2} > 0, i = \phi, \theta, \psi$ son ganancias de control. Estas ganancias se ajustan de manera que la derivada de Lyapunov sea negativa definida, garantizando la estabilidad asintótica del sistema de actitud según el criterio de Lyapunov.

Sustituyendo las leyes de control U_2, U_3 y U_4 definidas en la ecuación (4-85) dentro de las expresiones dinámicas de la ecuación (4-84), se obtiene la siguiente derivada de la función de Lyapunov extendida:

$$\begin{aligned}\dot{V}_\phi &= -c_{\phi 1}e_\phi^2 - c_{\phi 2}e_{\phi 1}^2 \\ \dot{V}_\theta &= -c_{\theta 1}e_\theta^2 - c_{\theta 2}e_{\theta 1}^2 \\ \dot{V}_\psi &= -c_{\psi 1}e_\psi^2 - c_{\psi 2}e_{\psi 1}^2\end{aligned} \quad (4-86)$$

Esta condición demuestra que $\dot{V}_\phi, \dot{V}_\theta$ y $\dot{V}_\psi$ es definida negativa, lo que implica que la función de Lyapunov es decreciente en tiempo. En consecuencia, los errores tienden asintóticamente a cero, garantizando la estabilidad asintótica global del sistema.

Capítulo 5

5 Resultados en simulación y experimentales

En este capítulo se presentan los resultados obtenidos a partir de las simulaciones y de las pruebas experimentales realizadas en el entorno Matlab/Simulink y con el UAV Parrot Mambo FPV, respectivamente. El propósito es evaluar el desempeño de los controladores diseñados en el capítulo anterior.

El análisis se centra en determinar la efectividad de las estrategias de control Backstepping y SMC empleando las funciones *signo*, tangente hiperbólica *tanh* y el algoritmo Super Twisting STSM, en tareas de regulación y seguimiento de trayectoria bajo diferentes escenarios de operación. Asimismo, se incorpora el controlador PID predeterminado por la librería de Matlab/Simulink para drones de la firma Parrot, con el fin de establecer un punto de referencia comparativo.

La evaluación se organiza en dos etapas: 1. Simulaciones numéricas para analizar el comportamiento dinámico del sistema, y 2. Validación experimental, cuyo propósito es verificar el desempeño de las estrategias de control en un entorno físico controlado.

5.1 Entorno de simulación y modelo dinámico en Matlab/Simulink

Para realizar las simulaciones y, posteriormente, implementar los controladores en el UAV Parrot Mambo, se utiliza la librería *Simulink Support Package for Parrot Minidrones*, disponible en el sitio web de *MathWorks*. El procedimiento de instalación, configuración, carga de código y obtención de datos se detalla ampliamente en el Apéndice A.

La simulación se inicia mediante el comando `parrotMinidroneWaypointFollowerStart` en la ventana de comandos de MATLAB. Este comando abre automáticamente el modelo de simulación junto con los parámetros físicos necesarios para el funcionamiento del sistema, tales como la masa, las constantes aerodinámicas, la matriz de inercia y los valores de

calibración. Este proyecto base funciona como punto de partida tanto para la simulación como para la implementación en el hardware real.

La Figura 5.1 muestra el modelo de simulación del UAV Mambo. El cual se estructura en cuatro subsistemas principales que se describen en las secciones siguientes.

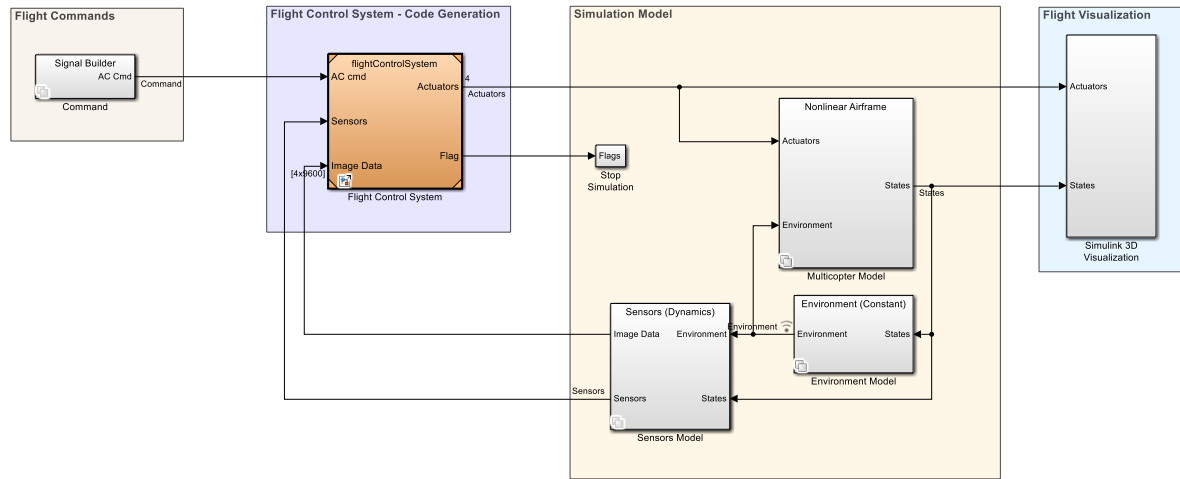


Figura 5.1 Modelo de simulación del UAV Parrot Mambo en Simulink.

5.1.1 Comandos de vuelo

El subsistema *Flight Commands* contiene la lógica encargada de generar las referencias de vuelo que se envían al controlador del UAV. Este subsistema, denominado *Aircraft Command* (AC Cmd), define de manera programada las trayectorias y condiciones de vuelo que el sistema debe seguir durante la simulación.

La Figura 5.2 muestra la estructura interna del bloque *Flight Commands*. Su componente principal es el submódulo *Position/Attitude Reference*, el cual genera los perfiles de referencia para las variables x , y , z , Yaw , $Pitch$ y $Roll$. Estas señales representan las posiciones deseadas y los ángulos de orientación que el UAV debe alcanzar en cada instante del vuelo.

Es importante señalar que la altitud se expresa con signo negativo, siguiendo la convención NED (North-East-Down) adoptada por el Parrot Mambo. Bajo esta convención, los desplazamientos hacia abajo se consideran positivos en el eje z .

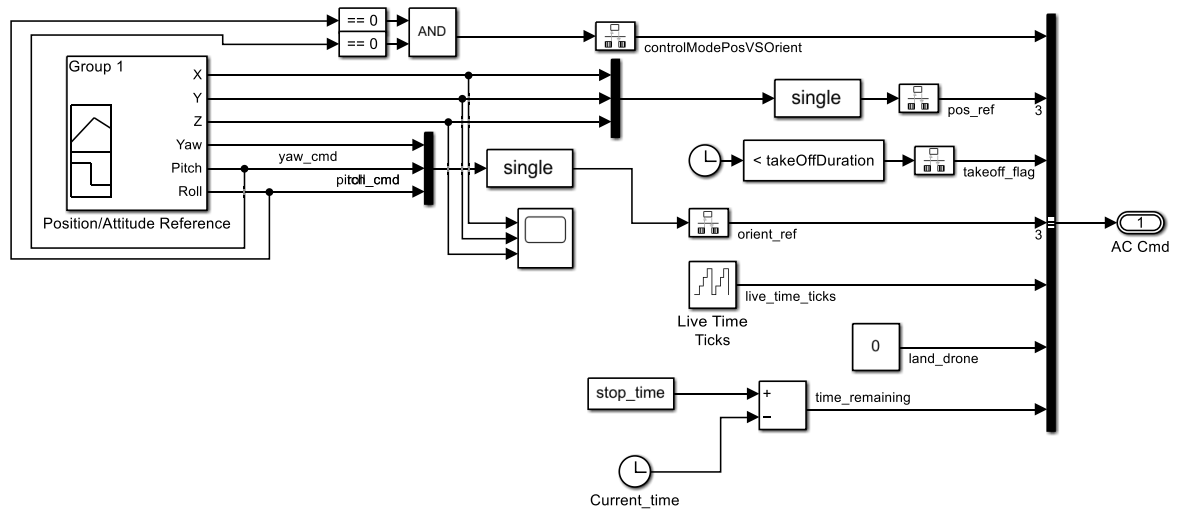


Figura 5.2 Contenido del bloque *Flight Commands*.

5.1.2 Sistema de control de vuelo

El bloque *Flight Control System* integra los algoritmos encargados de estimar los estados del UAV, planificar su trayectoria y generar las señales de control que activan los motores. Su estructura modular separa las tareas de estimación, planificación y control de actitud/posición, lo que facilita tanto la simulación como la implementación directa en el Parrot Mambo mediante generación automática de código.

En la Figura 5.3 se presenta la composición general del sistema de control de vuelo. A continuación, se describen de manera sintetizada los subsistemas que lo conforman:

- *Control de posición o orientación.*

Este bloque define el parámetro *controlModePosVSOrient*, el cual actúa como selector entre los modos de control. Cuando su salida es '1', se activa el control de posición y orientación (x, y, z , *Yaw*); cuando es '0', solo controlan las variables angulares (*Pitch*, *Roll*, *Yaw*). Esta lógica evita transiciones abruptas entre los lazos de posición y actitud y asegura una respuesta adecuada según la fase de vuelo.

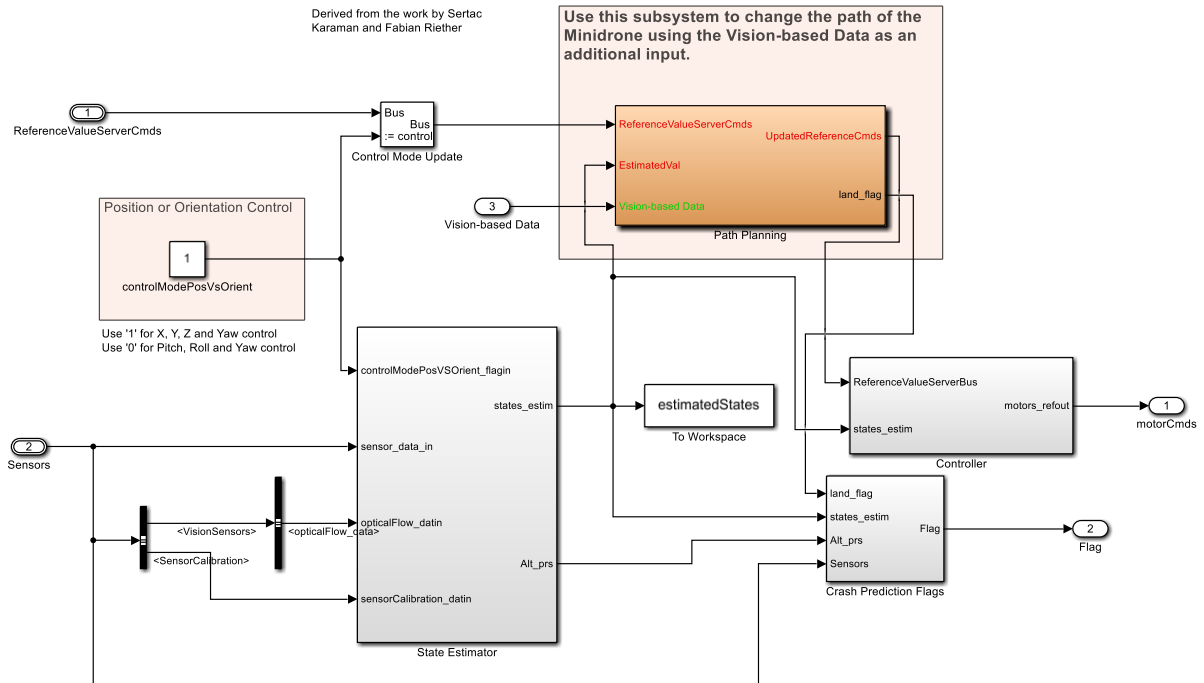


Figura 5.3 Estructura del Sistema de control de vuelo.

- *Estimador de estados.*

El bloque *State Estimator* implementa un estimador de estados encargado de reconstruir variables no medibles directamente, como velocidades lineales, ángulos de actitud y altitud filtrada (Figura 5.4). Recibe señales de sensores simulados (acelerómetros, giróscopos, barómetro y sensor de flujo óptico) y aplica rutinas de calibración, filtrado y fusión sensorial.

La estimación se realiza mediante filtros Kalman, combinando información inercial y visual para obtener una reconstrucción confiable del estado del UAV. Los resultados se agrupan en la estructura *states_estim*, utilizada posteriormente por el controlador.

- *Planificación de trayectorias.*

Como se observa en la Figura 5.5, este subsistema conforma la capa de planificación de trayectoria. Utiliza las referencias de vuelo (*ReferenceValueServerCmds*) junto con las estimaciones del *State Estimator* (*EstimatedVal*) y los datos visuales (*Vision-based Data*) para actualizar la trayectoria deseada en tiempo real.

Su objetivo es ajustar dinámicamente la ruta del UAV en función de su posición actual o información captada por sensores de visión. Además, genera la señal *land_flag*, que indica el inicio de la maniobra de aterrizaje cuando se cumple la condición programada.

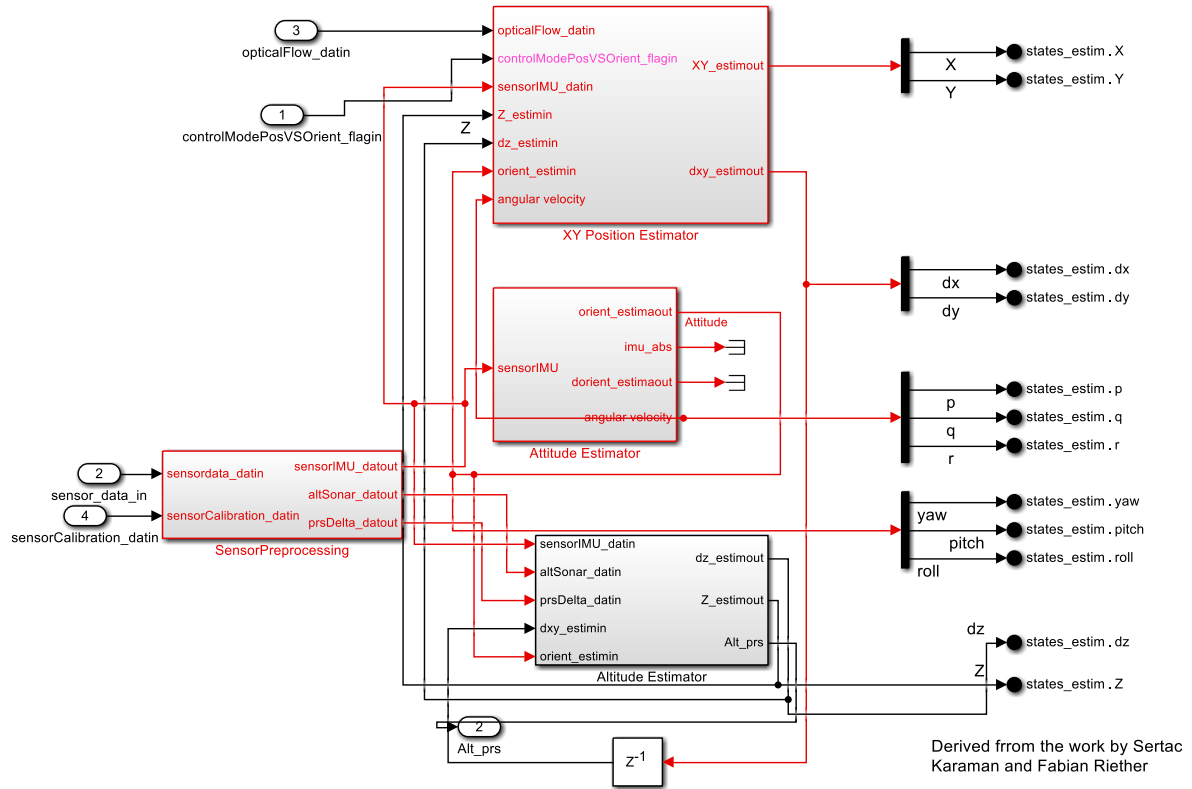


Figura 5.4 Estimador estados del UAV Parrot Mambo.

(Figura 5.8), garantizando estabilidad y precisión ante perturbaciones o cambios en las referencias.

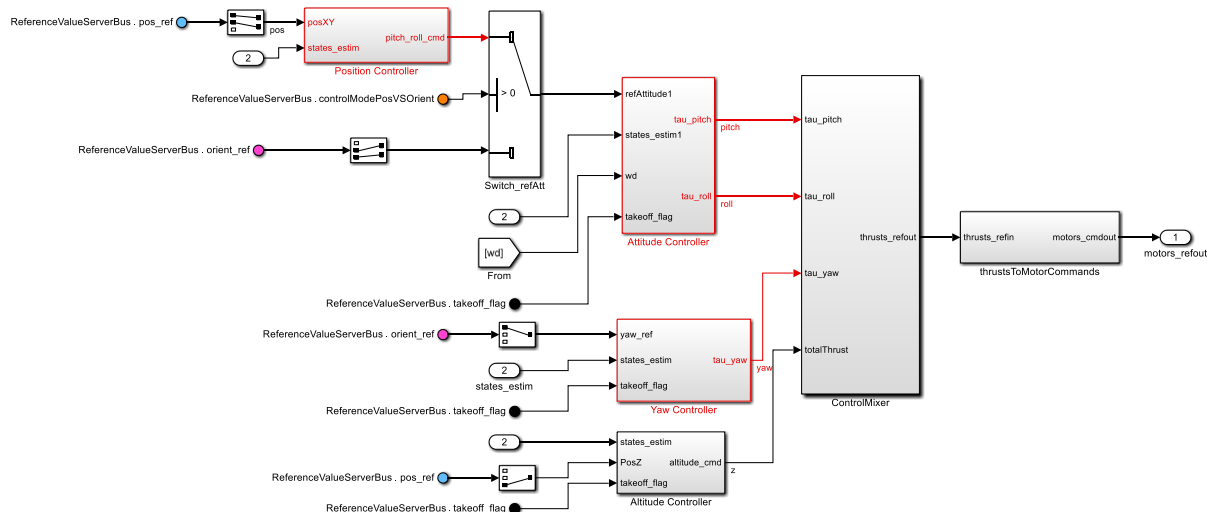


Figura 5.6 Controladores de vuelo del UAV Parrot Mambo.

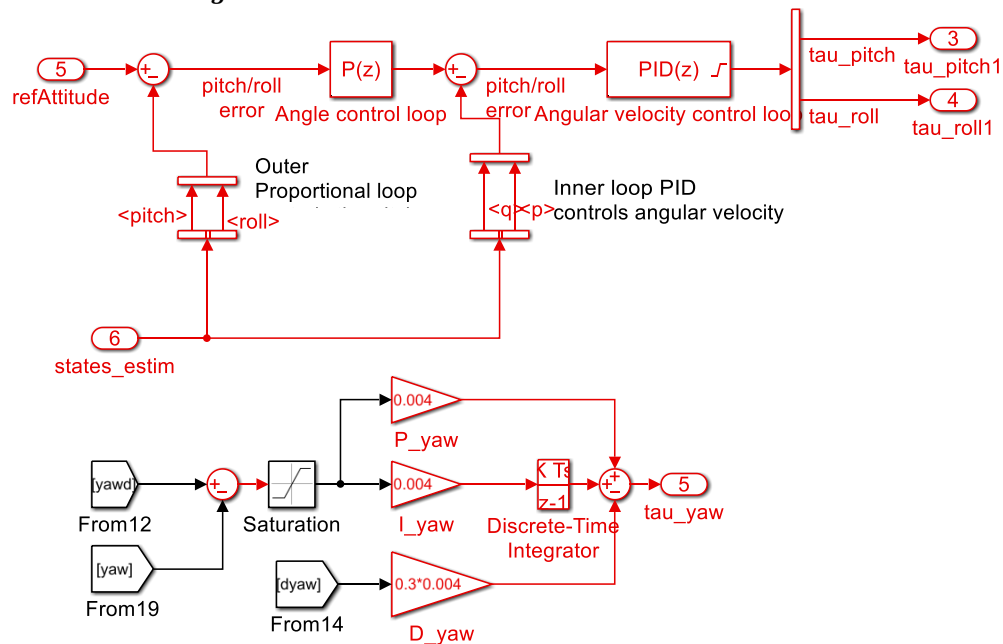


Figura 5.7 Control de actitud del UAV Parrot Mambo.

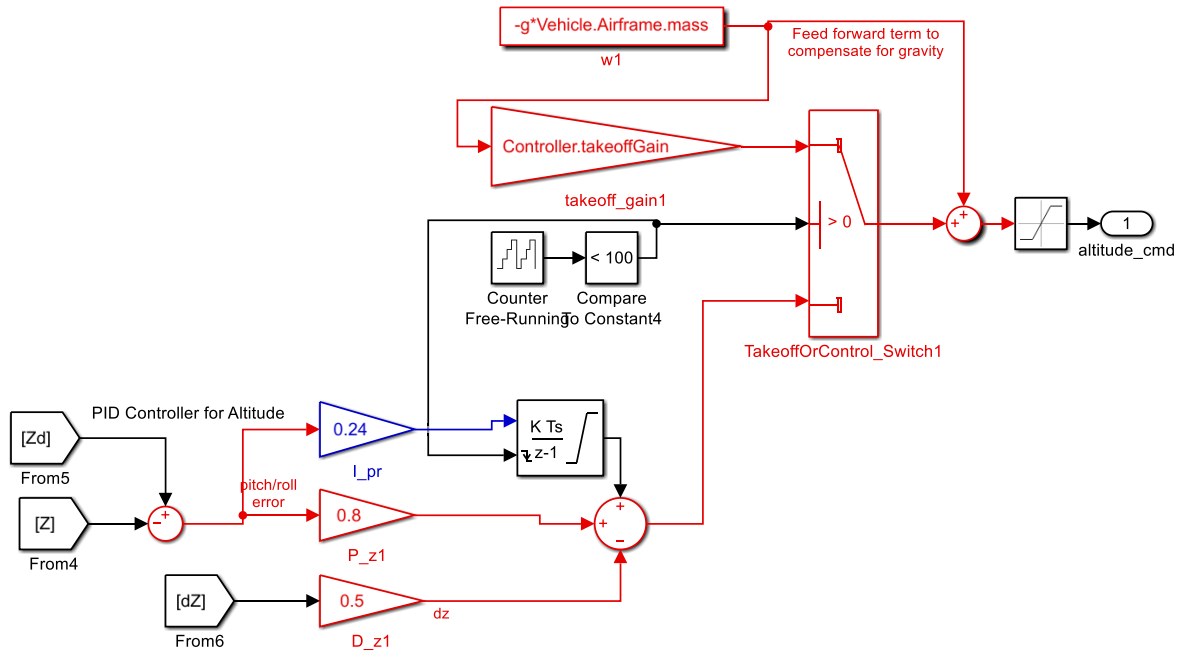


Figura 5.8 Control de altitud del UAV Parrot Mambo.

5.1.3 Modelo de simulación.

El bloque *Simulation Model* reproduce el comportamiento dinámico del UAV Parrot Mambo dentro del entorno MATLAB/Simulink, con el propósito de emular de forma realista las respuestas físicas del vehículo ante las acciones de control. Este modelo permite validar los algoritmos de vuelo antes de su implementación en el hardware real.

El modelo incluye la representación no lineal del cuerpo del UAV (*airframe*), el modelo de sensores y un entorno físico simulado. Estos elementos interactúan mediante lazos de retroalimentación para generar un comportamiento consistente con la operación real del cuadricóptero.

- Modelo del multicoptero no lineal

Este bloque modela la dinámica del UAV Parrot Mambo mediante un sistema no lineal de seis grados de libertad (6-DOF). La Figura 5.9 muestra la estructura interna del subsistema, compuesto por *AC model*, 6DOF (*Quaternion*) y *Bus setup*.

El bloque *AC model* calcula las fuerzas y momentos aplicados sobre el centro de gravedad del UAV a partir de los actuadores y efectos aerodinámicos. Posteriormente, el bloque 6DOF

integra las ecuaciones del movimiento utilizando una representación en cuaterniones, lo que evita singularidades y mejora la estabilidad numérica.

Las variables de estado resultantes: posición, velocidad, orientación, velocidades angulares y aceleraciones lineales, se organizan en la estructura *States* mediante *Bus setup*, la cual alimenta tanto el modelo de sensores como el controlador. En conjunto, este bloque ofrece una reproducción precisa del comportamiento físico del UAV, permitiendo evaluar el desempeño del sistema de control bajo diferentes condiciones.

- *Ambiente*

El bloque *Environment* define las condiciones físicas bajo las cuales opera el UAV durante la simulación. Como se muestra en la Figura 5.10, está compuesto por *Gravity*, *AtmosphereBus* y *Magnetic Field*, cuyas salidas confirman el bus *Environment* utilizado por el modelo del UAV y los sensores.

El bloque *Gravity* establece el vector gravitacional en el marco NED como $[0 \ 0 \ g]$ con $g = 9.81 \text{ m/s}^2$. *AtmosphereBus* agrupa los parámetros atmosféricos asumidos constantes: temperatura del aire ($288 \text{ K} \approx 15 \text{ }^\circ\text{C}$), velocidad del sonido (340 m/s), presión atmosférica (101.3 kPa) y densidad del aire (1.225 kg/m^3), representando condiciones estándar a nivel del mar. Finalmente, el bloque *Magnetic Field* define un campo magnético nulo para simplificar el modelo, aunque puede modificarse en simulaciones avanzadas.

En conjunto, este bloque proporciona un entorno físico coherente y controlado, esencial para una simulación realista del UAV.

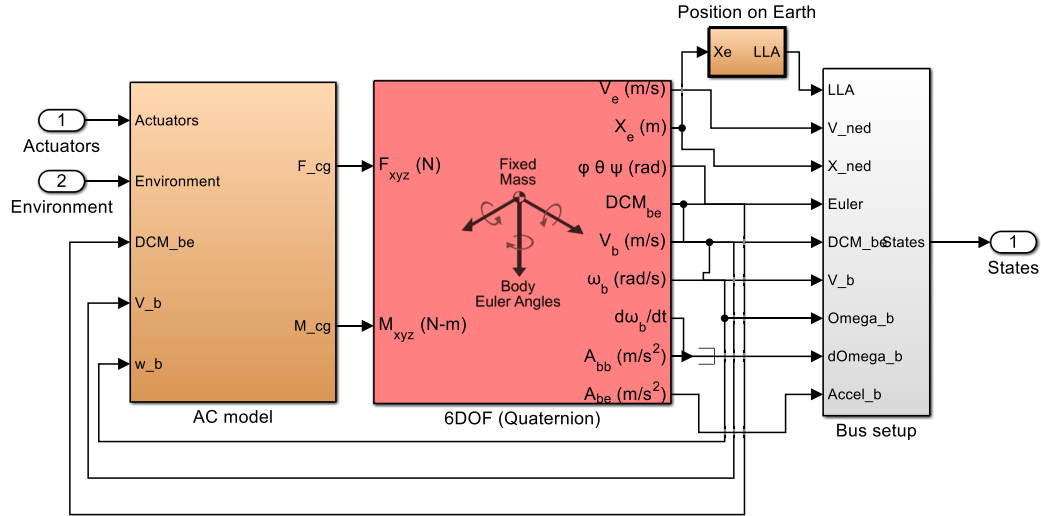


Figura 5.9 Diagrama interno del bloque Nonlinear Airframe, que representa el modelo dinámico no lineal del UAV Parrot Mambo en Simulink.

- *Sensores*

El bloque *Sensors* simula las mediciones de los sensores embarcados en el UAV, generando señales equivalentes a las obtenidas durante un vuelo real. A partir de las variables de estado del modelo dinámico y de las condiciones del entorno, este módulo produce lecturas de aceleración, velocidad angular y altitud, utilizadas por el estimador de estados y el sistema de control.

Como se observa en la Figura 5.11, su núcleo es la Unidad de Medición Inercial (IMU) triaxial, que calcula las aceleraciones lineales y las velocidades angulares en el marco del cuerpo a partir del modelo no lineal. Estas señales se combinan con la gravedad y la posición del centro de masa para obtener mediciones simuladas, las cuales se convierten a formato *single* y se organizan en un bus estructurado.

El subsistema también incluye los modelos del altímetro barométrico y del sensor ultrasónico, que estiman la altitud mediante presión atmosférica y distancia al suelo. Todas las mediciones se integran en *HAL_acquisition_creator*, que genera la estructura *sensordata_datout*, equivalente a los datos adquiridos por el hardware real.

Este bloque permite reproducir con alta fidelidad el comportamiento sensorial del UAV, garantizando coherencia entre la simulación y las pruebas experimentales.

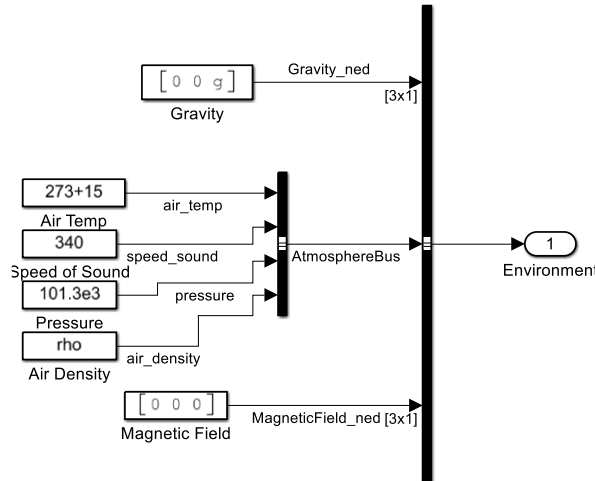


Figura 5.10 Bloque Environment que define las condiciones físicas del entorno en el modelo de Simulink.

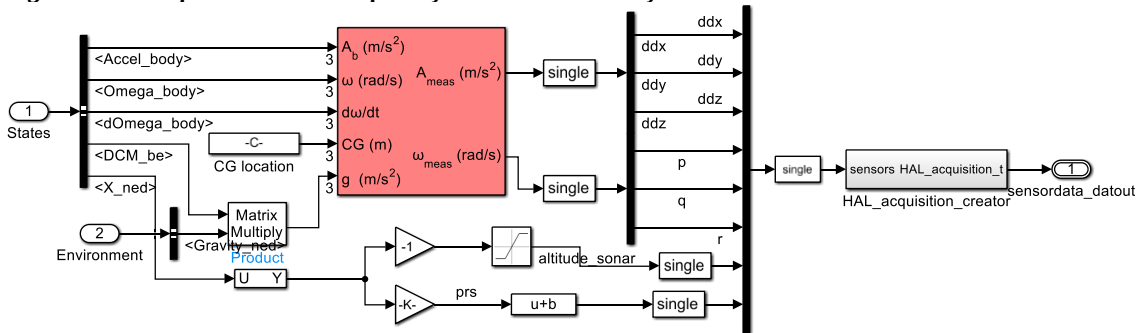


Figura 5.11 Bloque Sensors que modela las mediciones inerciales y de altitud del UAV Parrot Mambo en Simulink.

5.1.4 Visualización.

El último subsistema corresponde al bloque *Flight Visualization*, cuyo propósito es representar de manera visual y en tiempo real el comportamiento del UAV durante la simulación. En la Figura 5.12 muestra la sección encargada del monitoreo de telemetría, donde se procesan las señales provenientes de los estados dinámicos y de los actuadores para calcular y desplegar variables relevantes como la altitud, orientación (ángulos de Euler), velocidad lineal y rumbo.

Estas señales se convierten a las unidades de medida correspondientes y se presentan en indicadores visuales que permiten evaluar el desempeño del sistema de control en tiempo real. El bloque también incorpora un sistema de detección de contacto con el suelo, útil para identificar el momento de aterrizaje.

La Figura 5.13 muestra el componente de visualización 3D, implementado mediante *Simulink 3D Animation*. En esta sección, los subbloques *Euler to VR* y *Axes to VR Axes* transforman las variables de posición y orientación en coordenadas compatibles con el entorno gráfico, permitiendo que el modelo 3D del UAV reproduzca con precisión las rotaciones del cuerpo y de las hélices.

Asimismo, el bloque ofrece dos configuraciones de cámara que proporcionan distintas perspectivas del vuelo, facilitando un análisis más completo. En conjunto, el bloque *Flight Visualization* integra el monitoreo cuantitativo y la representación gráfica, ofreciendo una herramienta integral para analizar simultáneamente el comportamiento dinámico y visual del UAV durante la simulación.

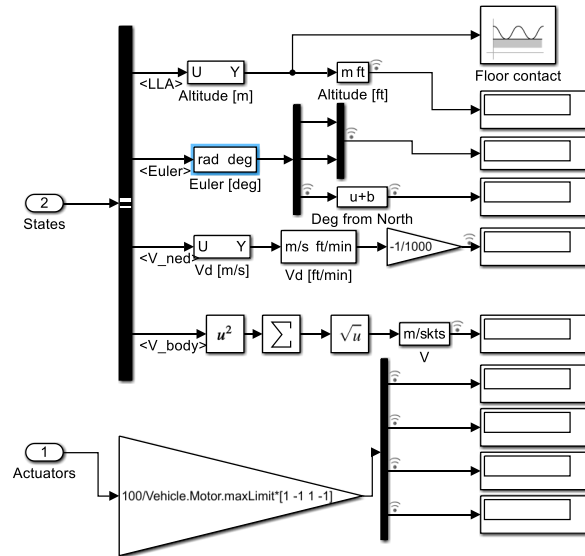


Figura 5.12 Bloque de monitoreo de telemetría en el subsistema *Flight Visualization*.

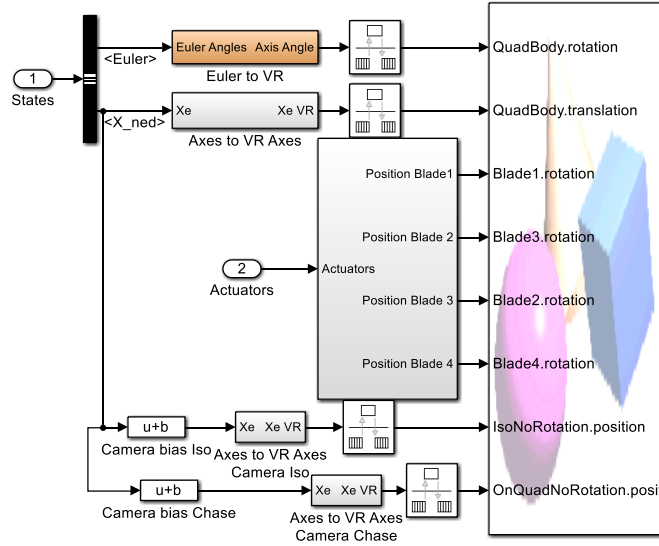


Figura 5.13 Bloque de visualización 3D del UAV Parrot Mambo en Simulink 3D Animation.

5.2 Evaluación en simulación de los controladores

Las simulaciones se desarrollaron considerando cuatro escenarios de prueba. Los tres primeros se enfocan exclusivamente en el control de altitud, mientras que el cuarto incorpora el control de actitud, con el fin de evaluar el comportamiento completo del UAV en el espacio tridimensional bajo distintas trayectorias.

1. Seguimiento de una referencia fija: permite evaluar la estabilidad del sistema ante una referencia constante.
2. Seguimiento de una referencia variable: analiza la capacidad de respuesta dinámica del controlador.
3. Perturbaciones externas: evalúa la robustez del sistema frente a alteraciones inesperadas.
4. Seguimiento de trayectorias: orientado al control simultáneo de altitud y actitud, con el objetivo de evaluar el desempeño integral del UAV Parrot Mambo FPV en condiciones realistas de vuelo.

Cada escenario se evaluó utilizando las métricas estadísticas descritas en la sección 3.8, empleadas para cuantificar el desempeño de los controladores.

Después de ejecutar el comando `parrotMinidroneWaypointFollowerStart` en Matlab, la trayectoria deseada debe modificarse en el bloque `parrotMinidroneWaypointFollower > FlightControlSystem > FlightControlSystem > PathPlanning > Waypointfollower > W`, conforme a cada escenario de simulación. La Figura 5.14 se presenta el diagrama de planificación de la trayectoria del UAV, donde el parámetro `W` define los puntos de referencia que el UAV sigue durante el vuelo.

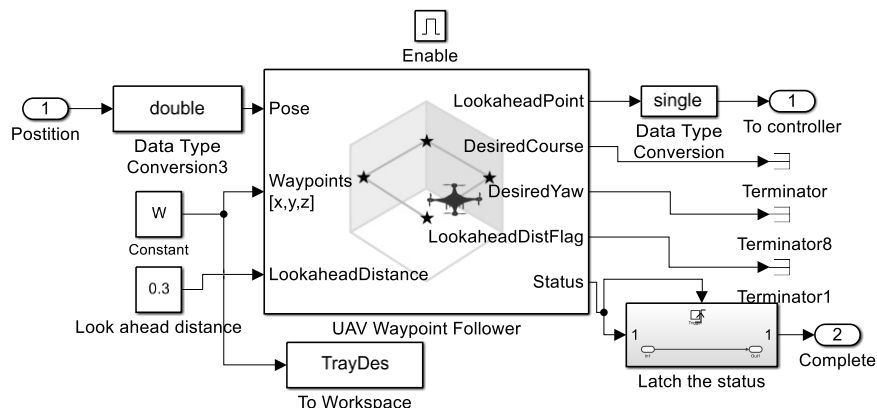


Figura 5.14 Planificación de trayectoria del UAV Parrot Mambo en Simulink.

Para iniciar la simulación, se debe dar clic en el icono Run, mostrado en la Figura 5.15. Al hacerlo, la simulación comienza y se despliega automáticamente la ventana de visualización 3D, como se observa en la Figura 5.16.

Durante la ejecución, las señales de interés pueden monitorearse mediante los bloques Scope de Simulink. Una vez concluida la simulación, los valores finales de las variables pueden consultarse a través del estimador de estados, cuya estructura se presenta en la Figura 5.4.

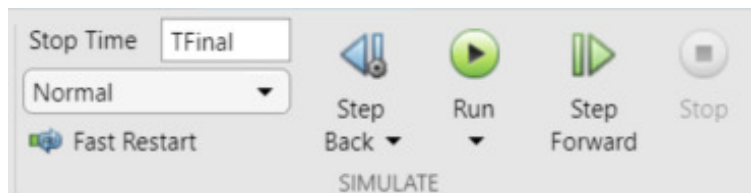


Figura 5.15 Menú de configuración de la duración de la simulación.



Figura 5.16 Ventana de simulación 3D del UAV Parrot Mambo.

Para la simulación y experimentación de los controladores se utilizan los valores de ganancias de los controladores que se muestran en las Tablas Tabla 5-1 - Tabla 5-4.

Tabla 5-1 Ganancias de los controladores para la altitud z .

Parámetro	Backstepping	SMC- $\tanh$	SMC- sign	STSM
c_{z1}	3	-	-	-
c_{z2}	6	-	-	-
λ_z	-	1.5	3.5	4
η_z	-	2	-	-
k_z	-	7.5	5	-
ε_z	-	0.4	-	-
k_{1z}	-	-	-	2.5
k_{2z}	-	-	-	4

Tabla 5-2 Ganancias de los controladores para Roll ϕ .

Parámetro	Backstepping	SMC- $\tanh$	STSM
$c_{\phi 1}$	7	-	-
$c_{\phi 2}$	35	-	-
λ_{ϕ}	-	3.5	20
η_{ϕ}	-	2.5	-
k_{ϕ}	-	8.5	-

ε_ϕ	-	0.4	-
$k_{1\phi}$	-	-	0.5
$k_{2\phi}$	-	-	20

Tabla 5-3 Ganancias de los controladores para Pitch θ .

Parámetro	Backstepping	SMC- $\tanh$	STSM
$c_{\theta 1}$	2.8	-	-
$c_{\theta 2}$	40	-	-
λ_θ	-	3.1	70
η_θ	-	6.6	-
k_θ	-	9.5	-
ε_θ	-	0.55	-
$k_{1\theta}$	-	-	4.6
$k_{2\theta}$	-	-	0.008

Tabla 5-4 Ganancias de los controladores para Yaw ψ .

Parámetro	Backstepping	SMC- $\tanh$	STSM
$c_{\psi 1}$	9	-	-
$c_{\psi 2}$	14	-	-
λ_ψ	-	3.5	15
η_ψ	-	2	-
k_ψ	-	3	-
ε_ψ	-	0.4	-
$k_{1\psi}$	-	-	1.5
$k_{2\psi}$	-	-	5.3

5.2.1 Escenario 1: Seguimiento de referencia fija en altitud

El primer escenario evalúa el desempeño de los controladores ante una referencia fija de altitud, con el objetivo de analizar su capacidad de estabilización y la rapidez con la que alcanzar y mantiene la altura deseada. El sistema parte desde el reposo y se establece una referencia de 1.2 m.

La Figura 5.17 muestra que los controladores STSM, Backstepping y SMC- $\tanh$ alcanzan la referencia en un tiempo menor. Por su parte, la Figura 5.18 evidencia que el PID, SMC- sign y SMC- $\tanh$ presentan una convergencia del error más lenta en comparación el STSM y

Backstepping. La Figura 5.19 se presenta la señal de control U_1 , El SMC-*sign* exhibe *chattering* notable, mientras que este efecto disminuye significativamente al emplear SMC-*tanh*. El controlador STSM atenúa aún más el *chattering*, lo que refuerza su carácter robusto y su capacidad para reducir el esfuerzo mecánico del UAV.

Adicionalmente, se realizó una evaluación cuantitativa del desempeño dinámico mediante los indicadores principales: tiempo de subida T_r , tiempo pico T_p , tiempo de establecimiento T_s y sobreimpulso M_p . Los resultados, presentados en la Tabla 5-5, muestran diferencias significativas en la velocidad y estabilidad de las respuestas. El control PID obtuvo el desempeño más lento, con $T_r = 0.785$ s, $T_s = 5.305$ s y $M_p = 4.44$ %, reflejando una respuesta oscilatoria. El SMC-*sign* mantuvo el mismo T_r , pero redujo el T_s a 1.66 s y el M_p a 0.54 %. Los controladores SMC-*tanh* y STSM mostraron un desempeño superior: SMC-*tanh* alcanzó un $T_r = 0.395$ s y un $T_s = 0.97$ s, mientras que el STSM presentó los mejores resultados entre los esquemas SMC, con $T_r = 0.385$ s, $T_s = 0.775$ s y $M_p = 0.22$ %.

Por su parte, el controlador Backstepping presentó los índices más favorables, con $T_r = 0.38$ s, $T_s = 0.71$ s y $M_p = 0.23$ %. En conjunto, los resultados indican que el STSM y Backstepping ofrecen el mejor equilibrio entre rapidez, estabilidad y precisión, superando al PID tradicional.

Por otra parte, la Tabla 5-6 compara las métricas de error bajo este escenario. Los controladores Backstepping, SMC-*tanh* y STSM obtuvieron los valores más bajos en todas las métricas, con un $MSE \approx 4.18 \times 10^{-2}$, $RMSE \approx 0.204$ e $ISE \approx 0.415$, lo que evidencia un seguimiento preciso y estable. En contraste, SMC-*sign* y PID registraron errores significativamente mayores, con $MSE = 5.25 \times 10^{-2}$ y 6.02×10^{-2} , así como valores de ISE superiores a 0.52.

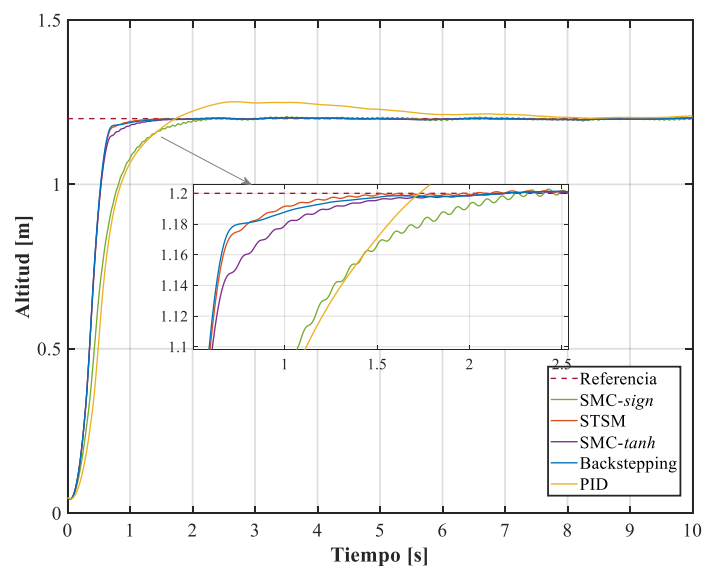


Figura 5.17 Seguimiento de altitud del UAV Parrot Mambo con referencia 1.2m.

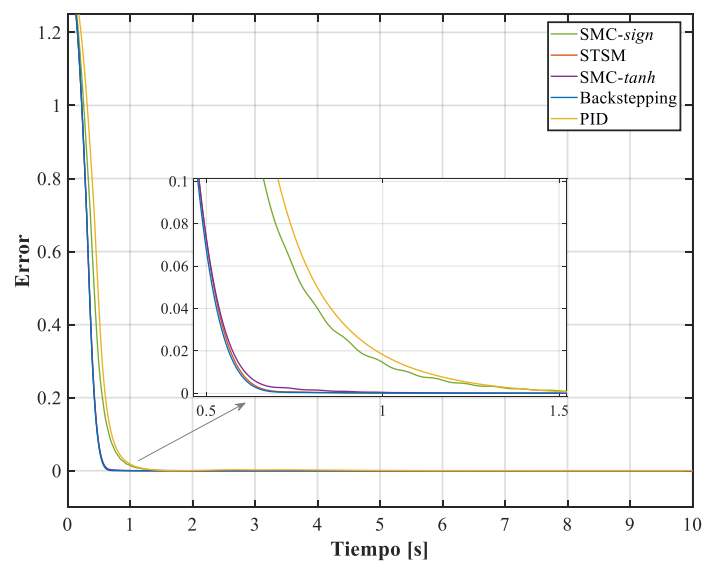


Figura 5.18 Error cuadrático con referencia fija.

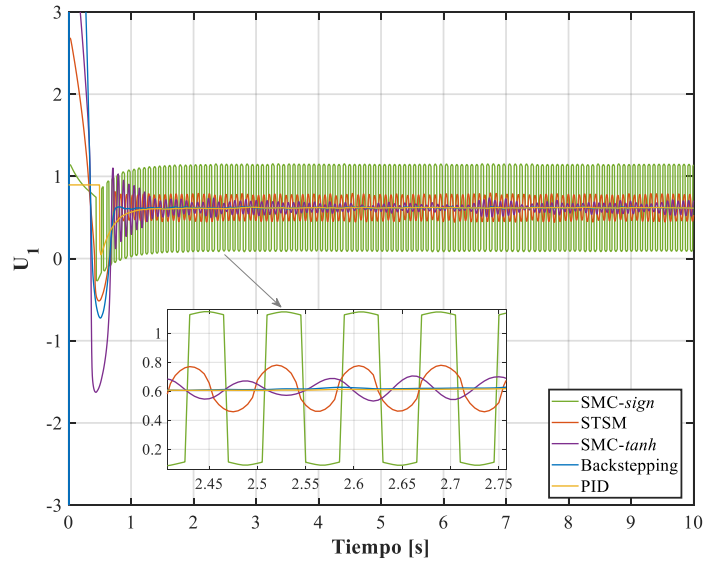


Figura 5.19 Señal de control U_1 .

Tabla 5-5 Comparación de métricas dinámicas en la regulación de altitud 1.2 m.

Controlador	T_r (s)	T_p (s)	T_s (s)	M_p (%)
PID	0.785	2.685	5.305	4.4436
SMC-sign	0.785	3.505	1.66	0.53958
SMC-tanh	0.395	3.5	0.97	0.20803
STSM	0.385	3.545	0.775	0.22838
Backstepping	0.380	3.55	0.71	0.22601

Tabla 5-6 Métricas de desempeño de los controladores con referencia fija.

	Backstepping	SMC-tanh	STSM	SMC-sign	PID
MSE	4.1770e-2	4.1919e-2	4.1924e-2	5.2531e-2	6.0162e-2
RMSE	2.0437e-1	2.0474e-1	2.0475e-1	2.2919e-1	2.4528e-1
ISE	4.1458e-1	4.1607e-1	4.1612e-1	5.2224e-1	5.9859e-1

5.2.2 Escenario 2: Seguimiento de referencia variable en altitud.

En el segundo escenario, la referencia de altitud inicia en 1.2 m, desciende a 0.7 m a los 4 s y cambia nuevamente a 1.0 m a los 8 s. Este perfil, mostrado en la Figura 5.20, evidencia que los controladores STSM, Backstepping y SMC-tanh responden con mayor rapidez ante los cambios de referencia.

La Figura 5.21 confirma este comportamiento mediante la evolución del error cuadrático, donde estos controladores mantienen un desempeño similar y un seguimiento estable durante las transiciones. Por su parte, la Figura 5.22 muestra la señal de control U_1 , en la cual se aprecia el chattering característico de los esquemas SMC. El SMC-*sign* presenta la mayor amplitud de oscilación, seguido del STSM y el SMC-*tanh*, mientras que Backstepping genera una señal más suave y continua.

Al igual que en el Escenario 1, se calcularon las métricas de desempeño dinámico para evaluar la respuesta ante cambios de referencia. Los valores obtenidos, resumidos en la Tabla 5-7, muestran que el controlador STSM alcanzó el mejor rendimiento global en las tres métricas evaluadas, superando ligeramente a Backstepping y SMC-*tanh*. En contraste, el SMC-*sign* y PID obtuvieron los mayores errores y tiempos de establecimiento. En conjunto, los resultados indican que, ante variaciones de referencia, el esquema STSM mantiene un comportamiento más rápido, estable y robusto, confirmando su efectividad en tareas de seguimiento dinámico de altitud.

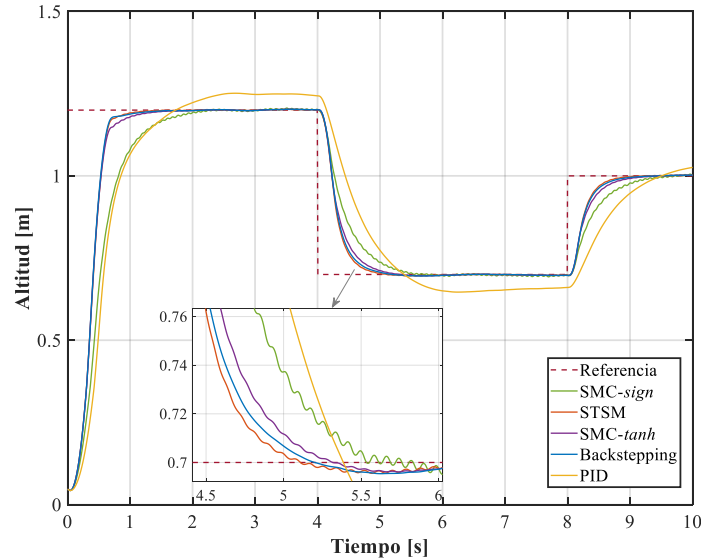


Figura 5.20 Seguimiento de altitud del Parrot Mambo con referencia variable.

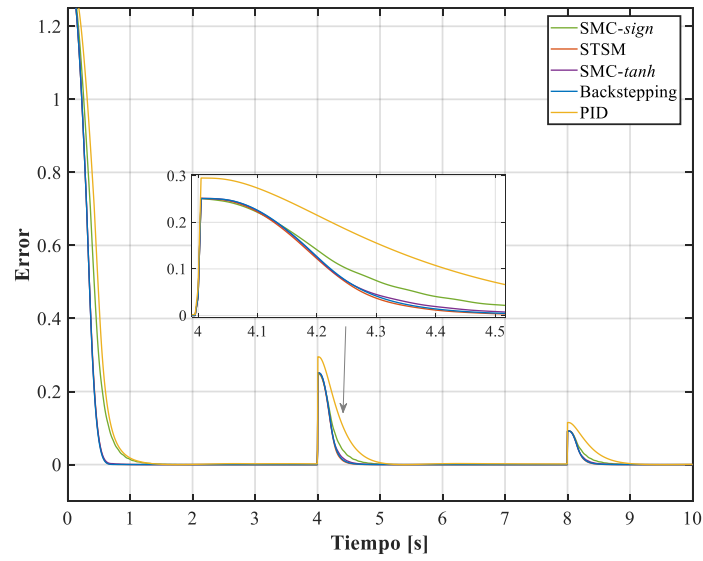


Figura 5.21 Error cuadrático con referencia variable

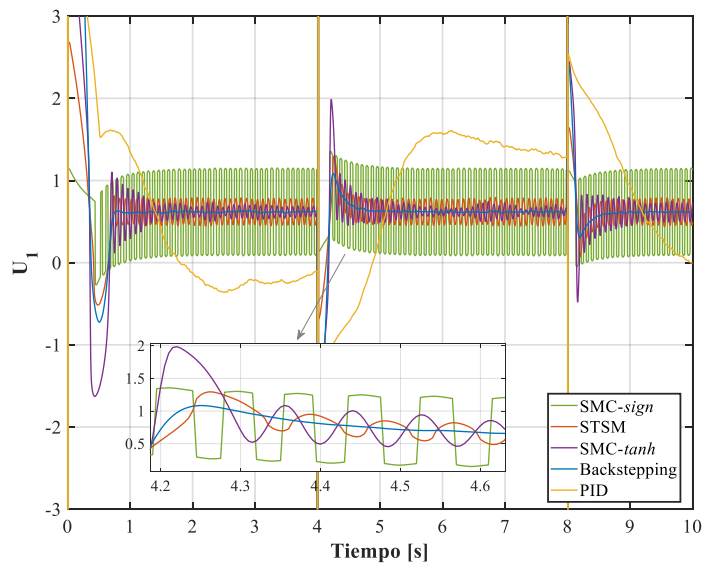


Figura 5.22 Señal de control U_1 con referencia variable.

Tabla 5-7 Métricas de desempeño de los controladores en el seguimiento de referencia.

	Backstepping	SMC- $\tanh$	STSM	SMC- sign	PID
MSE	4.8873e-2	4.9218e-2	4.8831e-2	6.1353e-2	7.5619e-2
RMSE	2.2107e-1	2.2185e-1	2.2097e-1	2.4769e-1	2.7498e-1
ISE	4.8565e-1	4.8909e-1	4.8522e-1	6.1051e-1	7.5324e-1

5.2.3 Escenario 3: Perturbaciones externas

En el tercer escenario se introduce una perturbación externa mediante ruido blanco gaussiano de ancho de banda limitado y potencia de 0.1. La referencia de altitud se fija inicialmente en 1.2 m, y a los 4 s, se aplica la perturbación.

La Figura 5.23 muestra que los controladores Backstepping y STSM reaccionan con mayor rapidez, logrando una recuperación más eficiente tras la aparición del ruido. Este comportamiento se confirma en la Figura 5.24, donde la evolución del error cuadrático revela que los controladores PID y SMC-*sign* presentan errores significativamente mayores, mientras que Backstepping mantiene un error reducido y una respuesta más estable.

La Figura 5.25 presenta la señal de control U_1 . Los esquemas SMC exhiben una variación más pronunciada debido al chattering, mientras que el Backstepping conserva una señal más suave y continua.

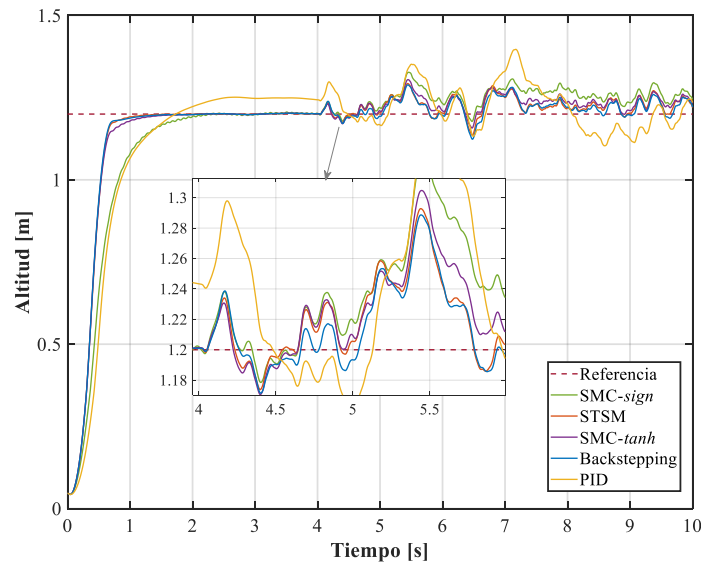


Figura 5.23 Seguimiento de altitud del Parrot Mambo ante perturbaciones externas.

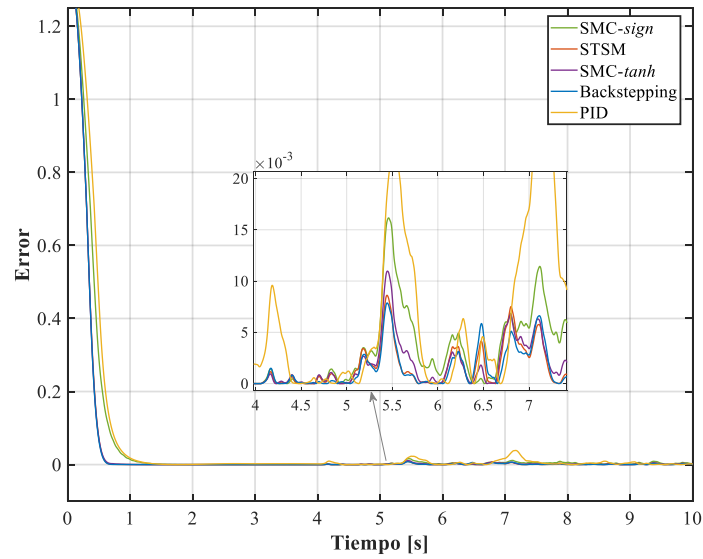


Figura 5.24 Error al cuadrado ante perturbaciones externas.

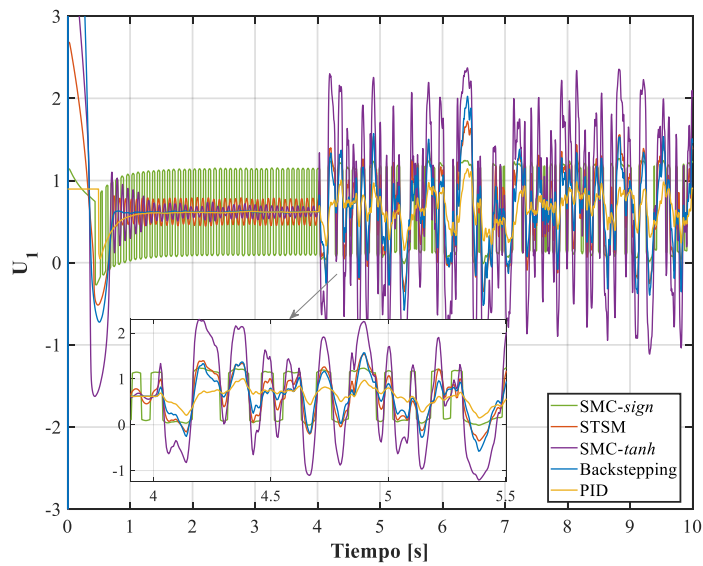


Figura 5.25 Señal de control U_1 ante perturbaciones del sistema.

Las métricas de desempeño correspondientes a este escenario se muestran en la Tabla 5-8. Los resultados indican que el Backstepping obtuvo el mejor rendimiento, con reducciones en el MSE de 1.06 %, 0.59 %, 22.23 % y 32.68 % respecto a los controladores SMC-tanh, STSM, SMC-sign y PID respectivamente. Esto evidencia que, ante perturbaciones externas, el Backstepping ofrece mayor robustez y estabilidad.

Cabe destacar que, tras la perturbación, las señales de control del Backstepping, STSM y SMC- $\tanh$ presentan pequeñas variaciones transitorias respecto a su comportamiento previo a los 4 s, reflejando la acción compensatoria de los controladores para mitigar los efectos del ruido y mantener un seguimiento adecuado.

Tabla 5-8 Métricas de desempeño de los controladores ante perturbaciones externas.

	Backstepping	SMC Tanh	SMC ST	SMC Sign	PID
MSE	4.2496e-2	4.2954e-2	4.2751e-2	5.4655e-2	6.3080e-2
RMSE	2.0614e-1	2.0725e-1	2.0676e-1	2.3378e-1	2.5115e-1
ISE	4.2185e-1	4.2642e-1	4.2439e-1	5.4349e-1	6.2778e-1

5.2.4 Escenario 4: Seguimiento de trayectorias tridimensionales

En este escenario se evalúa el desempeño de los controladores durante el seguimiento de trayectorias tridimensionales. La trayectoria deseada se define mediante la asignación de coordenadas espaciales en el bloque W, mostrado en la Figura 5.14. Este bloque permite introducir los puntos que conforman el recorrido del UAV, posibilitando la generación de diversas trayectorias dentro de las limitaciones y el rango operativo del hardware.

Para este estudio se diseñaron y evaluaron cuatro trayectorias de referencia: lineal, cuadrada, en zigzag y en forma de infinito. Estas configuraciones permiten analizar el comportamiento de los controladores frente a distintos patrones de movimiento y niveles de exigencia dinámica.

Con el fin de automatizar la generación de coordenadas tridimensionales, las trayectorias fueron programadas directamente en MATLAB, lo que facilita su implementación y repetibilidad en el entorno de simulación. La Figura 5.26 a) muestra, a manera de ejemplo, el código utilizado para generar la trayectoria cuadrada, cuya representación espacial se observa en la Figura 5.26 b). Este procedimiento se aplicó de manera análoga para obtener el resto de las trayectorias evaluadas.

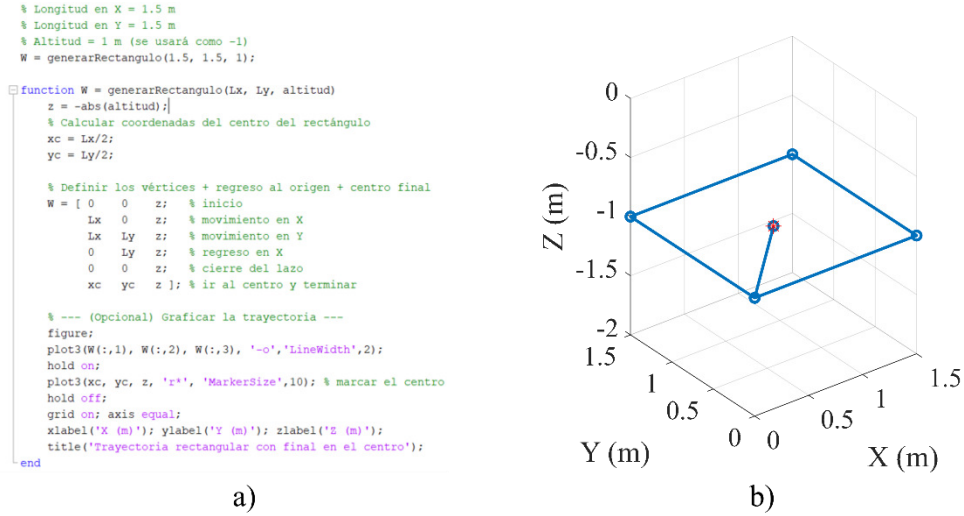


Figura 5.26 Generación de trayectoria del Parrot Mambo: (a) algoritmo para waypoints deseados, (b) trayectoria esperada.

5.2.4.1 Trayectoria lineal

La primera trayectoria evaluada corresponde a un desplazamiento lineal. En esta prueba, el UAV despegue, asciende hasta 1 m y, a los 7 s, se desplaza 4 m en la dirección del eje X. Para todas las trayectorias del Escenario 4 se integraron los controladores de *Roll*, *Pitch* y *Yaw* derivados de las ecuaciones (4-55), (4-57) y (4-85), garantizando así una comparación consistente entre las técnicas de control implementadas.

La trayectoria 2D obtenida para cada controlador se presenta en la Figura 5.27a), mientras que su representación 3D se muestra en la Figura 5.27b). Las Figura 5.28- Figura 5.30 ilustran la evolución temporal de las referencias y valores estimados de *Roll*, *Pitch* y *Yaw*. Estas representaciones permiten caracterizar cualitativamente el comportamiento del UAV; sin embargo, no son suficiente para determinar con precisión qué técnica ofrece el mejor rendimiento.

Por ello, se calcularon nuevamente las métricas cuantitativas utilizadas en los escenarios anteriores con el fin de obtener una comparación objetiva del desempeño en la trayectoria lineal. Los resultados se presentan en la Tabla 5-9, donde se evalúan las métricas MSE, RMSE e ISE para las variables z , ϕ , θ y ψ .

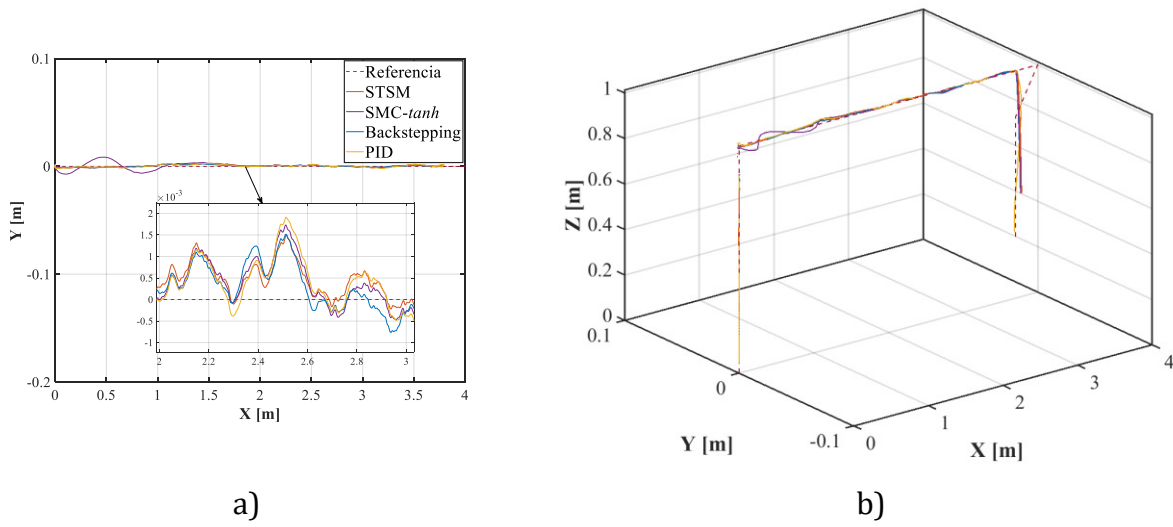


Figura 5.27 Seguimiento de trayectoria lineal: trayectorias por controlador a) 2D y b) 3D.

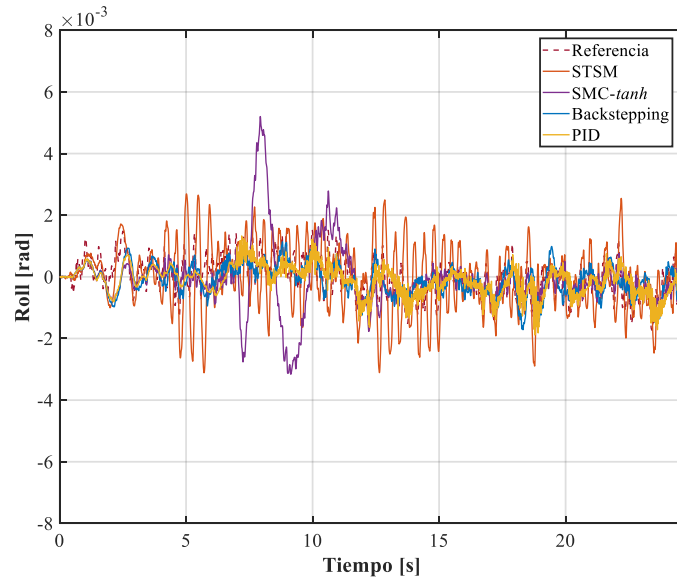


Figura 5.28 Seguimiento del ángulo de Roll en el escenario lineal.

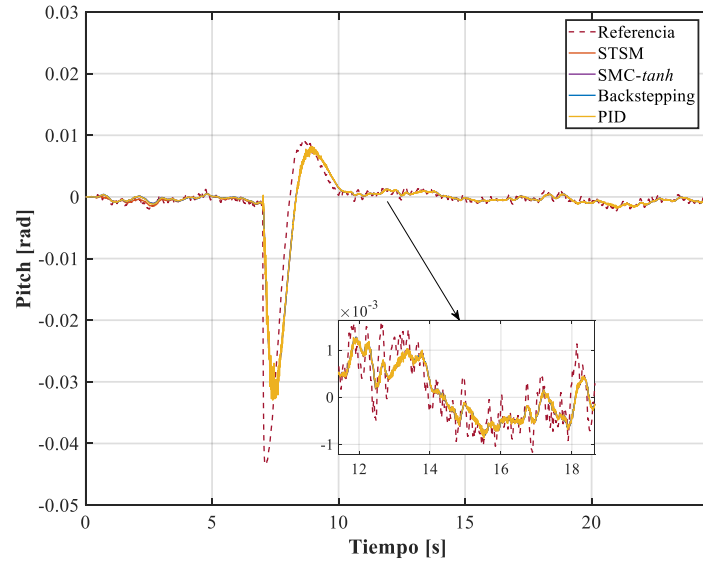


Figura 5.29 Seguimiento del ángulo de Pitch en el escenario lineal.

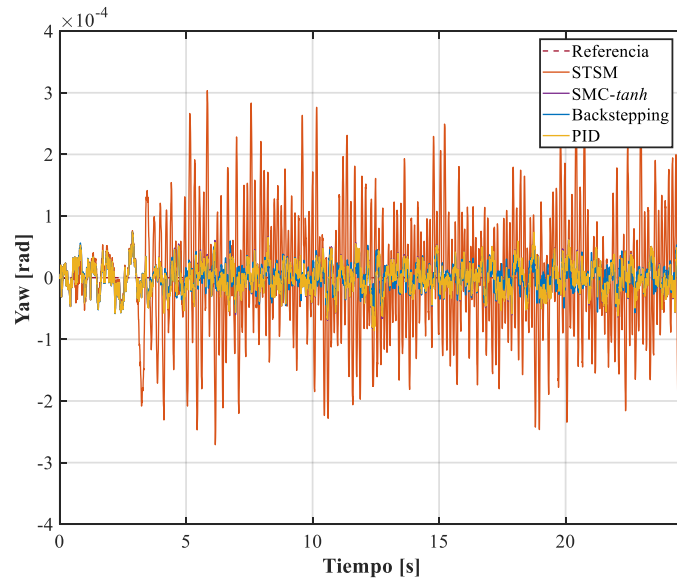


Figura 5.30 Seguimiento del ángulo de Yaw en el escenario lineal.

En la componente vertical z , el controlador STSM obtuvo el mejor desempeño, con reducciones aproximadas del 83 % en MSE e ISE y del 59 % en RMSE respecto al PID, lo que confirma su elevada precisión en el seguimiento de altitud. Los controladores SMC- $\tanh$ y Backstepping también mejoraron el rendimiento frente al PID, aunque en menor medida, con reducciones entre 19 % a 34 % según la métrica.

En el eje ϕ , únicamente el control Backstepping superó al PID, con mejoras del 3 % en MSE e ISE y del 1.5 % en RMSE, mientras que el control STSM y SMC- $\tanh$ presentaron incrementos significativos en el error. En el ángulo θ , las diferencias entre controladores fueron prácticamente nulas (inferiores al 0.2 %), indicando comportamientos casi idénticos. Finalmente, en ψ , el mejor desempeño correspondió nuevamente al control Backstepping, con reducciones cercanas al 28 % en MSE e ISE y del 15 % en RMSE respecto al PID. El controlador SMC- $\tanh$ obtuvo valores similares a los del PID, mientras que el control STSM presentó los errores más elevados.

Tabla 5-9 Métricas de desempeño para el seguimiento de trayectoria lineal.

Algoritmo	Variable	MSE	RMSE	ISE
STSM	z	0.00021871	0.014789	0.0053901
	Roll ϕ	1.0747e-06	0.0010367	2.6485e-05
	Pitch θ	1.1341e-05	0.0033676	0.0002795
	Yaw ψ	8.994e-09	9.4836e-05	2.2166e-07
SMC- $\tanh$	z	0.001037	0.032203	0.025558
	Roll ϕ	8.5995e-07	0.00092734	2.1194e-05
	Pitch θ	1.1334e-05	0.0033666	0.00027933
	Yaw ψ	5.5564e-10	2.3572e-05	1.3694e-08
Backstepping	z	0.00084129	0.029005	0.020733
	Roll ϕ	1.7616e-07	0.00041972	4.3416e-06
	Pitch θ	1.1335e-05	0.0033668	0.00027935
	Yaw ψ	3.9637e-10	1.9909e-05	9.7685e-09
PID	z	0.0012796	0.035771	0.031535
	Roll ϕ	1.8176e-07	0.00042633	4.4794e-06
	Pitch θ	1.1355e-05	0.0033697	0.00027984
	Yaw ψ	5.4769e-10	2.3403e-05	1.3498e-08

5.2.4.2 Trayectoria zigzag

La segunda trayectoria evaluada corresponde a un desplazamiento en forma de zigzag, definido por una amplitud de 0.8 m, un paso de 0.5 m y una altura de 1 m. La trayectoria seguida por cada controlador, comparada con la referencia en 2D y 3D, se muestra en las Figura 5.31a) y Figura 5.31b), respectivamente.

Las Figura 5.32 - Figura 5.34 ilustran la comparación entre los ángulos de referencia ϕ , θ y ψ , y sus valores estimados durante el seguimiento. Estas representaciones permiten evaluar cualitativamente el desempeño de los controladores en esta trayectoria.

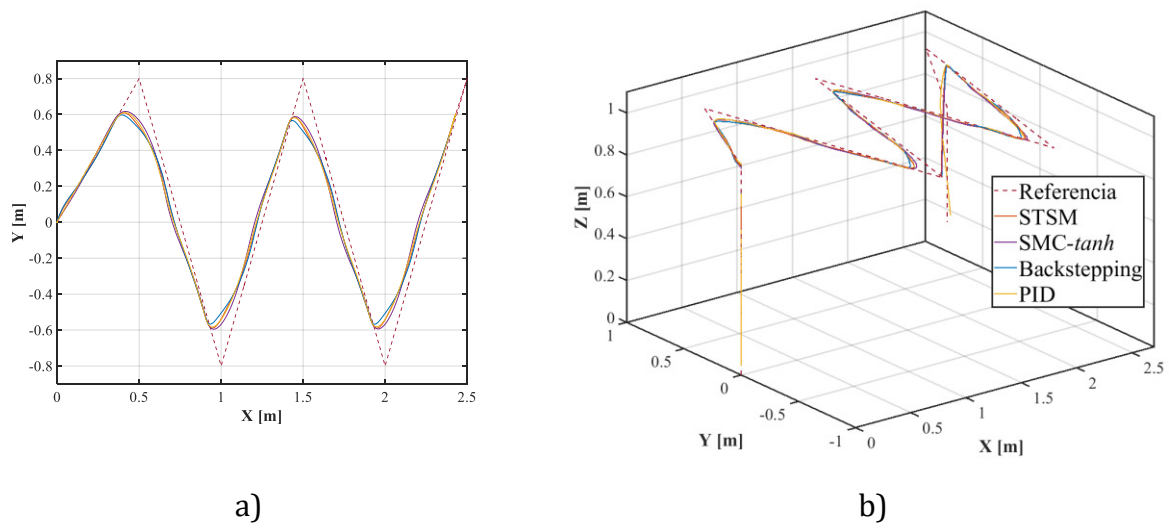


Figura 5.31 Seguimiento de trayectoria en zigzag: trayectorias por controlador (a) 2D, (b) 3D.

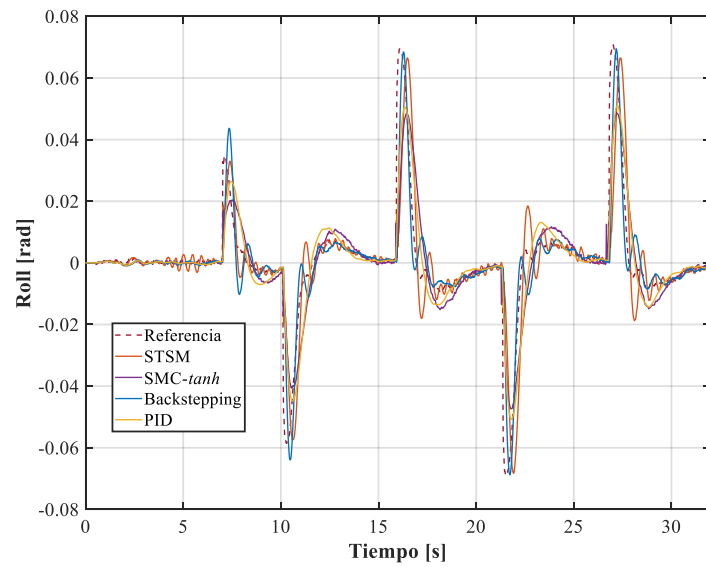


Figura 5.32 Seguimiento de Roll en zigzag: referencia vs. estimaciones.

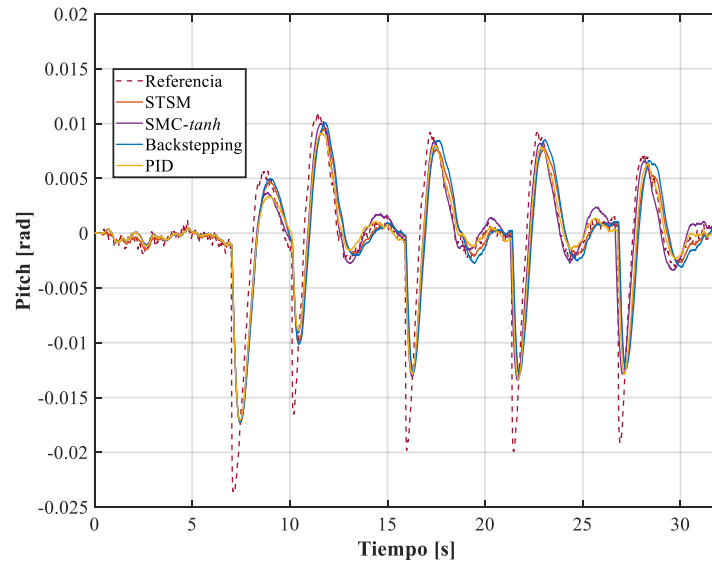


Figura 5.33 Seguimiento de Pitch en zigzag: referencia vs. estimaciones.

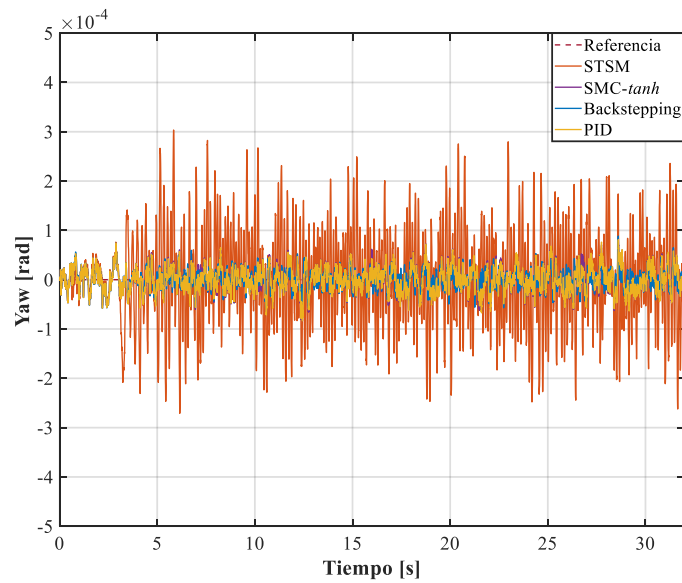


Figura 5.34 Seguimiento de Yaw en zigzag: referencia vs. estimaciones.

Los resultados cuantitativos se presentan en la Tabla 5-10. En la componente vertical z , el controlador STSM obtuvo el mejor desempeño, con reducciones cercanas al 83 % en MSE y 74 % en RMSE respecto al PID. Los controladores SMC- $\tanh$ y Backstepping también mejoraron el rendimiento en comparación con el PID, aunque en menor magnitud, con reducciones entre 11 % y 20 %, según la métrica considerada.

En la dinámica de actitud, el controlador Backstepping presentó el mejor rendimiento en *Roll*, con reducciones aproximadas del 18 % en MSE e ISE respecto al PID. Para *Pitch*, las diferencias entre controladores fueron mínimas (inferiores al 0.3 %), lo que indica un comportamiento prácticamente equivalente. Finalmente, en *Yaw*, el controlador Backstepping obtuvo nuevamente los resultados más favorables, con reducciones del orden del 99.99 % en MSE e ISE y del 17 % en RMSE respecto al PID, superando también al control STSM y SMC-*tanh*.

Tabla 5-10 Métricas de desempeño para el seguimiento de trayectoria en zigzag.

Algoritmo	Variable	MSE	RMSE	ISE
STSM	z	0.0001613	0.0127	0.0052042
	Roll ϕ	0.00012623	0.011235	0.0040727
	Pitch θ	1.0547e-05	0.0033676	0.00034031
	Yaw ψ	9.3863e-09	9.6883e-05	3.0285e-07
SMC- <i>tanh</i>	z	0.00080464	0.028366	0.025777
	Roll ϕ	0.00011576	0.010759	0.0037082
	Pitch θ	1.126e-05	0.0033557	0.00036073
	Yaw ψ	6.03e-10	2.4556e-05	1.9317e-08
Backstepping	z	0.00065111	0.025517	0.021031
	Roll ϕ	6.6446e-05	0.0081514	0.0021462
	Pitch θ	1.0855e-05	0.0032947	0.00035062
	Yaw ψ	3.9611e-10	1.9903e-05	1.2794e-08
PID	z	0.00098698	0.031416	0.03179
	Roll ϕ	8.7973e-05	0.0093794	0.0028336
	Pitch θ	1.0487e-05	0.0032383	0.00033778
	Yaw ψ	5.8957e-10	2.4281e-05	1.899e-08

5.2.4.3 Trayectoria cuadrada

El tercer escenario corresponde al seguimiento de una trayectoria cuadrada. En esta prueba, el UAV recorre un cuadrado de 1.5 m por lado y, tras completar el recorrido, se dirige al centro de la figura, manteniendo en todo momento una altura de 1 m. Las trayectorias 2D y 3D para cada controlador se presentan en la Figura 5.35. Si bien permiten identificar diferencias generales, no son suficientes para una evaluación cuantitativa.

Por ello, se analizan los ángulos de referencia y los estimados para *Roll*, *Pitch* y *Yaw*. La comparación para *Roll* se muestra en la Figura 5.36; el comportamiento de *Pitch* en la Figura 5.37; y la evolución del ángulo *Yaw*, en la Figura 5.38, lo que permite evaluar la capacidad de seguimiento de actitud durante esta trayectoria.

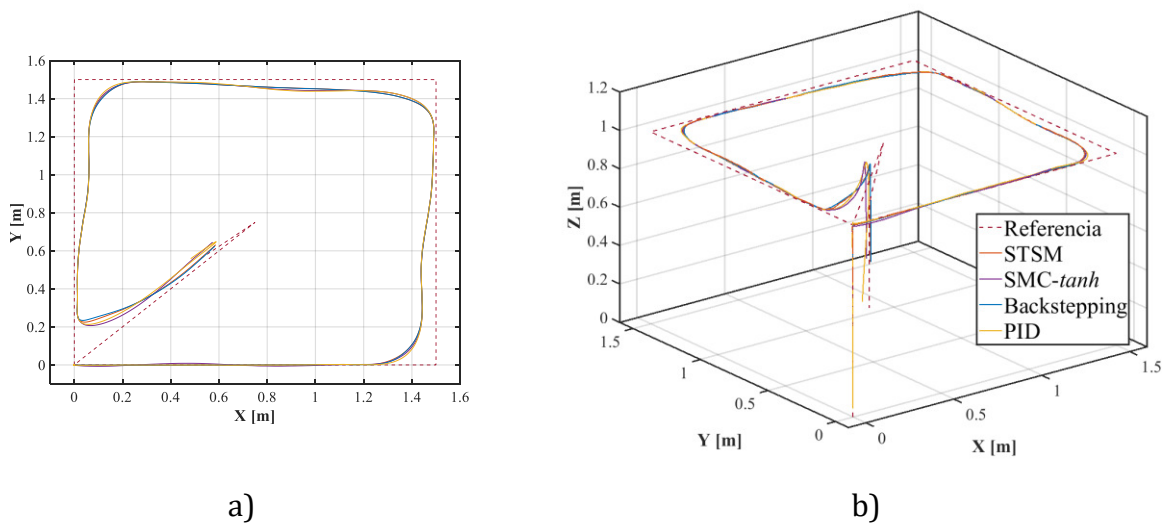


Figura 5.35 Seguimiento de trayectoria cuadrada: trayectorias por controlador (a) 2D, (b) 3D.

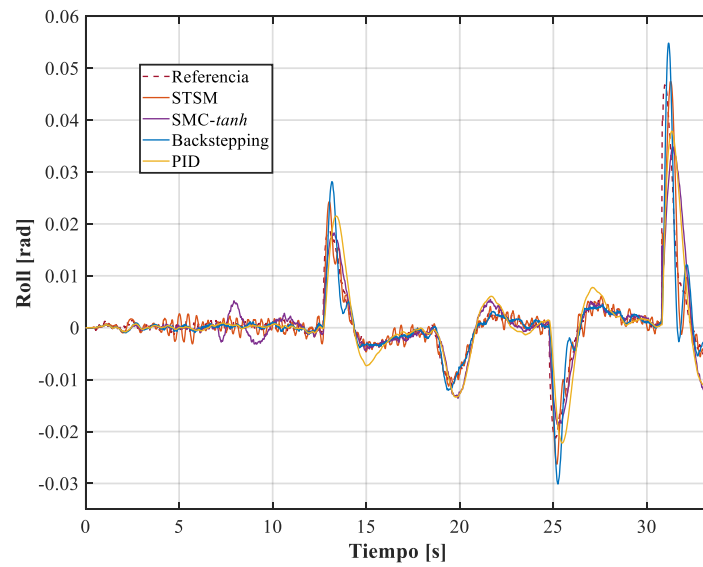


Figura 5.36 Seguimiento de Roll en trayectoria cuadrada: referencia vs. estimaciones.

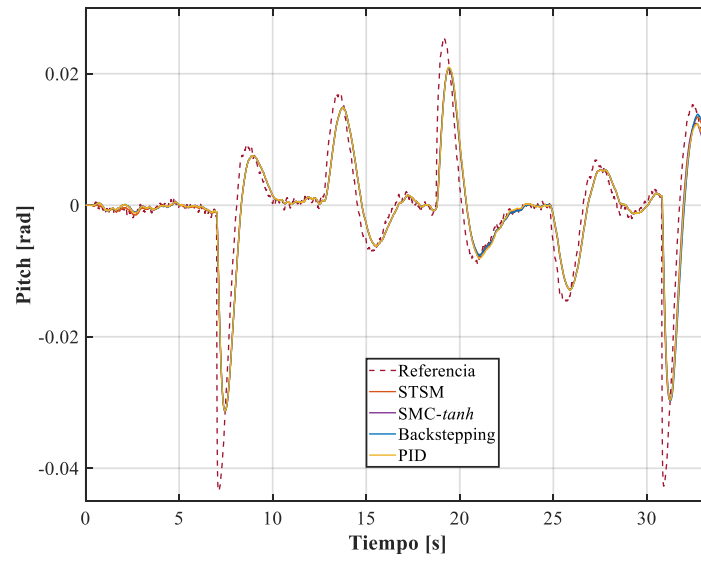


Figura 5.37 Seguimiento de Pitch en trayectoria cuadrada: referencia vs. estimaciones.

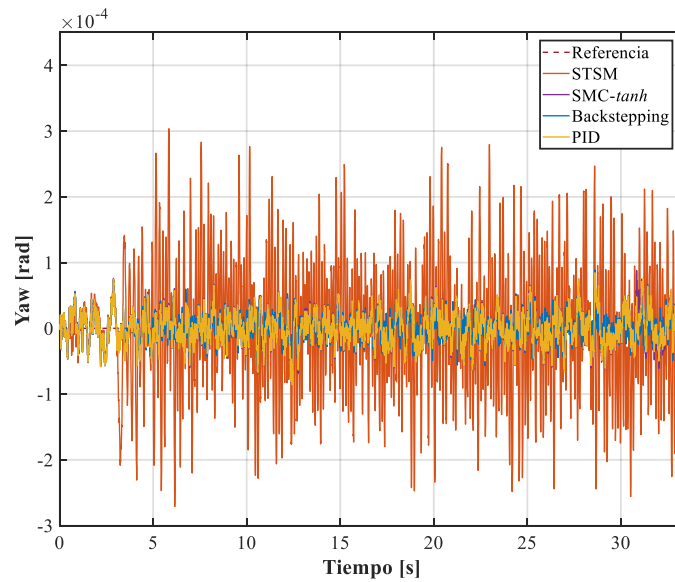


Figura 5.38 Seguimiento de Yaw en trayectoria cuadrada: referencia vs. estimaciones.

Dado que el análisis gráfico no constituye un criterio cuantitativo, se calcularon nuevamente las métricas de rendimiento. Los resultados se presentan en la Tabla 5-11. De acuerdo con dichos valores, el controlador STSM obtuvo el mejor desempeño en el eje z, con reducciones cercanas al 98 % en MSE, 76 % en RMSE y 97 % en ISE respecto al PID, evidenciando su alta precisión. Los controladores SMC- $\tanh$ y Backstepping también

mejoraron su desempeño con respecto al PID, con reducciones entre 44 % y 81 %, siendo el control Backstepping el segundo mejor en seguimiento de altura.

Tabla 5-11 Métricas de desempeño para el seguimiento de trayectoria cuadrada.

Algoritmo	Variable	MSE	RMSE	ISE
STSM	z	0.00015526	0.01246	0.0052082
	Roll ϕ	9.8414e-06	0.0031371	0.00033013
	Pitch θ	2.2493e-05	0.0047427	0.00075453
	Yaw ψ	9.4847e-09	9.739e-05	3.1817e-07
SMC-tanh	Z	0.00077017	0.027752	0.025801
	Roll ϕ	1.4471e-05	0.003804	0.00048476
	Pitch θ	2.2675e-05	0.0047618	0.0007596
	Yaw ψ	6.1403e-10	2.478e-05	2.057e-08
Backstepping	Z	0.00062128	0.024926	0.02085
	Roll ϕ	1.267e-05	0.0035595	0.00042521
	Pitch θ	2.2538e-05	0.0047474	0.00075638
	Yaw ψ	3.9467e-10	1.9866e-05	1.3245e-08
PID	Z	0.0026225	0.051211	0.091776
	Roll ϕ	2.1117e-05	0.0045954	0.000739
	Pitch θ	2.7848e-05	0.0052771	0.00097452
	Yaw ψ	6.1792e-10	2.4858e-05	2.1624e-08

En la dinámica de actitud, el control Backstepping presentó el mejor rendimiento en *Roll*, con reducciones cercanas al 56 % en MSE y superiores al 30 % en RMSE e ISE frente al PID. En *Pitch*, las diferencias entre controladores fueron moderadas: el control STSM redujo el error en aproximadamente 19 %, seguido por SMC-tanh y Backstepping con mejoras ligeramente menores. En *Yaw*, el control Backstepping volvió a destacar, con reducciones de aproximadamente 99.99 % en MSE e ISE y del 50 % en RMSE respecto al PID, superando también a STSM y SMC-tanh.

5.2.4.4 Trayectoria en Infinito

La última trayectoria evaluada incrementa la complejidad del seguimiento requerido por el UAV, ya que corresponde a un recorrido en forma de infinito, con una amplitud de 1 m y una altitud constante de 1 m. La trayectoria obtenida en 2D y 3D para cada controlador se presenta en la Figura 5.39. Las Figuras Figura 5.40 - Figura 5.42 muestran la comparación entre los ángulos de referencia y los valores estimados para *Roll*, *Pitch* y *Yaw*, respectivamente. A partir de estas representaciones se observa un desempeño similar en los

controladores en *Roll* y *Pitch*. No obstante, en *Yaw*, el controlador STSM presenta desviaciones mayores respecto a la referencia, evidenciando un rendimiento inferior.

Con el fin de determinar cuantitativamente el desempeño de cada técnica, se calcularon las métricas correspondientes. Los resultados se presentan en la Tabla 5-12. En la componente vertical z , el controlador STSM obtuvo el mejor rendimiento, con reducciones aproximadas del 87 % en MSE respecto al PID. Los controladores SMC- $\tanh$ y Backstepping también mejoraron el desempeño, con disminuciones que oscilan entre 49 % y 78 %, según la métrica.

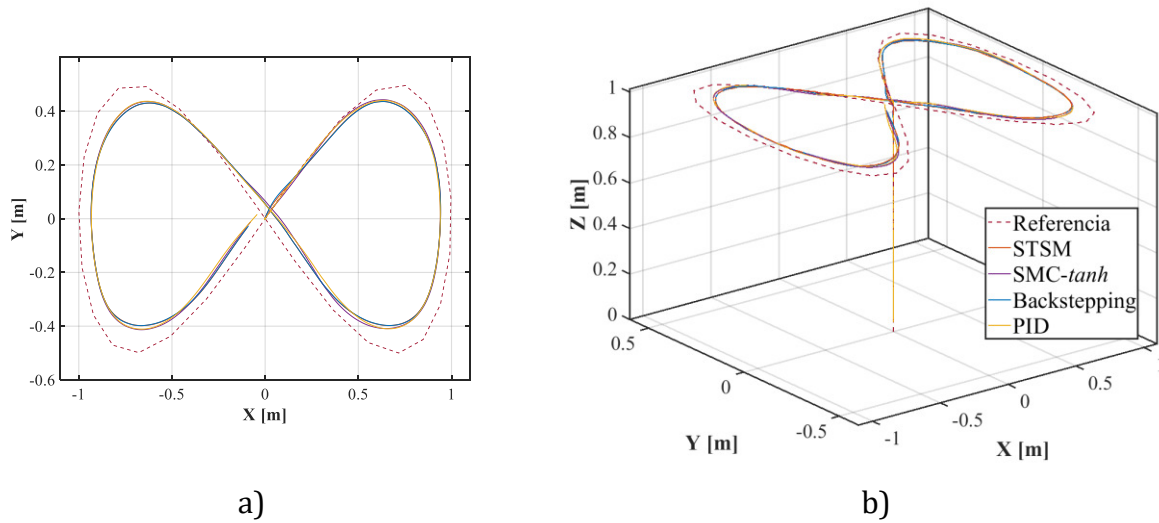


Figura 5.39 Seguimiento de trayectoria en infinito: trayectorias por controlador (a) 2D, (b) 3D.

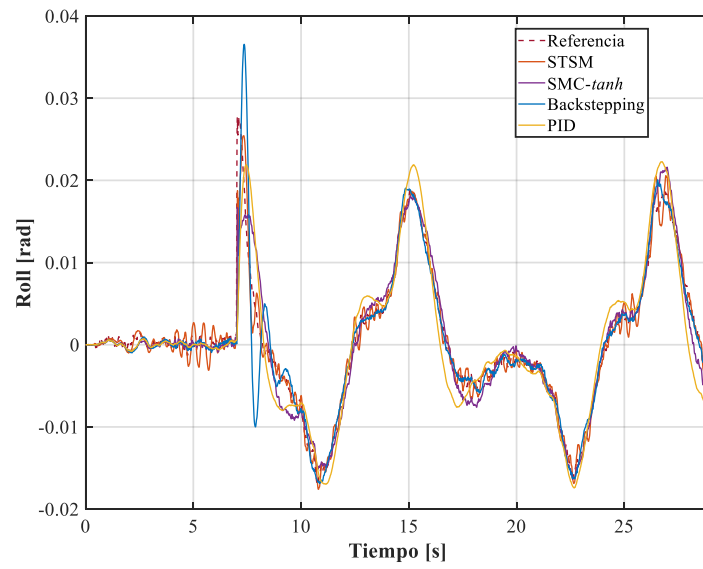


Figura 5.40 Seguimiento de Roll en trayectoria en infinito: referencia vs. estimaciones.

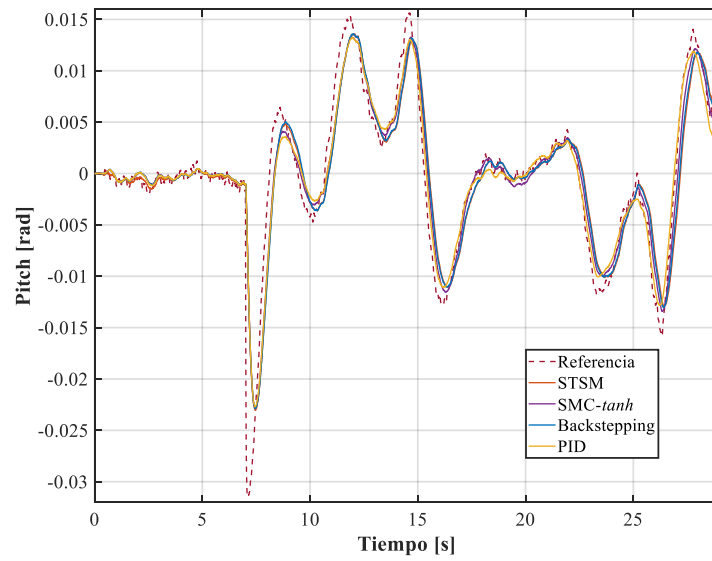


Figura 5.41 Seguimiento de Pitch en trayectoria en infinito: referencia vs. estimaciones.

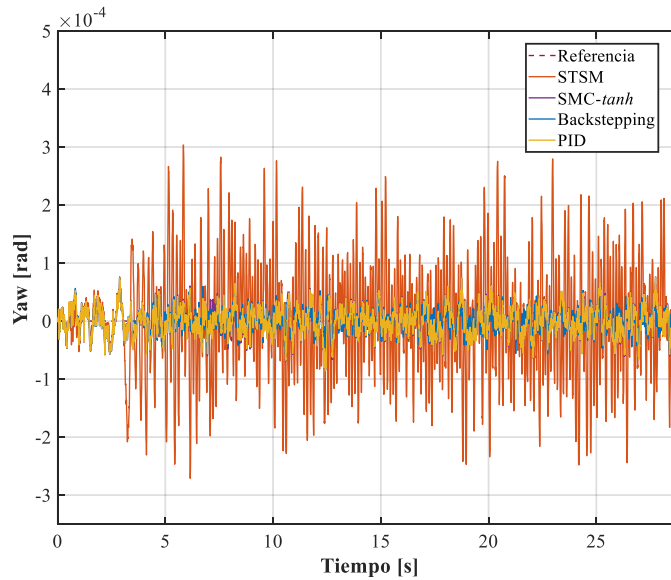


Figura 5.42 Seguimiento de Yaw en trayectoria en infinito: referencia vs. estimaciones.

En la dinámica de actitud, el control Backstepping destacó en *Roll*, con reducciones cercanas al 82 % en MSE frente al PID. En *Pitch*, el control Backstepping y STSM mostraron mejoras similares, con reducciones entre 43 % y 50 %, mientras que SMC-*tanh* también superó también al PID, aunque con incrementos menores.

En el ángulo *Yaw*, se confirma el desempeño más desfavorable del STSM, cuyos errores superaron entre tres y cinco veces a los del PID. En contraste, el control Backstepping y SMC-*tanh* lograron reducciones cercanas al 99.99 % en MSE, evidenciando una capacidad notable para seguir trayectorias que requieren cambios continuos de dirección.

Tabla 5-12 Métricas de desempeño para el seguimiento de trayectoria en infinito.

Algoritmo	Variable	MSE	RMSE	ISE
STSM	z	0.00017894	0.013377	0.0051983
	Roll ϕ	2.2363e-06	0.0014954	6.4966e-05
	Pitch θ	9.1505e-06	0.003025	0.00026582
	Yaw ψ	9.3018e-09	9.6446e-05	2.7022e-07
SMC- <i>tanh</i>	z	0.00088859	0.029809	0.025707
	Roll ϕ	5.9629e-06	0.0024419	0.00017251
	Pitch θ	9.2211e-06	0.0030366	0.00026677
	Yaw ψ	5.886e-10	2.4261e-05	1.7028e-08
Backstepping	z	0.00071688	0.026775	0.020793
	Roll ϕ	7.055e-06	0.0026561	0.00020463
	Pitch θ	9.1724e-06	0.0030286	0.00026605
	Yaw ψ	4.0516e-10	2.0129e-05	1.1752e-08

PID	z	0.0011033	0.033216	0.031681
	Roll ϕ	1.0795e-05	0.0032856	0.00030999
	Pitch θ	8.9532e-06	0.0029922	0.00025709
	Yaw ψ	5.7367e-10	2.3951e-05	1.6473e-08

5.3 Evaluación experimental de los controladores

En esta sección se presentan los resultados de la evaluación experimental de los controladores, replicando los escenarios utilizados en la sección 5.2 con el propósito de verificar la concordancia entre los resultados experimentales y los obtenidos en simulación.

5.3.1 Resultados experimentales del escenario 1

En la Figura 5.43 muestra la respuesta de cada controlador ante una referencia fija de 1.2 m, mientras que la Figura 5.44 presenta la evolución del error cuadrático. A diferencia de los resultados de la simulación (Figuras Figura 5.17 y Figura 5.18), donde los controles alcanzan la referencia en un tiempo menor a 2 s, y el error permanece estable, las pruebas experimentales evidencian que las dinámicas no modeladas retrasan el seguimiento, alcanzándose la referencia aproximadamente a los 6 s. No obstante, el comportamiento general es consistente con la simulación: el control Backstepping y PID producen señales más continuas, mientras que SMC-*tanh* y STSM reduce el *chattering* característico del SMC-*sign*.

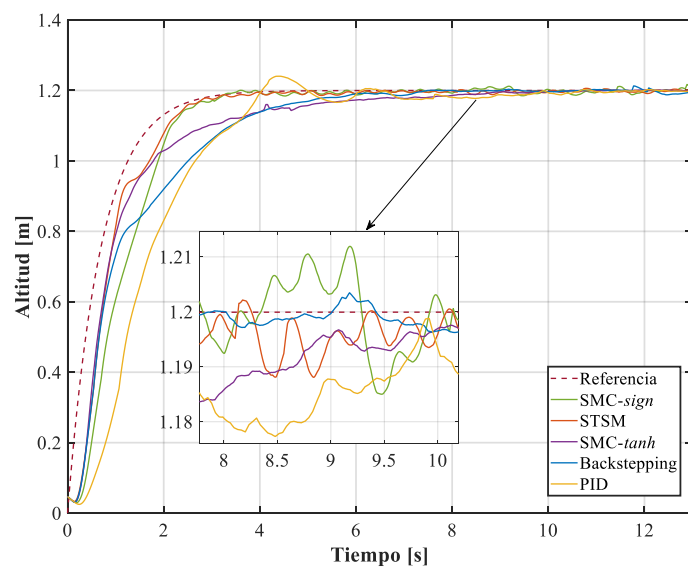


Figura 5.43 Evaluación experimental de los controladores con referencia de altitud fija.

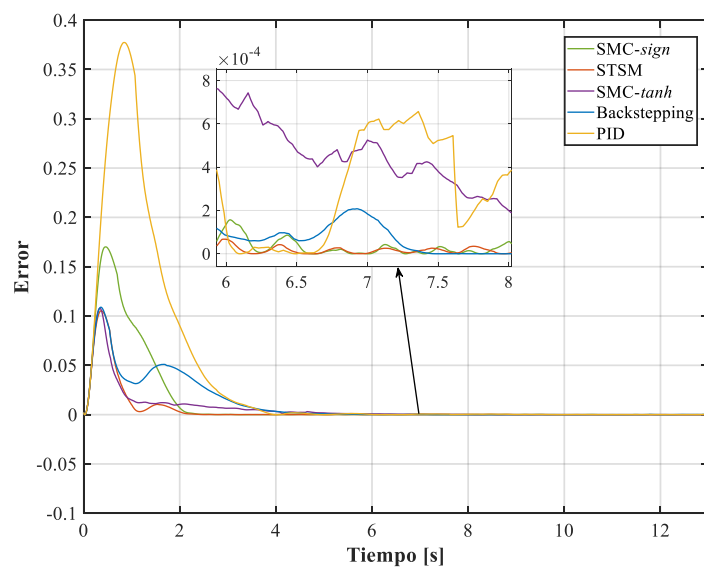


Figura 5.44 Error al cuadrado en la evaluación experimental con referencia fija.

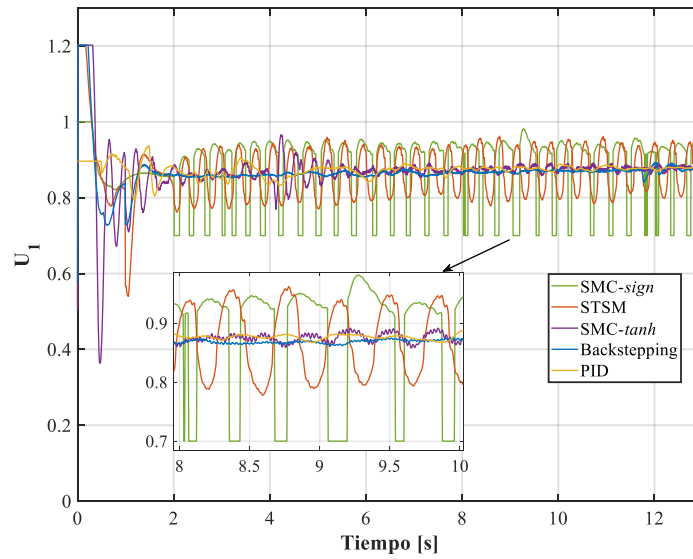


Figura 5.45 Señal de control U_1 en la evaluación experimental con referencia fija.

Para determinar de manera objetiva el desempeño de los controladores, se calcularon los indicadores dinámicos correspondiente. La Tabla 5-13 resume estos resultados para la regulación experimental a altitud fija. Los controladores SMC-sign, SMC-tanh y STSM presentan los tiempos de ascenso más rápidos, mientras que el PID obtiene el mejor T_p . En términos de T_s , el STSM muestra el mejor desempeño, seguido de SMC-sign y Backstepping.

En cuanto al M_p , el control Backstepping y STSM presentan valores prácticamente nulos, destacando por su estabilidad, mientras que el PID registra el mayor M_p . En general, los métodos basados en SMC ofrecen respuestas rápidas con bajo M_p , y el control Backstepping mantiene una señal estable con mínima oscilación.

Tabla 5-13 Indicadores dinámicos en la regulación experimental de altitud fija.

Controlador	T_r (s)	T_p (s)	T_s (s)	M_p (%)
PID	2.56	4.395	7.61	3.505
SMC-sign	1.64	9.18	3.135	1.0374
SMC-tanh	2.26	10	6.433	0.9540
STSM	1.66	8.175	3.08	0.19252
Backstepping	2.845	9.175	5.23	0.30629

La Tabla 5-14 presenta las métricas estadísticas de desempeño obtenidas en este escenario experimental. Los controladores SMC-*tanh* y STSM alcanzan los valores más bajos de MSE, RMSE e ISE, lo que evidencia un seguimiento más preciso de la referencia. El controlador Backstepping mantiene un desempeño consistente y competitivo, con errores moderados. En contraste, el SMC-*sign* y PID presentan los valores más altos en las tres métricas, indicando un seguimiento menos preciso respecto a los métodos suavizados del SMC.

Tabla 5-14 Métricas de desempeño en la evaluación experimental de la regulación de altitud fija.

	Backstepping	SMC- <i>tanh</i>	STSM	SMC- <i>sign</i>	PID
MSE	1.410948e-2	7.885310e-3	6.131574e-3	1.62994e-2	4.793116e-2
RMSE	1.187833e-1	8.879927e-2	7.830437e-2	1.27669e-1	2.189319e-1
ISE	1.411601e-01	7.888724e-2	6.134105e-2	1.63071e-1	4.795460e-1

5.3.2 Resultados experimentales del escenario 2.

La Figura 5.46 muestra el comportamiento de los controladores ante cambios de referencia. A diferencia de la simulación, donde el escenario se completó en 10 s, la prueba experimental requirió 35 s para ejecutarse, debido a que los controladores tardan más en alcanzar la referencia. La evolución del error se presenta en la Figura 5.47, donde se observa que los controladores PID y SMC-*sign* registran picos más elevados, mientras que los demás mantienen un desempeño similar y más estable.

Por otro lado, la Figura 5.48 muestra la señal de control U_1 . Visualmente se aprecia el efecto *chattering* en el SMC-*sign* y STSM, mientras que en el SMC-*tanh* este fenómeno es prácticamente inexistente. La salida del SMC-*tanh* se asemeja notablemente a la del controlador Backstepping.

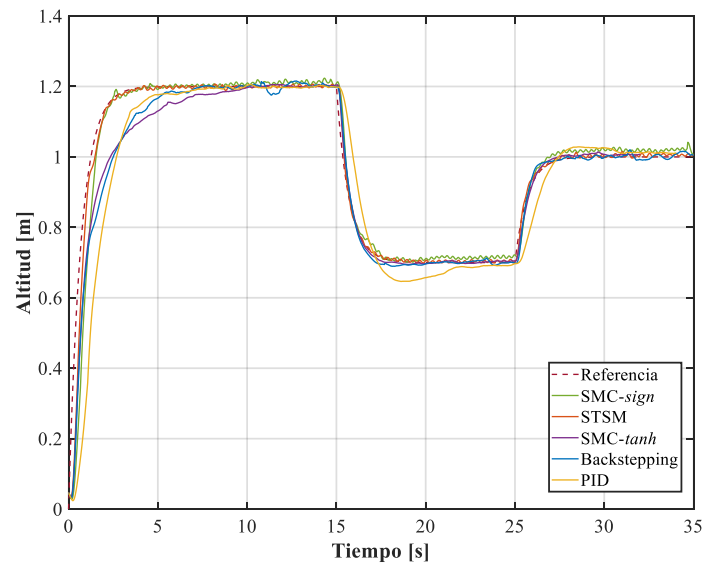


Figura 5.46 Resultados experimentales ante cambios de referencia.

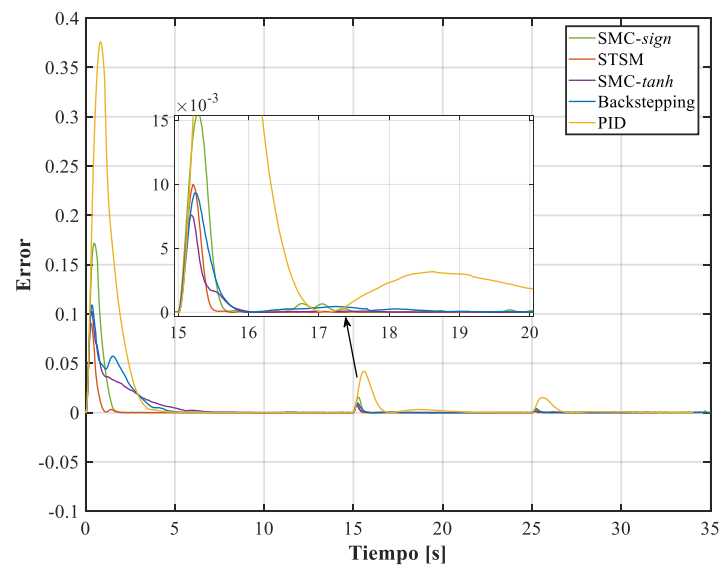


Figura 5.47 Error cuadrático en la prueba experimental con cambios de referencia.

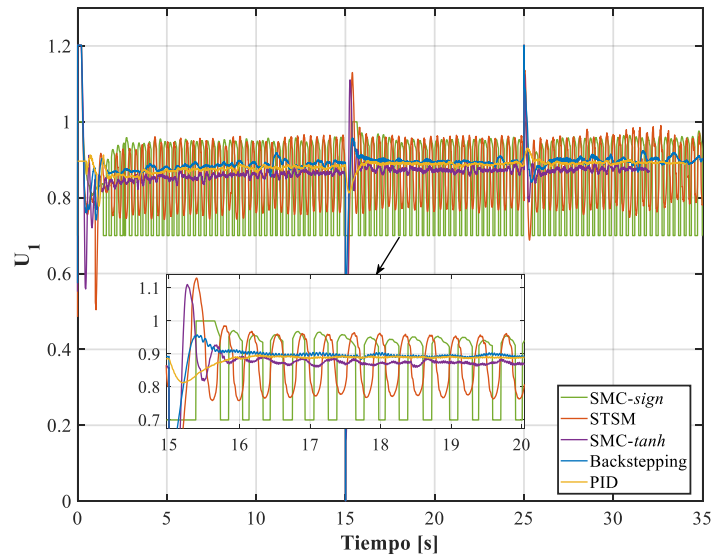


Figura 5.48 Señal de control U_1 en la prueba experimental con cambios de referencia.

La Tabla 5-15 presenta las métricas de rendimiento obtenidas ante cambios de referencia. El controlador STSM alcanzó el mejor desempeño, obteniendo el MSE más bajo de $1.36\text{e-}3$, un RMSE de $3.69\text{e-}2$. Estos valores representan mejoras de aproximadamente 92% frente al PID.

El SMC-*tanh* también mostró un desempeño favorable, con un MSE de $4.55\text{e-}3$, equivalente a una reducción del 66% en comparación con el PID. El controlador Backstepping obtuvo errores moderados (MSE de $5.08\text{e-}3$), superando al PID con una reducción cercana al 70%.

En contraste, los controladores SMC-*sign* y PID registraron los valores más altos en todas las métricas. El PID alcanza el mayor RMSE ($1.29\text{e-}1$), aproximadamente 3.5 veces superior al de STSM, además del mayor ISE ($4.36\text{e-}1$).

Tabla 5-15 Métricas de desempeño en la evaluación experimental ante cambios de referencia.

	Backstepping	SMC- <i>tanh</i>	STSM	SMC- <i>sign</i>	PID
MSE	$5.080586\text{e-}3$	$4.553384\text{e-}3$	$1.365071\text{e-}3$	$4.134545\text{e-}3$	$1.682936\text{e-}2$
RMSE	$7.127823\text{e-}2$	$6.747876\text{e-}2$	$3.694687\text{e-}2$	$6.430043\text{e-}2$	$1.297280\text{e-}1$
ISE	$1.625989\text{e-}1$	$1.457257\text{e-}1$	$4.368381\text{e-}2$	$1.323203\text{e-}1$	$4.368381\text{e-}2$

5.3.3 Resultados experimentales del escenario 3.

Para introducir la perturbación en el escenario experimental, se aplicó un impulso manual hacia abajo al UAV. La Figura 5.49 muestra la respuesta de los controles ante esta perturbación. El error cuadrático, presentado en la Figura 5.50, evidencia que los controladores Backstepping y el SMC- $\tanh$ mantienen errores menores y con menos picos en comparación con los demás controladores. Este comportamiento se confirma en la Figura 5.51, donde se observa la señal de control U_1 ; el SMC- $\tanh$ presenta la salida más estable a lo largo de todo el escenario.

La Tabla 5-16 resume las métricas de rendimiento obtenidas en esta evaluación. El control STSM presenta el mejor desempeño general, con el MSE más bajo ($2.86e-3$), un RMSE de $5.34e-2$ y un ISE de $7.54e-2$. En comparación con el control Backstepping, el STSM reduce el MSE aproximadamente en 17%, y frente al PID, la mejora alcanza alrededor del 83%. El SMC- $\tanh$ también mostró un rendimiento favorable, con un MSE de $3.13e-3$, ligeramente inferior al del Backstepping y cerca de un 80% menor que el PID. El control Backstepping se mantiene en un nivel intermedio, con errores moderados y consistentes.

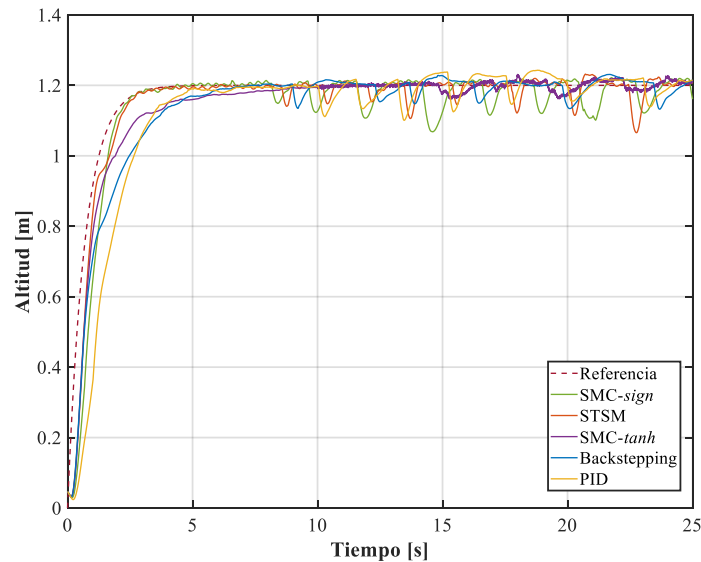


Figura 5.49 Desempeño experimental de los controladores con altitud fija ante perturbación externa.

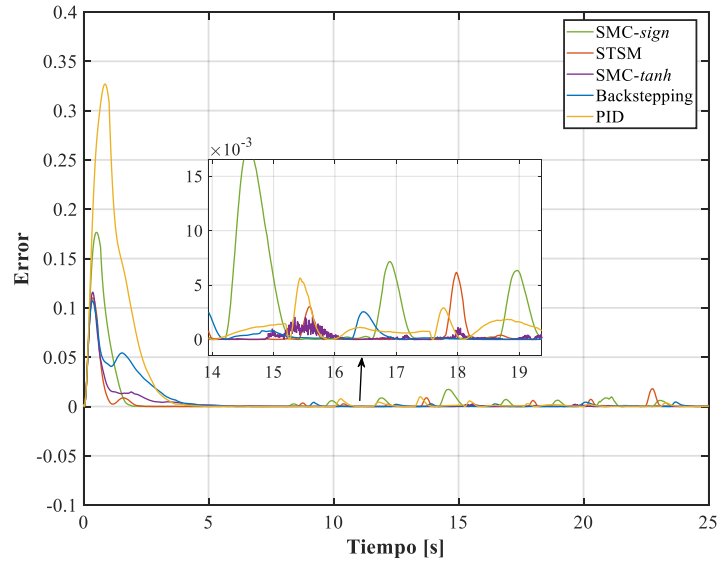


Figura 5.50 Error cuadrático en el escenario experimental con perturbación al sistema.

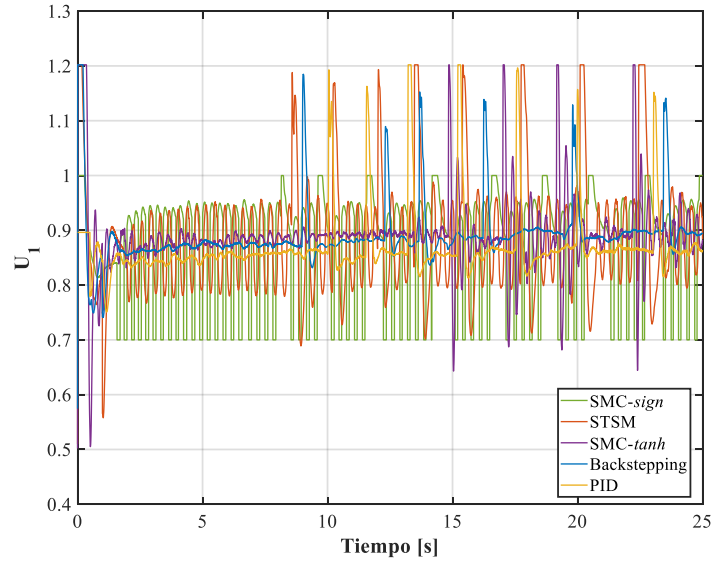


Figura 5.51 Señal de control U_1 en la perturbación experimental.

En contraste, los controladores SMC-sign y PID registraron los valores más altos en todas las métricas. El PID obtuvo el mayor RMSE ($1.29\text{e-}1$), más del doble del registrado por el STSM, mientras que SMC-sign presentó el ISE más elevado ($1.67\text{e-}1$).

Tabla 5-16 Métricas de desempeño en la evaluación experimental ante perturbaciones.

	Backstepping	SMC-tanh	STSM	SMC-sign	PID
MSE	$3.463473\text{e-}3$	$3.435118\text{e-}3$	$2.860366\text{e-}3$	$6.346030\text{e-}3$	$1.685254\text{e-}2$

RMSE	5.722352e-2	5.860988e-2	5.348239e-2	7.966197e-2	1.298173e-1
ISE	1.572507e-1	9.057710e-2	7.542241e-2	1.673392e-1	7.542241e-2

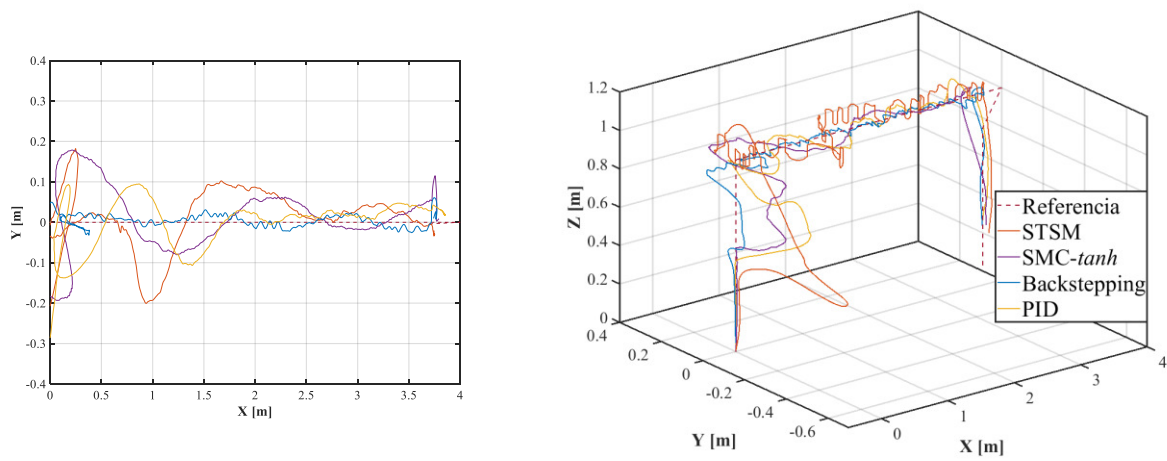
5.3.4 Escenario 4: Experimentación en el seguimiento de trayectorias tridimensionales

En esta sección se presentan los resultados experimentales del seguimiento de trayectorias tridimensionales evaluadas previamente en la sección 5.2.4. Estos experimentos permiten identificar qué controlador ofrece un mejor desempeño en el control de actitud. Es importante señalar que el controlador SMC-*sign* no se incluyó en estas pruebas debido a los resultados observados en las secciones 5.3.1, 5.3.2 y 5.3.3, donde la acción de control generaba cambios bruscos en los motores, comprometiendo potencialmente la integridad del UAV.

5.3.4.1 Evaluación experimental en la trayectoria lineal

La Figura 5.52 muestra la trayectoria de referencia en 2D y 3D, junto con los datos obtenidos experimentalmente. Visualmente, se aprecia que el control Backstepping presenta un mejor seguimiento en x , y y z , al mostrar menores desviaciones respecto a la referencia. Las Figuras Figura 5.53 - Figura 5.55 ilustra el comportamiento de los controladores en las variables de actitud. Aunque la comparación visual es menos concluyente en este caso, tanto el Backstepping como el SMC-*tanh* exhiben un comportamiento más estable.

La Tabla 5-17 presenta las métricas de rendimiento obtenidas en este escenario. En la componente z , todos los controladores superan al PID. El Backstepping obtiene el mejor desempeño, con MSE = 0.0106, RMSE = 0.103 e ISE = 0.2581, lo que representa reducciones cercanas al 56% en MSE e ISE respecto al PID. EL STSM también mejora significativamente al PID, con MSE = 0.0116 e ISE = 0.2938, mientras que el SMC-*tanh* muestra mejoras más moderada.



a) b)
Figura 5.52 Resultados experimentales en el seguimiento de trayectoria lineal.

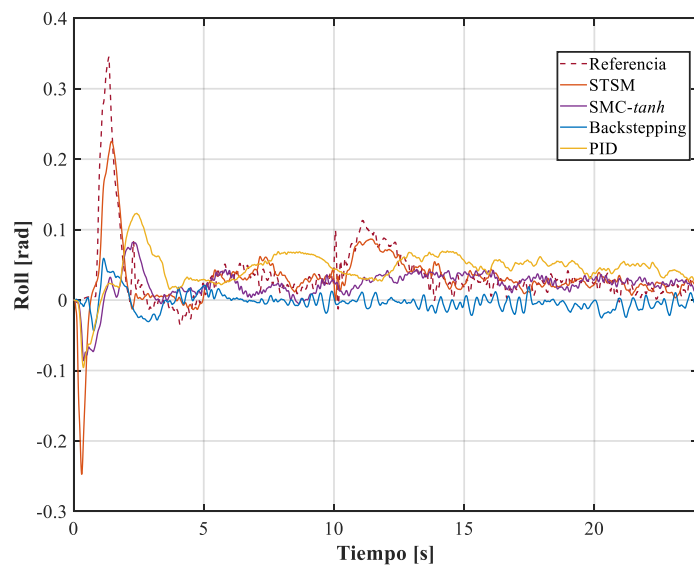


Figura 5.53 Seguimiento de Roll en la prueba experimental (trayectoria lineal).

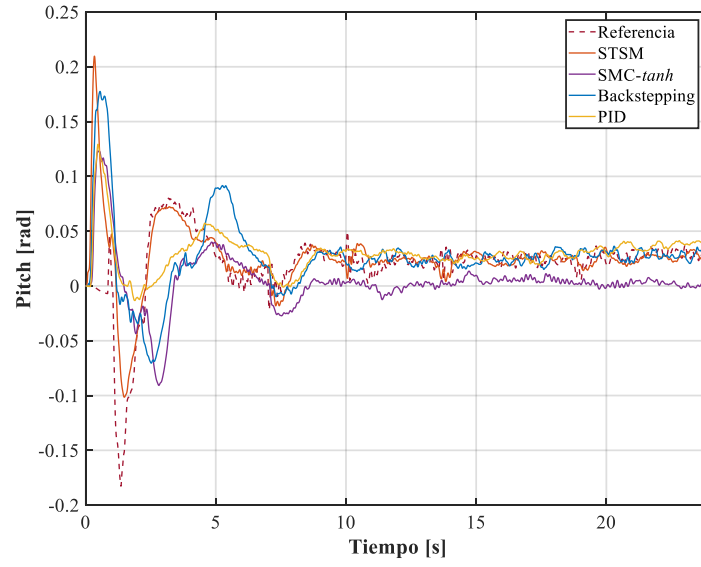


Figura 5.54 Seguimiento de Pitch en la prueba experimental (trayectoria lineal).

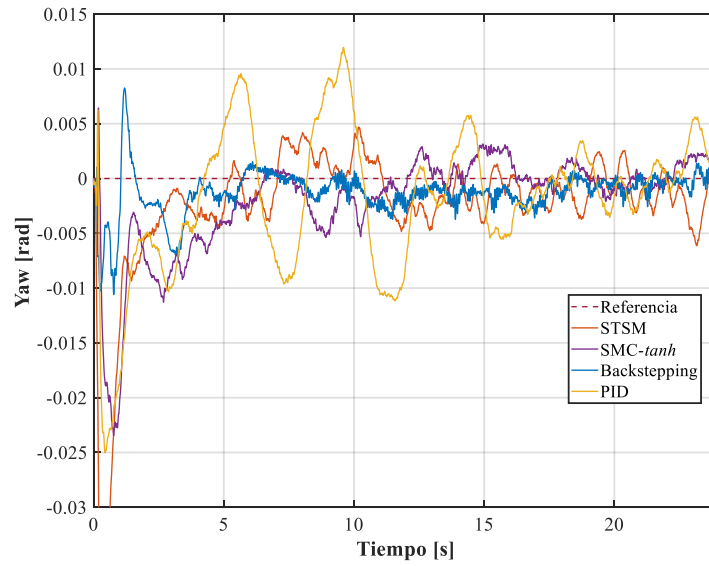


Figura 5.55 Seguimiento de Yaw en la prueba experimental (trayectoria lineal).

En las componentes de actitud, el controlador con mejor desempeño depende de cada ángulo. En *Pitch*, el PID presenta los valores de error más bajos ($MSE = 3.75e-4$, $RMSE = 0.0194$, $ISE = 0.0092$), superando al STSM y SMC-*tanh*. En *Yaw*, el control Backstepping muestra una clara superioridad, con $MSE = 5.44e-6$, $RMSE = 0.0023$ e $ISE = 5.80e-4$, siendo el controlador con menor error. En *Roll*, las diferencias son más equilibradas: el PID presenta

los menores errores, mientras que los demás controladores mantienen un desempeño intermedio.

En síntesis, para el seguimiento lineal experimental, el Backstepping es el controlador más preciso en z y Yaw . Los métodos basados en SMC presentan mejoras claras frente al PID en la componente z y un rendimiento intermedio en actitud.

Tabla 5-17 Métricas estadísticas en la prueba experimental de seguimiento de trayectoria lineal

Algoritmo	Variable	MSE	RMSE	ISE
STSM	z	0.011634	0.10786	0.29381
	Roll ϕ	0.0010268	0.032044	0.025932
	Pitch θ	0.00075804	0.027533	0.019144
	Yaw ψ	4.657e-05	0.0068242	0.0011761
SMC- $\tanh$	z	0.018879	0.1374	0.47773
	Roll ϕ	0.00082723	0.028762	0.020933
	Pitch θ	0.00050708	0.022519	0.012832
	Yaw ψ	2.3961e-05	0.004895	0.00060633
Backstepping	z	0.010608	0.10299	0.25809
	Roll ϕ	0.00030211	0.017381	0.0073504
	Pitch θ	0.0010675	0.032672	0.025971
	Yaw ψ	5.4393e-06	0.0023322	0.00013234
PID	z	0.024066	0.15513	0.58997
	Roll ϕ	0.00035431	0.018823	0.0086858
	Pitch θ	0.00037475	0.019358	0.009187
	Yaw ψ	4.4047e-05	0.0066368	0.0010798

5.3.4.2 Evaluación experimental en la trayectoria zigzag

La Figura 5.56 presenta el seguimiento experimental de la trayectoria zigzag, mostrando en a) la trayectoria en 2D y en b) su representación 3D. En general, los controladores siguen adecuadamente la referencia, aunque el SMC- $\tanh$ presenta desviaciones más amplias. Las Figuras Figura 5.57-Figura 5.59 muestran el comportamiento de los ángulos *Roll*, *Pitch* y *Yaw* frente a sus referencias. A diferencia de la simulación, donde la trayectoria se reproduce con alta precisión en el experimento se observa discrepancias derivadas dinámicas no modeladas.

Los resultados cuantitativos correspondientes a este escenario se presentan en la Tabla 5-18. En la componente z , el controlador Backstepping obtiene el mejor desempeño, con el MSE más bajo (0.00659), RMSE = 0.081 e ISE = 0.233, lo que refleja un seguimiento

sustancialmente más preciso que el PID, que presenta el mayor error (MSE = 0.0174, RMSE = 0.1317, ISE = 0.5866).

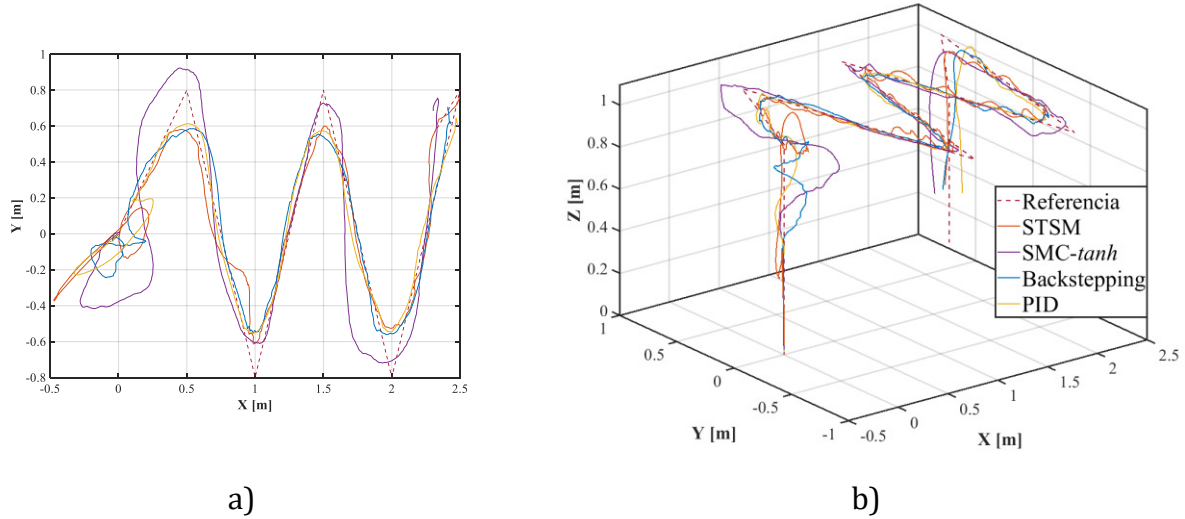


Figura 5.56 Resultados experimentales del seguimiento de trayectoria en zigzag: (a) 2D, (b) 3D.

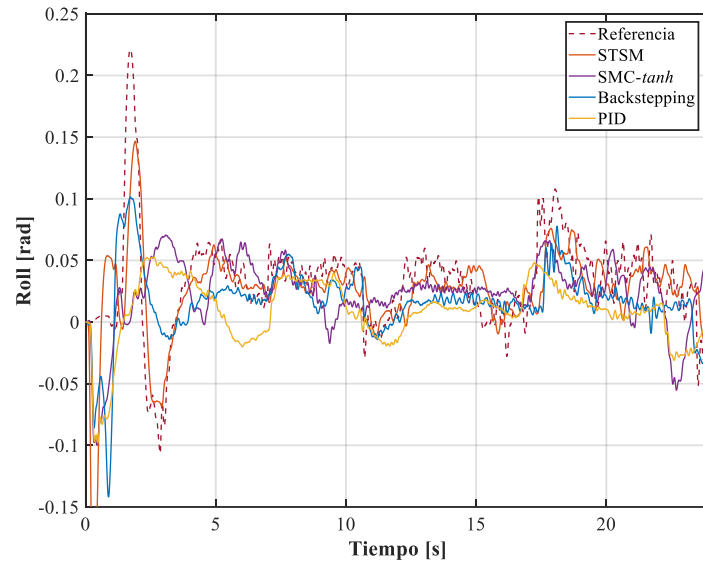


Figura 5.57 Seguimiento de Roll en la prueba experimental (trayectoria en zigzag).

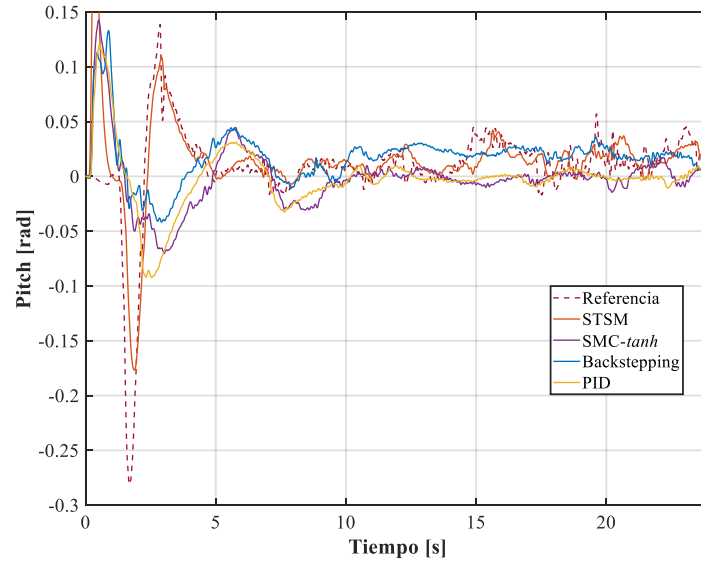


Figura 5.58 Seguimiento de Pitch en la prueba experimental (trayectoria en zigzag).

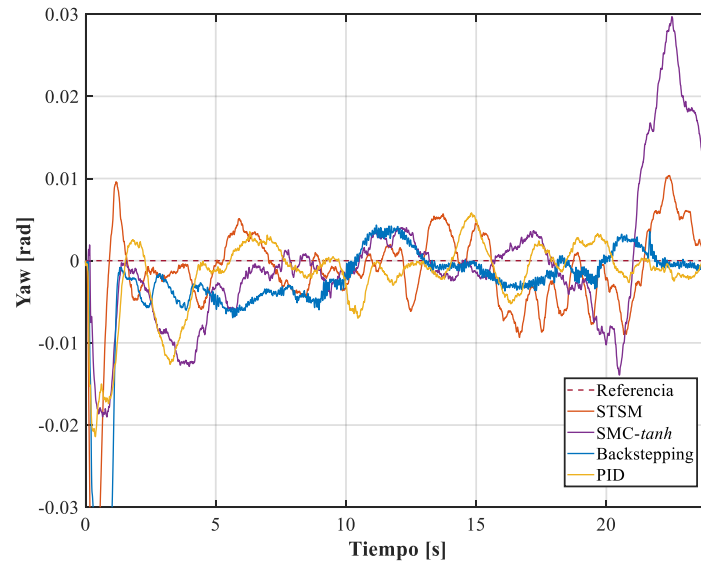


Figura 5.59 Seguimiento de Yaw en la prueba experimental (trayectoria en zigzag).

En el ángulo *Roll* el control Backstepping logra nuevamente los valores más bajos ($MSE = 5.22e-4$, $RMSE = 0.0229$), superando a STSM y SMC-*tanh*. De igual forma, para el ángulo *Pitch* el control Backstepping presenta el menor $MSE = 4.038e-4$ y $RMSE = 0.02009$; sin embargo, el control SMC-*tanh* muy cercano = 0.0201 y un ISE ligeramente inferior.

Por último, en *Yaw* el control PID registra el mejor comportamiento, con $MSE = 1.95e-5$ y $RMSE = 0.0044$. Los controladores STSM y SMC-*tanh* presentan mayores errores debido a la

variabilidad inducida por los cambios bruscos de dirección característicos de esta trayectoria.

En conjunto, los resultados indican que el control Backstepping es el controlador con mejor desempeño global en esta trayectoria, destacando especialmente en z , $Roll$ y $Pitch$. El SMC- $tanh$ muestra un rendimiento competitivo en $Pitch$. El STSM mantiene errores moderados, aunque no supera al control Backstepping en ninguna variable evaluada.

Tabla 5-18 Métricas estadísticas de los resultados experimentales en el seguimiento de trayectoria en zigzag.

Algoritmo	Variable	MSE	RMSE	ISE
STSM	z	0.010961	0.1047	0.36211
	Roll ϕ	0.0010875	0.032977	0.035925
	Pitch θ	0.00082283	0.028685	0.027182
	Yaw ψ	4.3547e-05	0.006599	0.0014386
SMC- $tanh$	z	0.012189	0.1104	0.40759
	Roll ϕ	0.0022535	0.047471	0.075356
	Pitch θ	0.0004559	0.021352	0.015245
	Yaw ψ	0.00012785	0.011307	0.0042753
Backstepping	z	0.0065866	0.081158	0.23201
	Roll ϕ	0.00052224	0.022853	0.018396
	Pitch θ	0.00040383	0.020096	0.014225
	Yaw ψ	3.6429e-05	0.0060357	0.0012832
PID	z	0.017354	0.13173	0.58656
	Roll ϕ	0.0076541	0.087488	0.25875
	Pitch θ	0.00065539	0.028852	0.017012
	Yaw ψ	1.9563e-05	0.004423	0.00066124

5.3.4.3 Evaluación experimental en la trayectoria cuadrada

La Figura 5.60 a) muestra la trayectoria 2D y la Figura 5.60 b) la trayectoria 3D obtenida en el seguimiento experimental de la trayectoria cuadrada. En ambas representaciones se observa que ningún controlador replica con precisión la referencia, y el análisis visual no permite identificar con claridad qué técnica ofrece el mejor desempeño. Por esta razón, las Figura 5.61 - Figura 5.63 presentan el seguimiento de los ángulos $Roll$, $Pitch$ y Yaw . No obstante, estas gráficas tampoco permiten distinguir con certeza un controlador superior, por lo que para obtener resultados certeros se realizan los cálculos de las métricas cuantitativas.

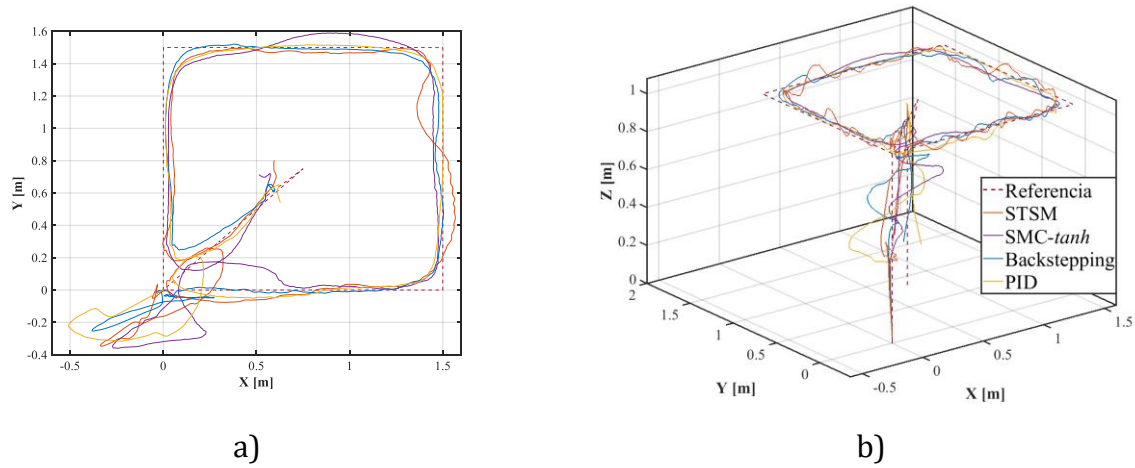


Figura 5.60 Resultados experimentales en el seguimiento de trayectoria cuadrada a) 2D y b) 3D.

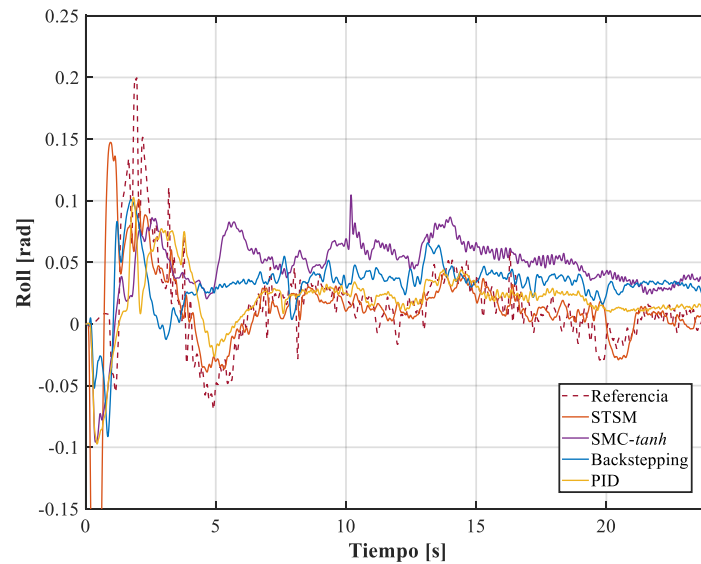


Figura 5.61 Seguimiento experimental de Roll en trayectoria cuadrada.

Los resultados experimentales correspondientes se presentan en la Tabla 5-19. En la componente z, el controlador Backstepping obtiene los errores más bajos ($MSE = 0.00718$, $RMSE = 0.0849$, $ISE = 0.2483$), logrando una reducción significativa respecto al PID, que muestra el peor desempeño ($MSE = 0.01736$, $RMSE = 0.1318$, $ISE = 0.6129$). El STSM también mejora de manera notable al PID, aunque sin alcanzar el rendimiento del Backstepping.

En las variables de actitud, Backstepping vuelve a destacar en Roll, con $MSE = 2.44e-4$, $RMSE = 0.0156$ e $ISE = 0.00843$, siendo el controlador más preciso en este eje. En *Pitch*, los

valores obtenidos por Backstepping, STSM y SMC- $\tanh$ son muy similares. Sin embargo, el control SMC- $\tanh$ obtiene las métricas de rendimiento menores.

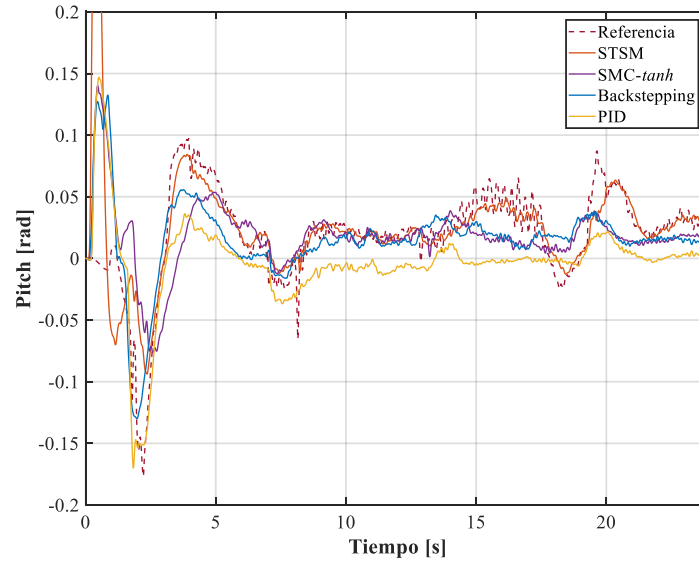


Figura 5.62 Seguimiento experimental de Pitch en trayectoria cuadrada.

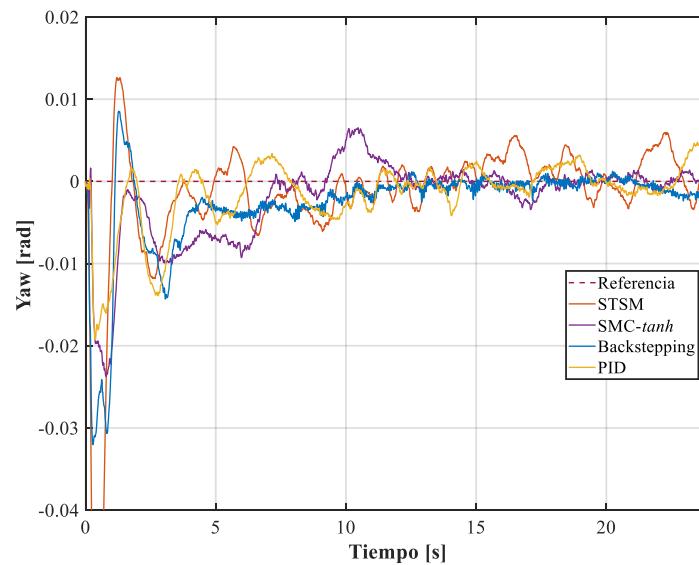


Figura 5.63 Seguimiento experimental de Yaw en trayectoria cuadrada.

En Yaw, el control PID muestra el mejor rendimiento, con $MSE = 1.5075e-5$ y $RMSE = 0.003882$, valores inferiores a los alcanzados por STSM, SMC- $\tanh$ y el control Backstepping.

En conjunto, para la trayectoria cuadrada el Backstepping presenta el rendimiento más consistente, logrando los valores mínimos en z y $Roll$, manteniendo errores reducidos en $Pitch$. El SMC- $\tanh$ se posiciona como la mejor alternativa en $Pitch$, mientras que el STSM muestra un rendimiento intermedio sin superar al control Backstepping en ninguna variable.

Tabla 5-19 Métricas estadísticas en la prueba experimental de seguimiento de trayectoria cuadrada.

Algoritmo	Variable	MSE	RMSE	ISE
STSM	z	0.0095303	0.097623	0.33947
	Roll ϕ	0.0018954	0.043536	0.067515
	Pitch θ	0.0014057	0.037492	0.050069
	Yaw ψ	6.797e-05	0.0082444	0.0024211
SMC- $\tanh$	z	0.012487	0.11175	0.44093
	Roll ϕ	0.00096276	0.031028	0.033995
	Pitch θ	0.00041671	0.020413	0.014714
	Yaw ψ	2.231e-05	0.0047233	0.00078775
Backstepping	z	0.007182	0.084747	0.24832
	Roll ϕ	0.00024388	0.015616	0.008432
	Pitch θ	0.00046727	0.021616	0.016156
	Yaw ψ	2.7871e-05	0.0052793	0.00096363
PID	z	0.017357	0.13175	0.61297
	Roll ϕ	0.00046212	0.021497	0.01632
	Pitch θ	0.00058438	0.024174	0.020638
	Yaw ψ	1.5075e-05	0.0038826	0.00053237

5.3.4.4 Evaluación experimental en la trayectoria infinito

Durante el seguimiento experimental de la trayectoria en forma de infinito, el UAV Parrot Mambo presentó una advertencia al cargar el código, indicando que la cantidad de puntos que conforman la trayectoria excedía la capacidad de memoria del UAV. Por esta razón, los datos experimentales se obtuvieron mediante simulación en tiempo real y no desde la memoria interna del UAV. La Figura 5.64 a) muestra la trayectoria 2D obtenida, mientras que la Figura 5.64 b) presenta su representación 3D. Debido a las limitaciones del hardware y a la complejidad de esta trayectoria, ningún controlador logra seguir el perfil de referencia con precisión; en particular, se observa desviaciones en las zonas donde la dirección cambia de manera brusca.

Las Figura 5.65 - Figura 5.67 muestran las respuestas temporales de $Roll$, $Pitch$ y Yaw frente a sus referencias. En $Roll$ se observa un pico inicial asociado al despegue y al acoplamiento del controlador, seguido de oscilaciones moderadas alrededor de la referencia.

Estas variaciones reflejan las exigencias laterales del patrón infinito. En el ángulo *Pitch* se presenta un sobreimpulso inicial y posteriormente una fase estacionaria donde las señales convergen hacia la referencia, con fluctuaciones asociadas a los segmentos de aceleración y desaceleración. Para el ángulo *Yaw* la dinámica es más estable, dado que la trayectoria no exige grandes variaciones en este ángulo. Todos los controladores siguen adecuadamente la referencia constante, con diferencias mínimas en la suavidad de la señal.

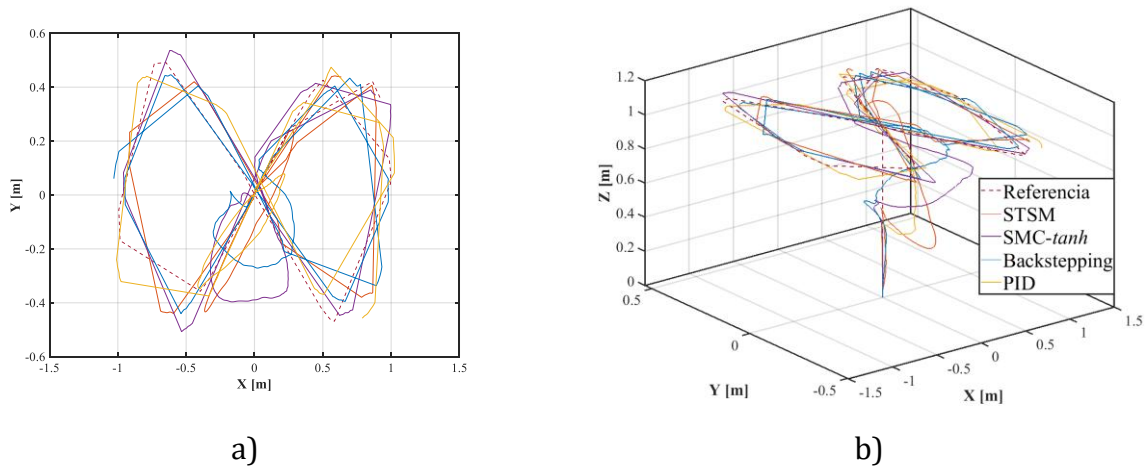


Figura 5.64 Resultados experimentales en el seguimiento de trayectoria en infinito a) 2D y b) 3D

Las métricas de error obtenidas se presentan en la Tabla 5-20. En la componente *z*, el mejor desempeño corresponde al control Backstepping ($MSE = 0.026053$, $RMSE = 0.16141$), sin embargo, tiene un ISE más elevado a lo largo del tiempo que el STSM. Por otro lado, para *Roll* el PID obtiene el menor MSE ($7.01e-4$). El control Backstepping presenta un RMSE ligeramente menor que SMC-*tanh* y STSM en esta variable.

Para *Pitch* el SMC-*tanh* obtiene los valores de errores menores ($MSE = 0.00138$, $RMSE = 0.0721$ y $ISE = 0.05287$). Para *Yaw* todos los controladores presentan errores reducidos, aunque el control Backstepping obtiene las mejores métricas ($MSE = 7.23e-5$, $RMSE = 0.0085$), sin embargo acumula mayor error a lo largo del tiempo que el STSM y el PID.

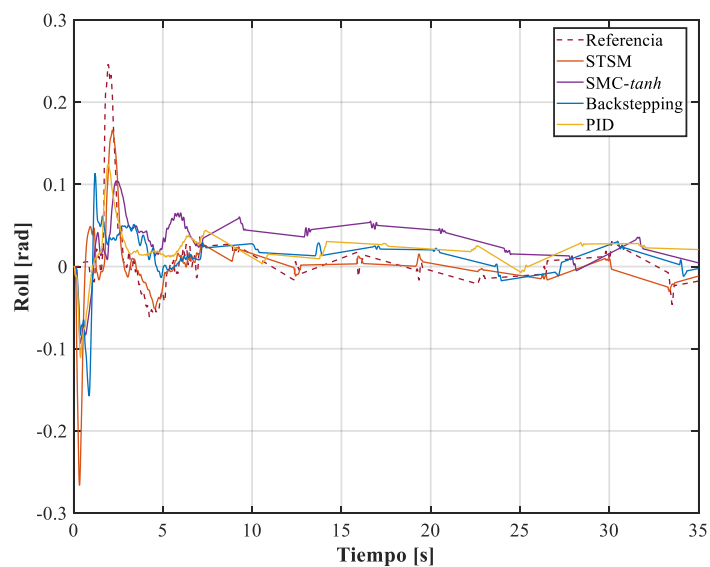


Figura 5.65 Seguimiento de Roll en la trayectoria en infinito.

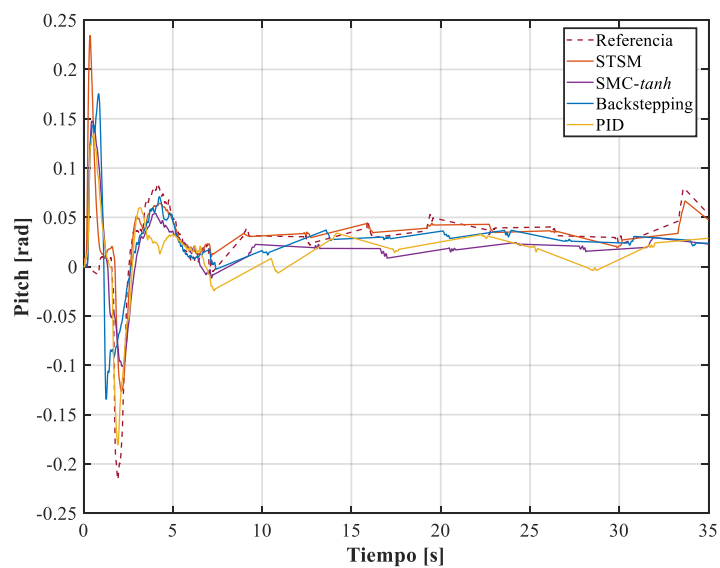


Figura 5.66 Seguimiento de Pitch en la trayectoria en infinito.

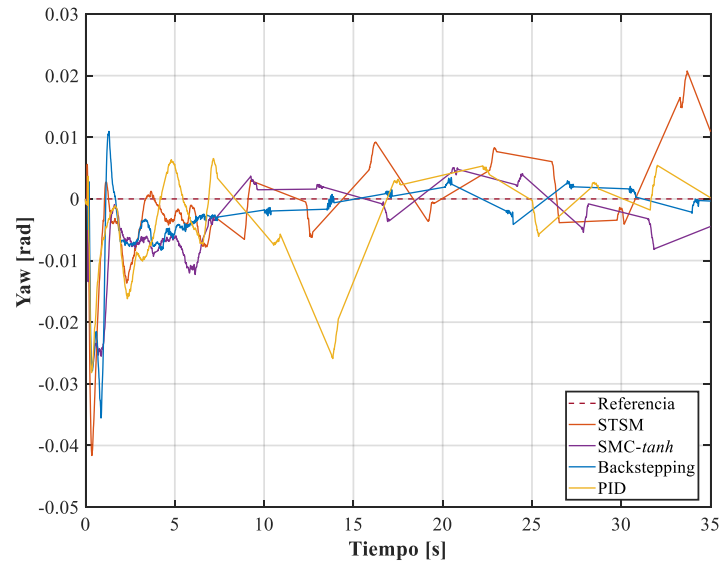


Figura 5.67 Seguimiento de Yaw en la trayectoria en infinito.

En conjunto, los resultados muestran que el control Backstepping mantiene un desempeño sólido en las variables de actitud, especialmente en *Pitch* y *Yaw*, mientras que el STSM presenta el mejor rendimiento en la componente vertical *z*. El SMC-*tanh* obtiene valores intermedios en todas las variables, y el PID muestra nuevamente el mayor error acumulado, particularmente en *z*, lo que confirma sus limitaciones ante trayectorias con cambios de dirección más exigentes.

Tabla 5-20 Métricas estadísticas en la prueba experimental del seguimiento de trayectoria en infinito.

Algoritmo	Variable	MSE	RMSE	ISE
STSM	<i>z</i>	0.029504	0.17177	1.0908
	Roll ϕ	0.0022179	0.047094	0.082002
	Pitch θ	0.0019733	0.044422	0.072959
	Yaw ψ	8.1686e-05	0.009038	0.0030202
SMC- <i>tanh</i>	<i>z</i>	0.042222	0.20548	1.6117
	Roll ϕ	0.0027021	0.051982	0.10314
	Pitch θ	0.0013852	0.037218	0.052873
	Yaw ψ	8.8491e-05	0.009407	0.0033778
Backstepping	<i>z</i>	0.026053	0.16141	1.1726
	Roll ϕ	0.0018097	0.04254	0.081449
	Pitch θ	0.0020141	0.044879	0.090652
	Yaw ψ	7.2382e-05	0.0085078	0.0032577
PID	<i>z</i>	0.05548	0.23554	2.1647
	Roll ϕ	0.00076056	0.027578	0.029675
	Pitch θ	0.001599	0.039987	0.06239
	Yaw ψ	7.9495e-05	0.008916	0.0031017

6 Conclusiones

El presente trabajo de investigación tuvo como propósito evaluar y comparar el desempeño del UAV Parrot Mambo FPV bajo distintas técnicas de control no lineal, particularmente el control Backstepping y el SMC en sus variantes *sign*, *tanh* y Super Twisting STSM, considerando escenarios tanto de simulación como experimentales. A partir del análisis realizado, los resultados permiten concluir de manera consistente que el controlador Backstepping es el esquema con mejor desempeño global, al presentar mayor estabilidad, precisión y robustez en la mayoría de las variables y escenarios evaluados, mientras que el controlador STSM destaca particularmente en el control de altitud. En contraste, los controladores PID y SMC-*sign* mostraron los resultados menos favorables, evidenciando limitaciones importantes ante escenarios dinámicos, perturbaciones externas y trayectorias complejas.

En los escenarios de simulación, el controlador Backstepping obtuvo de manera sistemática los valores más bajos de error en la dinámica de actitud, con reducciones de hasta 82 % en MSE para *Roll* y 28 % en MSE para *Yaw*, además de tiempos de establecimiento inferiores a 1 s en múltiples trayectorias. En el seguimiento de referencias fijas y variables, tanto el Backstepping como el STSM mostraron una rápida convergencia; sin embargo, este último alcanzó los mejores resultados en la componente vertical *z*, con reducciones aproximadas del 87 % en MSE frente al PID en la trayectoria en forma de infinito, y del 83 % en MSE e ISE en la trayectoria lineal. Por su parte, el SMC-*tanh* presentó un menor nivel de chattering y un rendimiento intermedio, aunque sin superar de manera consistente al control Backstepping.

Si bien los resultados numéricos evidencian que el STSM ofrece un desempeño competitivo, especialmente en el control de altitud, durante la implementación experimental se observó que tanto el STSM como el SMC-*sign* generan una conmutación elevada en la señal

de control, la cual se manifiesta directamente en los motores del UAV mediante ruido audible y movimientos anómalos. Este comportamiento puede comprometer la integridad mecánica y operativa del vehículo, motivo por el cual el SMC-*sign* fue excluido de las pruebas de seguimiento de trayectorias tridimensionales.

En conjunto, los resultados obtenidos permiten validar la hipótesis planteada en esta investigación, la cual establece que la aplicación de la técnica Backstepping para el control de actitud y altitud del UAV Parrot Mambo permite obtener un mejor rendimiento en comparación con la técnica de Modos Deslizantes. La evidencia experimental y en simulación demuestra que el control Backstepping ofrece un comportamiento más robusto, estable y consistente, especialmente en tareas de seguimiento tridimensional y control de actitud, superando de manera global a las variantes del SMC evaluadas.

El STSM se posiciona como la mejor alternativa para el control de altitud, aunque presenta limitaciones prácticas asociadas al chattering en la señal de control. El SMC-*tanh* representa una opción viable y más suave, con un desempeño intermedio, mientras que el PID y el SMC-*sign* presentan restricciones importantes para aplicaciones que demandan alta precisión, robustez y confiabilidad.

Finalmente, el uso combinado de MATLAB/Simulink y el UAV Parrot Mambo FPV demostró ser una plataforma altamente útil y eficiente para el desarrollo, implementación y validación de controladores no lineales. Este entorno permitió realizar simulaciones de alta fidelidad, generar código automáticamente e implementar estrategias de control avanzadas sin requerir laboratorios o infraestructura especializada. Su accesibilidad, reproducibilidad y capacidad de integración de modelos dinámicos, estimadores y hardware real lo convierten en una herramienta idónea para investigación aplicada, docencia y prototipado en el ámbito de los vehículos aéreos no tripulados.

Apéndice A Instalación y configuración del paquete de soporte para el UAV Parrot Mambo en Simulink

La configuración del UAV Parrot con el ordenador requiere la instalación del paquete *Simulink Support Package for Parrot Minidrones*, disponible en el sitio web de *Mathworks* (ver Figura A.1):

<https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/63318-simulink-support-package-for-parrot-minidrones>.



Figura A.1 Paquete Simulink Support Package for Parrot Minidrones disponible para Matlab/Simulink.

Una vez instalada la librería, desde la pestaña de Home de Matlab se despliega el menú *Add-Ons* (Figura A.2) y se selecciona *Manage Add-Ons*. En la ventana mostrada (Figura A.3), de acceder a la configuración del paquete mediante el icono de engrane.

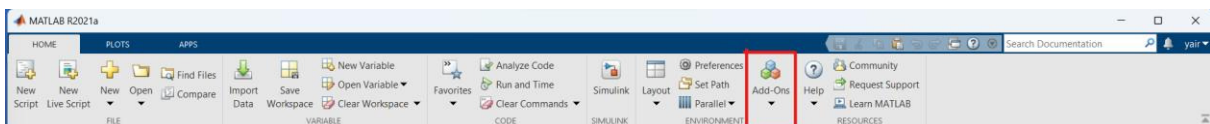


Figura A.2 Acceso al menú Add - Ons.



Figura A.3 Ventana de configuración del paquete Simulink Support Package for Parrot Minidrones.

Al iniciar el asistente (Figura A.4), se presentan los requisitos necesarios para la configuración, entre ellos contar con un adaptador Bluetooth compatible con tecnología CSR y conectar el UAV a la computadora mediante un cable USB – micro USB. Tras establecer la conexión, se selecciona Next, lo que muestra la detección del UAV (Figura A.5).

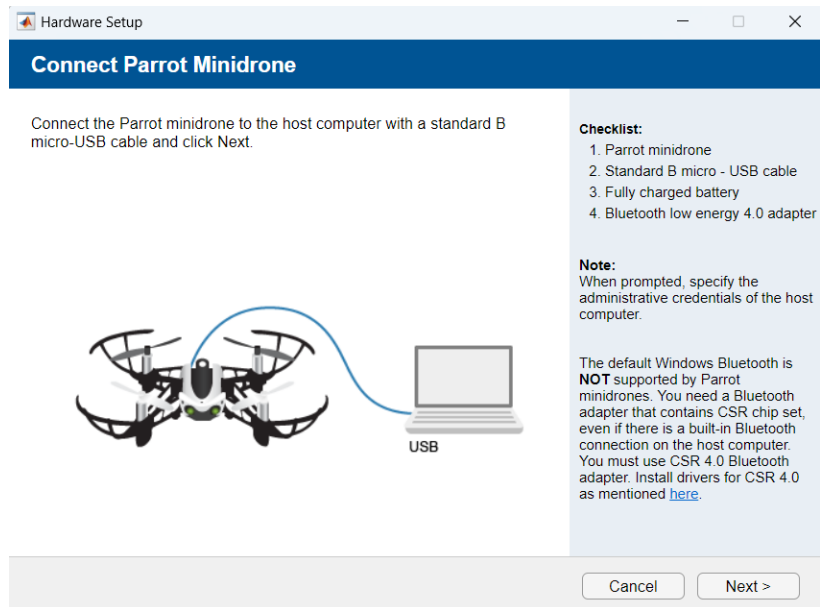


Figura A.4 etapa inicial del asistente de configuración del UAV Parrot Mambo.

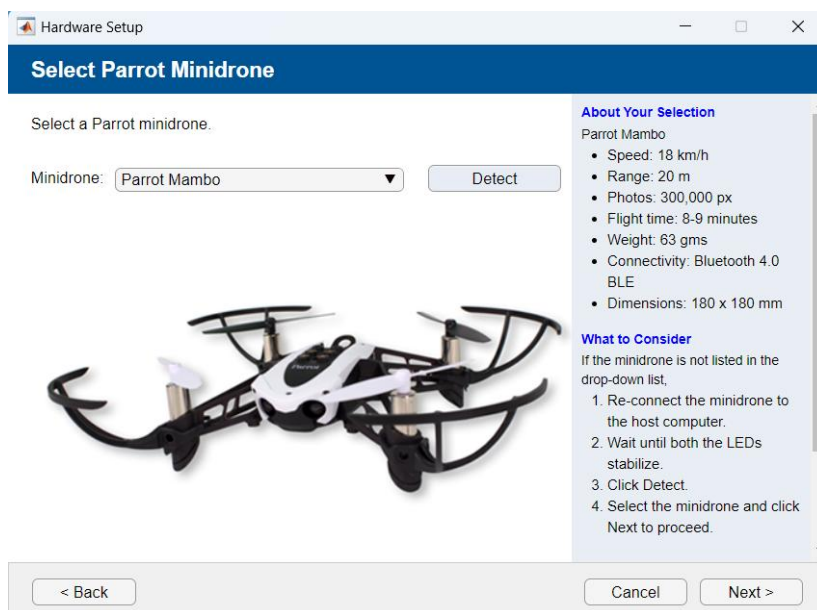


Figura A.5 Confirmación de la conexión del UAV mediante cable USB-micro USB.

Al continuar, el asistente inicia el procedimiento para actualizar el firmware del UAV (Figura A.6). Se solicita desconectar el UAV, tras lo cual los LEDs comienzan a parpadear. Inicialmente se muestra una luz naranja durante algunos segundos (Figura A.7 a)). Posteriormente el proceso finaliza cuando los indicadores parpadean en color verde durante aproximadamente diez segundos (Figura A.7 b)).

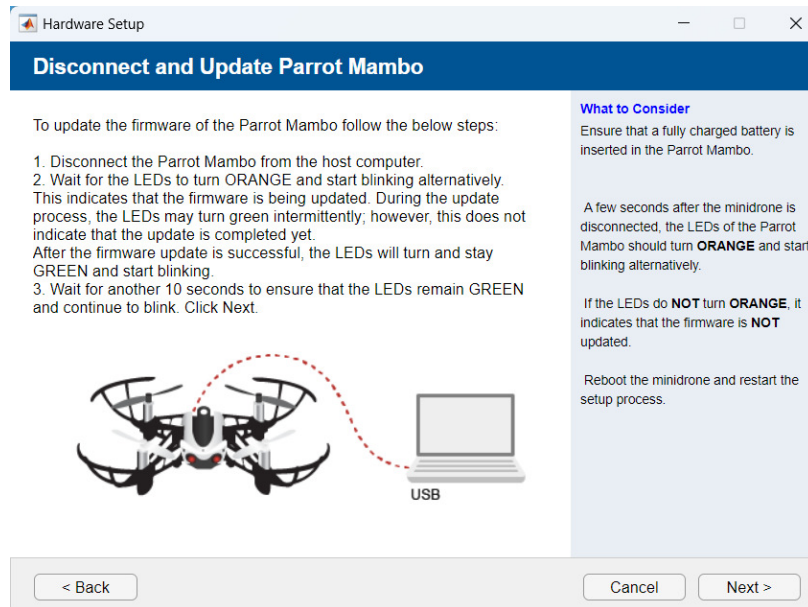


Figura A.6 Indicaciones del asistente para la actualización del firmware del UAV.



a)



b)

Figura A.7 Estado de los indicadores LED del dron Parrot Mambo durante la actualización del firmware.

La ventana siguiente (Figura A.8) describe el procedimiento para establecer la conexión Bluetooth entre la PC y el UAV. Primero debe agregarse el UAV como dispositivo Bluetooth y, posteriormente, unirse a la red de área personal generada por el UAV, como se muestra en la Figura A.9.

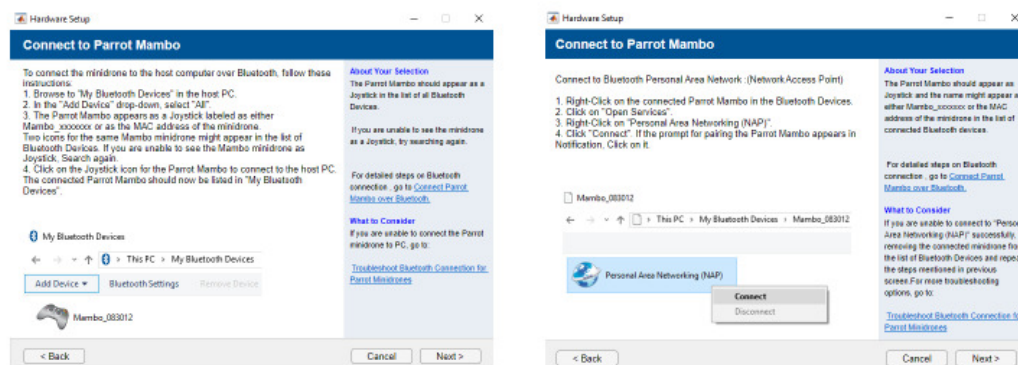


Figura A.8 Instrucciones para establecer la conexión Bluetooth entre la PC y el UAV.



Figura A.9 Conexión del PC a la red de área personal (PAN) generada por el UAV.

Una vez realizada la conexión, se regresa a MATLAB y se selecciona Test Connection (Figura A.10) para verificar la comunicación. Si la prueba es exitosa, se muestra la ventana de la Figura A.11, evidenciando que el dron está preparado para recibir controladores generados desde Simulink.

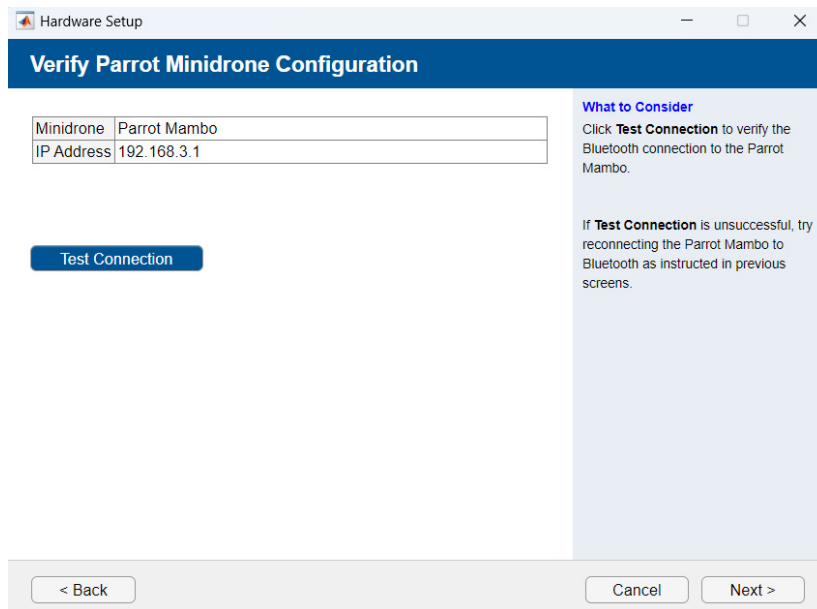


Figura A.10 Verificación de la conexión Bluetooth entre MATLAB y el UAV.

Finalmente, al seleccionar Next, aparece la ventana de la Figura A.12, donde se confirma que el proceso de configuración ha concluido. Al presionar Finish, el UAV queda habilitado para su uso en MATLAB/Simulink.

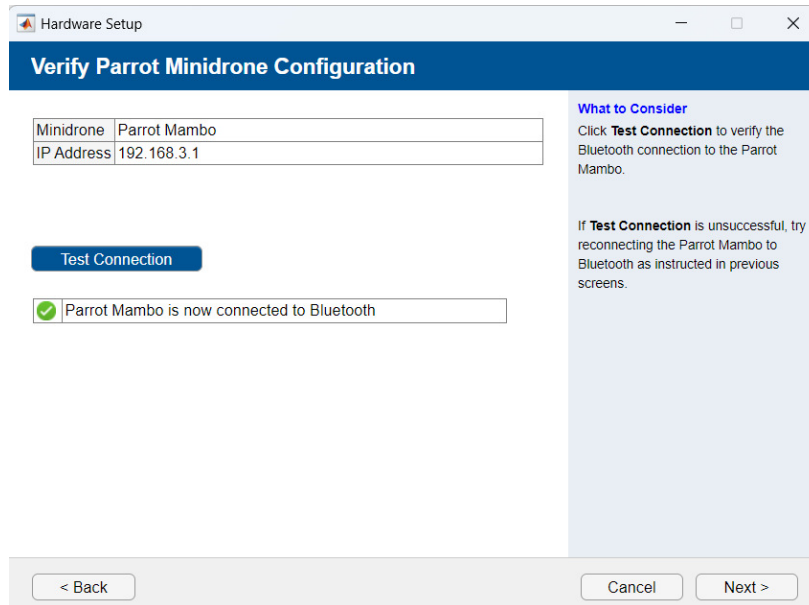


Figura A.11 Confirmación de conexión exitosa entre MATLAB y el UAV Parrot Mambo.

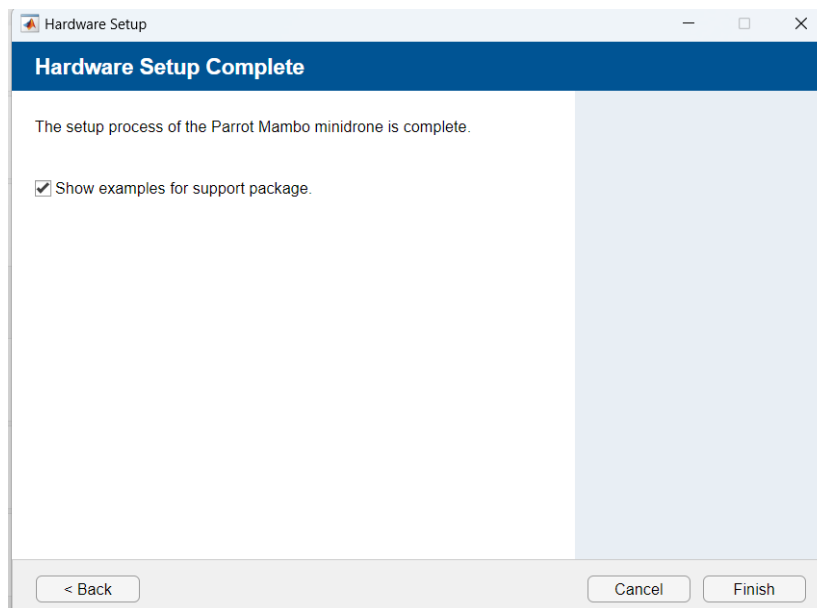


Figura A.12 Confirmación de finalización del proceso de configuración del UAV para su uso en MATLAB/Simulink.

Cargar código de vuelo al UAV y obtención de datos de vuelo

Una vez que el programa de Simulink ha sido validado correctamente en simulación y no presenta errores, puede cargarse al entorno físico. Con el proyecto abierto en Simulink, se debe acceder a la pestaña *Project Shortcuts* y seleccionar la opción *Set Mambo Model* (Figura

A.13), la cual configura el modelo dinámico y las variables de acuerdo con las características del UAV Parrot Mambo.

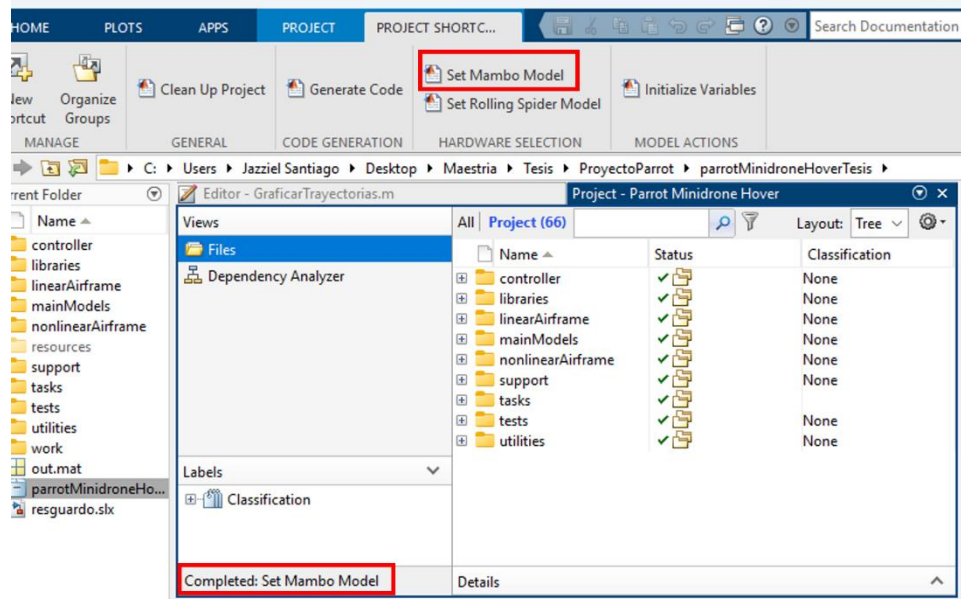


Figura A.13 Configuración del modelo de Simulink para el UAV Parrot Mambo.

Se recomienda utilizar como referencia alguno de los ejemplos incluidos en la librería, debido a que estos ya contienen la estructura necesaria para la simulación y la implementación. Posteriormente, en Simulink se debe dar clic derecho sobre el modelo de referencia *flightControlSystem* y seleccionar *Open As Top Model* (Figura A.14), lo que permite abrirlo en una ventana independiente.

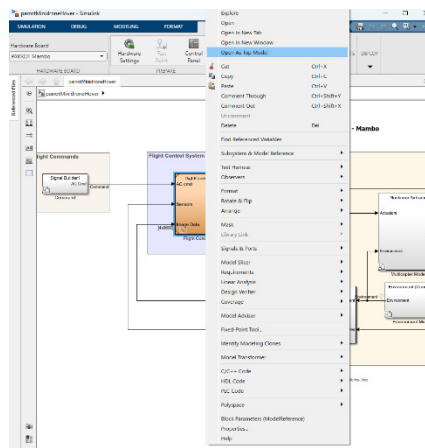


Figura A.14 Configuración del modelo *flightcontrolsystem*.

Después, se debe acceder a la pestaña de *Hardware* y seleccionar *Hardware Settings*, lo que despliega la ventana mostrada en la Figura A.15. En esta sección es indispensable configurar lo siguiente:

- *Hardware board*: Parrot Mambo
- *Target hardware resources > External mode > Comunicación interface*: TCP/IP
- Verbose: activado
- *Advances parameters*: habilitar *Use Simulink Coder features* y/o *Use Embedded Coder features*.

Estos ajustes permiten configurar el modelo en Modo externo, habilitando la comunicación en tiempo real entre Simulink y el UAV.

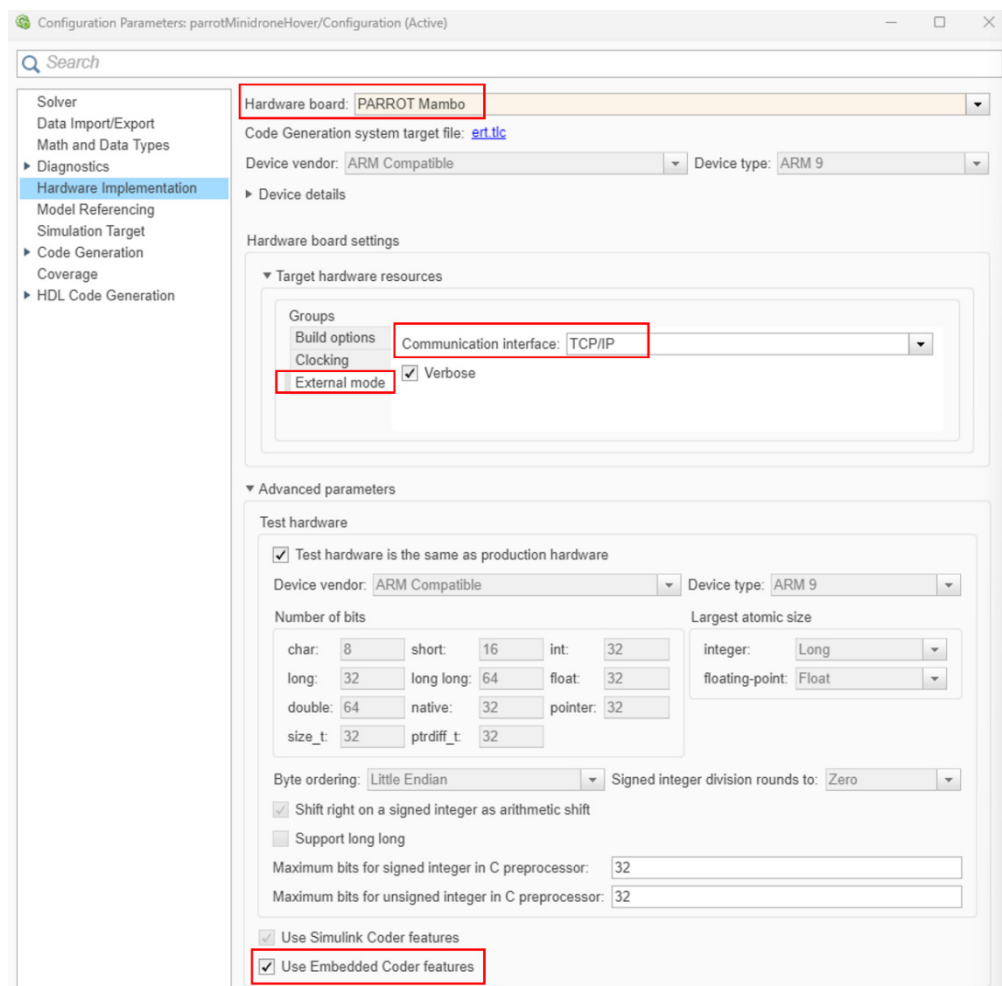


Figura A.15 Configuración del hardware para cargar el código al UAV.

El siguiente paso consiste en iniciar la ejecución mediante *Monitor & Tune* (ver Figura A.16). Esta acción inicia la carga automática del código en el UAV (Figura A.17). Una vez

completado el proceso, aparece el panel de control mostrado en la (Figura A.18), desde el cual es posible ajustar la potencia de los motores mediante la barra deslizante, seleccionar el tiempo de ejecución y, finalmente, iniciar el vuelo presionando Start.

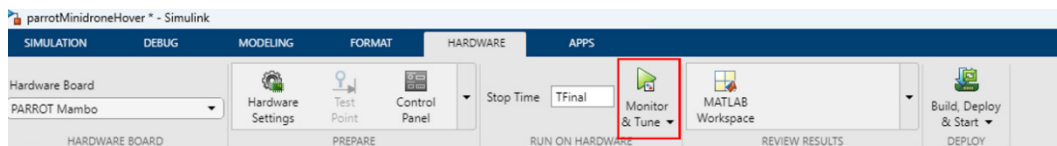


Figura A.16 Ventana para iniciar la carga de código al UAV Parrot Mambo.



Figura A.17 Visualización del proceso de carga del código al UAV Parrot Mambo.

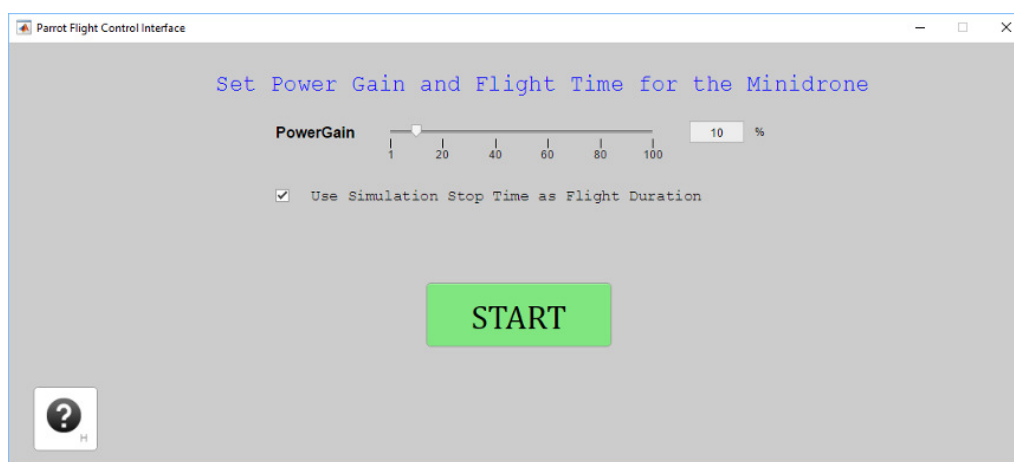


Figura A.18 Panel de control para iniciar la ejecución del código en el UAV.

La ejecución en modo externo permite visualizar en tiempo real las variables de interés mediante *scopes* y *displays* utilizados habitualmente en Simulink, sin necesidad de generar archivos adicionales. Un ejemplo de esta visualización se muestra en la Figura A.19.

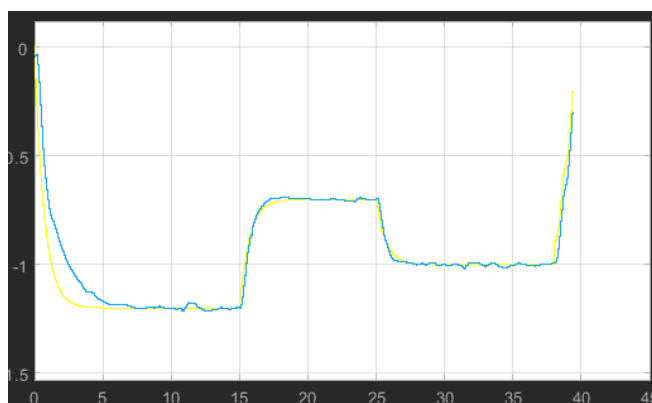


Figura A.19 Visualización de señales durante la ejecución en modo externo.

Durante la prueba, la ejecución puede detenerse de forma inmediata seleccionando *Stop* en el panel de control del UAV Figura A.20.



Figura A.20 Panel de control de vuelo durante la ejecución del código.

Una vez finalizada la ejecución del código, se muestra el mensaje *Flight Completed*, tras lo cual es posible descargar los archivos de vuelo en el directorio seleccionado desde Matlab, como se aprecia en la Figura A.21. El archivo *MAT File* contiene los registros de vuelo con extensión *.mat*, los cuales se guardan en la carpeta de trabajo y se puede procesarse según las necesidades Figura A.22.

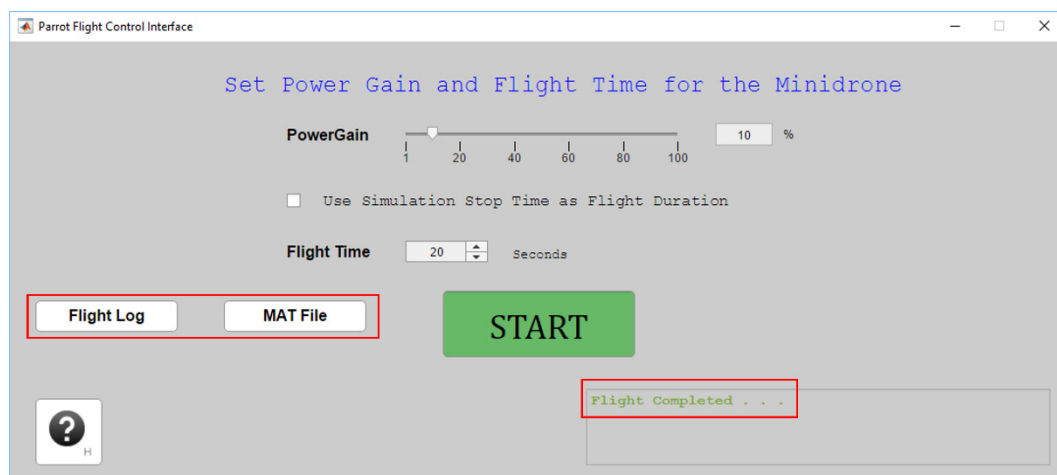


Figura A.21 Interfaz para descargar los datos de vuelo del UAV.

	Name	Size	Date Modified
Folder			
	flightControlSystem_ert...		05-07-2017 16:14
	slprj		05-07-2017 16:13
MAT-file			
	RSdata.mat	1.82 MB	05-07-2017 17:28
Text Document			
	droneFlight.txt	446 KB	05-07-2017 17:27

Figura A.22 Datos de vuelo descargados en la carpeta actual de Matlab.

Referencias

- Abdillah, M., Mellouli, E. M., & Haidi, T. (2024). A new intelligent controller based on integral sliding mode control and extended state observer for nonlinear MIMO drone quadrotor. *International Journal of Intelligent Networks*, 5, 49–62. <https://doi.org/10.1016/J.IJIN.2024.01.005>
- Ahn, H., Hu, M., Chung, Y., & You, K. (2023). Sliding-Mode Control for Flight Stability of Quadrotor Drone Using Adaptive Super-Twisting Reaching Law. *Drones* 2023, Vol. 7, Page 522, 7(8), 522. <https://doi.org/10.3390/DRONES7080522>
- Antonio-Toledo, M. E., Sanchez, E. N., Alanis, A. Y., Flórez, J. A., & Perez-Cisneros, M. A. (2018). Real-Time Integral Backstepping with Sliding Mode Control for a Quadrotor UAV. *IFAC*, 51(13), 549–554. <https://doi.org/10.1016/J.IFACOL.2018.07.337>
- Austin, R. (2010). Unmanned Aircraft Systems: UAVS Design, Development and Deployment. *Unmanned Aircraft Systems: UAVS Design, Development and Deployment*. <https://doi.org/10.1002/9780470664797>
- Bachmann, R. J., Boria, F. J., Vaidyanathan, R., Ifju, P. G., & Quinn, R. D. (2009). A biologically inspired micro-vehicle capable of aerial and terrestrial locomotion. *Mechanism and Machine Theory*, 44(3), 513–526. <https://doi.org/10.1016/J.MECHMACHTHEORY.2008.08.008>
- Bentarzi, H., Zohra Dekhandji, F., Saibi, A., Boushaki, R., & Belaidi, H. (2022). Backstepping Control of Drone. *Engineering Proceedings 2022*, Vol. 14, Page 4, 14(1), 4. <https://doi.org/10.3390/ENGPROC2022014004>
- Bouadi, H., Bouchoucha, M., & Tadjine, M. (2007). Sliding Mode Control Based on Backstepping Approach for an UAV Type-Quadrotor. *World Academy of Science, Engineering and Technology, International Journal of Mechanical, Aerospace, Industrial, Mechatronic and Manufacturing Engineering*.

- Cai, G., Dias, J., & Seneviratne, L. (2023). Survey of Small-Scale Unmanned Aerial Vehicles: Recent Advances and Future Development Trends. *Unmanned Systems: Best of 10 Years*, 101–125. <https://doi.org/10.1142/S2301385014300017>
- Cárdenas, J. A., Carrero, U. E., Camacho, E. C., & Calderón, J. M. (2022). Optimal PID ϕ axis Control for UAV Quadrotor based on Multi-Objective PSO. *IFAC*, 55(14), 101–106. <https://doi.org/10.1016/J.IFACOL.2022.07.590>
- Cavoukian, A. (2012). *Privacy and drones: Unmanned aerial vehicles*.
- Chai, T., & Draxler, R. R. (2014). Root mean square error (RMSE) or mean absolute error (MAE). *Geoscientific Model Development*, 7(3), 1247–1250. <https://doi.org/10.5194/GMD-7-1247-2014>,
- ¿Cuál es la función del sensor ultrasónico de altura AGL en un UAS? - Daily Drones. <https://dailydrones.net/drones/cual-es-la-funcion-del-sensor-ultrasonico-de-altura-agl-en-un-uas/>
- Cuellar, S., Mojica, P., Medina, C., & garcia, carlos. (2015). *DRONES VEHÍCULOS AÉREOS NO TRIPULADOS, Y SUS SISTEMAS DE COMUNICACIÓN*.
- Essential Regression Evaluation Metrics: MSE, RMSE.* <https://farshadabdulazeez.medium.com/essential-regression-evaluation-metrics-mse-rmse-mae-r%C2%B2-and-adjusted-r%C2%B2-0600daa1c03a>
- Galiński, C., & Zbikowski, R. (2007). Materials challenges in the design of an insect like flapping wing mechanism based on a four-bar linkage. *Materials & Design*, 28(3), 783–796. <https://doi.org/10.1016/J.MATDES.2005.11.019>
- González Muñoz, G. (2006). Sensado inercial en 3D, utilizando giroscopios, para la navegación de un vehículo autónomo-Edición Única. *Exploraciones, Intercambios y Relaciones Entre El Diseño y La Tecnología*, 57–79. <https://doi.org/10.16/CSS/JQUERY.DATATABLES.MIN.CSS>

- Gupta, S. G., Ghonge, Dr. M., & Jawandhiya, P. M. (2013). Review of Unmanned Aircraft System (UAS). *SSRN Electronic Journal*. <https://doi.org/10.2139/SSRN.3451039>
- Haddad, W. M., & Chellaboina, V. (2019). Nonlinear Dynamical Systems and Control. *Nonlinear Dynamical Systems and Control*. <https://doi.org/10.2307/J.CTVCM4HWS>
- Hassanalian, M., & Abdelkefi, A. (2017). Classifications, applications, and design challenges of drones: A review. *Progress in Aerospace Sciences*, 91, 99–131. <https://doi.org/10.1016/J.PAEROSCI.2017.04.003>
- Huang, T., & Huang, D. (2020). Backstepping control for a quadrotor unmanned aerial vehicle. *Proceedings - 2020 Chinese Automation Congress, CAC 2020*, 2475–2480. <https://doi.org/10.1109/CAC51589.2020.9326765>
- Informe de tendencias, participación y tamaño del mercado de drones comerciales 2030*. (n.d.). Retrieved October 19, 2023, from <https://www.grandviewresearch.com/industry-analysis/global-commercial-drones-market>
- Jayakrishnan, H. J. (2016). Position and Attitude control of a Quadrotor UAV using Super Twisting Sliding Mode. *IFAC*, 49(1), 284–289. <https://doi.org/10.1016/J.IFACOL.2016.03.067>
- Joshi, M., & Akre, A. (2015). Comparative effectiveness of Static Stretch and Proprioceptive Neuromuscular Facilitation (PNF) Stretch on Hamstring Flexibility in Young Adult Females. *Indian Journal of Physiotherapy and Occupational Therapy - An International Journal*, 9(3), 216. <https://doi.org/10.5958/0973-5674.2015.00126.4>
- Kada, B., Munawar, K., Shaikh, M. S., Hussaini, M. A., & Al-Saggaf, U. M. (2016). UAV Attitude Estimation Using Nonlinear Filtering and Low-Cost Mems Sensors. *IFAC-PapersOnLine*, 49(21), 521–528. <https://doi.org/10.1016/J.IFACOL.2016.10.655>
- Kadhim, E. H., & Abdulsadda, A. T. (2022). Mini Drone Linear and Nonlinear Controller System Design and Analyzing. *Journal of Robotics and Control (JRC)*, 3(2), 212–218. <https://doi.org/10.18196/JRC.V3I2.14180>

- Kadhim, E. H., & Abdulsadda, A. T. (2023). Improving the Size of the Propellers of the Parrot Mini-Drone and an Impact Study on its Flight Controller System. *International Journal of Robotics and Control Systems*, 3(2), 171–186. <https://doi.org/10.31763/IJRCS.V3I2.933>
- Kaplan, M. R., Eraslan, A., Beke, A., & Kumbasar, T. (2019). Altitude and Position Control of Parrot Mambo Minidrone with PID and Fuzzy PID Controllers. *ELECO 2019 - 11th International Conference on Electrical and Electronics Engineering*, 785–789. <https://doi.org/10.23919/ELECO47770.2019.8990445>
- Khalil, W., & Dombre, E. (2004). *Modeling, identification and control of robots*.
- Kim, H., Ahn, H., Chung, Y., & You, K. (2023). Quadrotor Position and Attitude Tracking Using Advanced Second Order Sliding Mode Control for Disturbance. *Mathematics* 2023, Vol. 11, Page 4786, 11(23), 4786. <https://doi.org/10.3390/MATH11234786>
- Kokotović, P., & Arcak, M. (2001). Constructive nonlinear control: a historical perspective. *Automatica*, 37(5), 637–662. [https://doi.org/10.1016/S0005-1098\(01\)00002-4](https://doi.org/10.1016/S0005-1098(01)00002-4)
- Kokotović, P. V. (1992). The Joy of Feedback: Nonlinear and Adaptive. *IEEE Control Systems*, 12(3), 7–17. <https://doi.org/10.1109/37.165507>
- Krstić, M., Sun, J., & Kokotović, P. V. (1996). Robust control of nonlinear systems with input unmodeled dynamics. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 41(6), 913–920. <https://doi.org/10.1109/9.506250>
- Kumar, V., Rana, K. P. S., Azar, A. T., & Vaidyanathan, S. (2020). Backstepping controller for nonlinear active suspension system. In *Backstepping Control of Nonlinear Dynamical Systems*. Elsevier. <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-817582-8.00021-0>
- Labbadi, M., Chatri, C., Boubaker, S., & Kamel, S. (2023). Fixed-Time Controller for Altitude/Yaw Control of Mini-Drones: Real-Time Implementation with Uncertainties. *Mathematics* 2023, Vol. 11, Page 2703, 11(12), 2703. <https://doi.org/10.3390/MATH11122703>

- Levant, A. (2003). Higher-order sliding modes, differentiation and output-feedback control. *International Journal of Control*, 76(9–10), 924–941. <https://doi.org/10.1080/0020717031000099029;CTYPE:STRING:JOURNAL>
- Liu, J. (2017). Sliding mode control using MATLAB. In *Sliding Mode Control Using MATLAB*. Elsevier Inc. <http://www.sciencedirect.com:5070/book/9780128025758/sliding-mode-control-using-matlab>
- Lotfazar, A., & Eghtesad, M. (2007a). Application and comparison of passivity-based and integrator backstepping control methods for trajectory tracking of rigid-link robot manipulators incorporating motor dynamics. *International Journal of Robotics and Automation*, 22(3), 196–205. <https://doi.org/10.2316/JOURNAL.206.2007.3.206-2922>
- Lotfazar, A., & Eghtesad, M. (2007b). Application and comparison of passivity-based and integrator backstepping control methods for trajectory tracking of rigid-link robot manipulators incorporating motor dynamics. *International Journal of Robotics and Automation*, 22(3), 196–205. <https://doi.org/10.2316/JOURNAL.206.2007.3.206-2922>
- Lu, C. H., Hwang, Y. R., & Shen, Y. T. (2010). Backstepping Sliding-Mode Control for a Pneumatic Control System. *Http://Dx.Doi.Org/10.1243/09596518JSCE992*, 224(6), 763–770. <https://doi.org/10.1243/09596518JSCE992>
- Mantz, R. J. (2021). *Control por modos deslizantes*. <https://digital.cic.gba.gob.ar/handle/11746/10822>
- McGriffy, D. (2016). *Make: drones : teach an arduino to fly: First Edition*.
- Mohamed, A., Abdulrahim, M., Watkins, S., & Clothier, R. (2016). Development and Flight Testing of a Turbulence Mitigation System for Micro Air Vehicles. *Journal of Field Robotics*, 33(5), 639–660. <https://doi.org/10.1002/ROB.21626>
- Mohd Basri, M. A., Husain, A. R., & Danapalasingam, K. a. (2015). Intelligent adaptive backstepping control for MIMO uncertain non-linear quadrotor helicopter systems.

Transactions of the Institute of Measurement and Control, 37(3), 345–361.
<https://doi.org/10.1177/0142331214538900>

Moreno, J. A. (2009). A linear framework for the robust stability analysis of a generalized super-twisting algorithm. *2009 6th International Conference on Electrical Engineering, Computing Science and Automatic Control, CCE 2009*.
<https://doi.org/10.1109/ICEEE.2009.5393477>

Noordin, A., Basri, M. A. M., & Mohamed, Z. (2019). Sliding mode control for altitude and attitude stabilization of quadrotor UAV with external disturbance. *Indonesian Journal of Electrical Engineering and Informatics (IJEI)*, 7(2), 203–210.
<https://doi.org/10.11591/IJEI.V7I2.1149>

Noordin, A., Basri, M. A. M., & Mohamed, Z. (2020). Simulation and experimental study on PID control of a quadrotor MAV with perturbation. *Bulletin of Electrical Engineering and Informatics*, 9(5), 1811–1818. <https://doi.org/10.11591/EEI.V9I5.2158>

Noordin, A., Basri, M. A. M., & Mohamed, Z. (2021). Sliding Mode Control with Tanh Function for Quadrotor UAV Altitude and Attitude Stabilization. *Lecture Notes in Mechanical Engineering*, 471–491. https://doi.org/10.1007/978-981-16-0866-7_41

Noordin, A., Mohd Basri, M. A., & Mohamed, Z. (2023). Adaptive PID Control via Sliding Mode for Position Tracking of Quadrotor MAV: Simulation and Real-Time Experiment Evaluation. *Aerospace* 2023, Vol. 10, Page 512, 10(6), 512.
<https://doi.org/10.3390/AEROSPACE10060512>

Okasha, M., Kralev, J., & Islam, M. (2022a). Design and Experimental Comparison of PID, LQR and MPC Stabilizing Controllers for Parrot Mambo Mini-Drone. *Aerospace*, 9(6), 298.
<https://doi.org/10.3390/AEROSPACE9060298/S1>

Okasha, M., Kralev, J., & Islam, M. (2022b). Design and Experimental Comparison of PID, LQR and MPC Stabilizing Controllers for Parrot Mambo Mini-Drone. *Aerospace*, 9(6), 298.
<https://doi.org/10.3390/AEROSPACE9060298/S1>

- Optical Flow with Parrot Minidrones.* (n.d.). Retrieved February 7, 2025, from https://la.mathworks.com/help/simulink/supportpkg/parrot Ug/optical-flow-with-parrot-minidrones.html?utm_source=chatgpt.com
- Parrot Mambo Fly - Drone - LDLC | ¡Musericordia!* (n.d.). Retrieved February 5, 2025, from <https://www.ldlc.com/es-es/ficha/PB00235716.html>
- Parrot Mambo FPV, análisis. Review con características, precio y especificaciones.* (n.d.). Retrieved February 5, 2025, from <https://www.xataka.com/analisis/parrot-mambo-fpv-analisis-el-dron-mas-divertido-para-volar-sin-miedo>
- Petricca, L., Ohlckers, P., & Grinde, C. (2011). Micro- and Nano-Air Vehicles: State of the Art. *International Journal of Aerospace Engineering*, 2011(1), 214549. <https://doi.org/10.1155/2011/214549>
- Pressure sensor designed for altitude tracking in drones.* (n.d.). Retrieved February 7, 2025, from <https://www.electronicsspecifier.com/products/sensors/pressure-sensor-designed-for-altitude-tracking-in-drones>
- Prieto, P. J., Cazarez-Castro, N. R., Aguilar, L. T., & Espinoza, D. T. (2015, October 15). *Estudio de métodos de reducción de chattering en modos deslizantes*. Congreso Nacional de Control Automático, Cuernavaca, Morelos, México. https://www.researchgate.net/publication/282981301_Estudio_de_metodos_de_reduccion_de_chattering_en_modos_deslizantes
- Schneider, K. R. (1982). Carr, J., Applications of Centre Manifold Theory. Applied Mathematical Sciences 35. Berlin-Heidelberg-New York, Springer-Verlag 1981. XII, 142 S., DM 32,-. US \$ 14.60. ISBN 3-540-90577-4. *ZAMM - Journal of Applied Mathematics and Mechanics / Zeitschrift Für Angewandte Mathematik Und Mechanik*, 62(10), 571–571. <https://doi.org/10.1002/ZAMM.19820621019>
- Scola, I. R., Reyes, G. A. G., Carrillo, L. R. G., Hespanha, J. P., & Burlion, L. (2021). A Robust Control Strategy with Perturbation Estimation for the Parrot Mambo Platform. *IEEE*

- Transactions on Control Systems Technology*, 29(4), 1389–1404.
<https://doi.org/10.1109/TCST.2020.3020783>
- Setting Up the Control Problem / Drone Simulation and Control, Part 1 - MATLAB & Simulink*.
 (n.d.). Retrieved February 8, 2025, from https://la.mathworks.com/videos/drone-simulation-and-control-part-1-setting-up-the-control-problem-1539323440930.html?s_tid=abt_vid_pers_rec_s_nonen
- Shtessel, Y., Edwards, C., Fridman, L., & Levant, A. (2014). Sliding mode control and observation. *Sliding Mode Control and Observation*, 1–356.
<https://doi.org/10.1007/978-0-8176-4893-0/COVER>
- Taame, A., Lachkar, I., & Abouloifa, A. (2022). Modeling of an unmanned aerial vehicle and trajectory tracking control using backstepping approach. *IFAC-PapersOnLine*, 55(12), 276–281. <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2022.07.324>
- Tafreshi, M., Shafieenejad, A., & Nikkhah, A. (2014). Open-Loop and Closed-Loop Optimal Guidance Policy for Samarai Aerial Vehicle with Novel Algorithm to Consider Wind Effects. *International Journal of Engineering and Technical Research (IJETR)*, 2(12).
- Utkin, V., Guldner, J., & Shi, J. (2017). Sliding mode control in electro-mechanical systems, second edition. *Sliding Mode Control in Electro-Mechanical Systems, Second Edition*, 1–485. <https://doi.org/10.1201/9781420065619>
- Valenciaga, F. (2001). *Control de estructura variable en sistemas híbridos de generación de energía*. <https://doi.org/10.35537/10915/1359>
- Vergouw, B., Nagel, H., Bondt, G., & Custers, B. (2016). *Drone Technology: Types, Payloads, Applications, Frequency Spectrum Issues and Future Developments*. 21–45.
https://doi.org/10.1007/978-94-6265-132-6_2
- Wahyuadnyana, K. D., & Darwito, P. A. (2022). Parallel Control System PD-SMCNN for Robust Autonomous Mini-Quadcopter. *2022 International Seminar on Intelligent Technology*

and Its Applications: Advanced Innovations of Electrical Systems for Humanity, ISITIA 2022 - Proceeding, 244–249. <https://doi.org/10.1109/ISITIA56226.2022.9855371>

Watts, A. C., Ambrosia, V. G., & Hinkley, E. A. (2012). Unmanned Aircraft Systems in Remote Sensing and Scientific Research: Classification and Considerations of Use. *Remote Sensing* 2012, Vol. 4, Pages 1671-1692, 4(6), 1671–1692. <https://doi.org/10.3390/RS4061671>

Watts, A. C., Perry, J. H., Smith, S. E., Burgess, M. A., Wilikinson, B. E., Szantoi, Z., & Percival, H. F. (2010). Small Unmanned Aircraft Systems for Low-Altitude Aerial Surveys. *The Journal of Wildlife Management*, 74(7), 1614–1619. <https://doi.org/10.1111/J.1937-2817.2010.TB01292.X>

Zheng, E. H., Xiong, J. J., & Luo, J. L. (2014). Second order sliding mode control for a quadrotor UAV. *ISA Transactions*, 53(4), 1350–1356. <https://doi.org/10.1016/J.ISATRA.2014.03.010>