



**Universidad Tecnológica de la Mixteca**  
División de estudios de posgrado

**CONTROL DE VELOCIDAD DE UN MOTOR DE  
INDUCCIÓN TRIFÁSICO ALIMENTADO VÍA  
PANELES FOTOVOLTAICOS**

Tesis para obtener el grado de:  
**Maestro en Electrónica, Opción: Sistemas  
Inteligentes Aplicados**

Presenta:

**Ing. Rodrigo Lescas Hernández**

Director de Tesis:

**Dr. Jesús Linares Flores**

Co-Director de Tesis:

**Dr. Richard Jacinto Márquez Contreras**

Asesor de Tesis:

**Dr. Carlos García Rodríguez**

Huajuapán de León Oaxaca, Marzo de 2017

---



Tesis presentada en Marzo de 2017  
ante los siguientes sinodales:

Dr. Carlos García Rodríguez

Dr. Edgardo Yescas Mendoza

Dr. Marco Antonio Contreras Ordáz

**Director de tesis:**

Dr. Jesús Linares Flores

**Co-Director de tesis:**

Dr. Richard Jacinto Márquez Contreras



*Con cariño para:  
Mis padres, Rodrigo y Alicia  
Mis hermanos, Cesar y Estela  
A mi novia, Mayra  
Y a mi pequeña sobrina Samara*



# Agradecimientos

A mis padres Rodrigo Lescas Gómez y Alicia Hernández Díaz, por aconsejarme y mostrarme el mejor camino a seguir. Ustedes han estado incondicionalmente apoyándome en todos los aspectos durante mi vida académica, y por ello es a quienes quiero agradecer principalmente. Sé que eh tenido a los mejores padres, que sin duda han sabido equilibrar los momentos divertidos con las responsabilidades. Creí en una familia con fuertes lazos y gran cariño, gracias por darme una familia excepcional.

A mis hermanos, con los cuales eh vivido los mejores momentos. Con Estela Lescas Hernández pasé muchos momentos de locura, gracias. Con César Lescas Hernández he pasado momentos muy fuertes que en mí han creado un sentido de protección y respeto hacia ti, gracias hermano.

A mi novia Mayra Palma Silva, que es una de las pocas personas que me ha llegado a conocer tanto. Sin duda has sido mi brazo derecho durante la maestría. El cariño que existe se basa en la admiración que tengo hacia ti y el amor que me has dado, gracias mi amor.

Al Dr. Jesús Linares Flores, por que fue una de las primeras personas que me motivó para estudiar la Maestría y me brindó su apoyo durante todo el posgrado.

Al Dr. Richard Márquez Contreras por su apoyo para realizar este trabajo y el conocimiento brindado que me fue de gran ayuda para concluir satisfactoriamente ésta investigación.

A mis sinodales el Dr. Marco Antonio Contreras Ordáz, el Dr. Carlos García Rodríguez y el Dr. Edgardo Yescas Mendoza, por su disposición para ayudarme en la realización de esta tesis.

También quiero agradecer a mis compañeros y amigos: Arturo Hernández Méndez, Julio Martínez Ramírez, Ivan García Hernández y Óscar Ramírez Cárdenas, porque durante el trayecto de esta maestría el apoyo fue mutuo y durante los trabajos realizados logramos buena sinergia.

Y finalmente quiero agradecer a las demás personas especiales: mi amiga Mariana Silva Velasco y a mis primos Francisco Lescas Hernández y Víctor Lescas Arreola por los buenos momentos y palabras de apoyo.

# Resumen

Este trabajo presenta un seguimiento del máximo punto de potencia (SMPP), usando un control basado en pasividad para un impulsor de velocidad de un motor de inducción trifásico. El arreglo en cascada del inversor y el convertidor CD-CD tipo elevador, son alimentados por un arreglo de paneles solares fotovoltaicos. La potencia promedio entrada-salida del convertidor elevador se regula a través del controlador de SMPP. Este controlador se basa en la técnica de control por retroalimentación de la salida pasiva del error exacto y un estimador algebraico para calcular la impedancia que existe entre el convertidor elevador y el inversor; de esta manera, se adapta este valor a las referencias deseadas del controlador (SMPP). Por otro lado, el controlador de seguimiento de velocidad del motor de inducción se basa en la técnica de control de campo orientado comandado por corrientes. Los resultados experimentales a baja velocidad, con y sin par de carga, son presentados para mostrar la efectividad y robustez de los dos esquemas de control propuestos.



# Índice general

Índice de figuras	VII
Índice de tablas	VIII
<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Estado del arte . . . . .	2
1.2. Planteamiento del problema . . . . .	3
1.3. Justificación . . . . .	4
1.4. Hipótesis . . . . .	4
1.5. Objetivos . . . . .	5
1.5.1. Objetivo general . . . . .	5
1.5.2. Objetivos específicos . . . . .	5
1.6. Metas . . . . .	5
1.7. Contenido . . . . .	6
<b>2. Motor de inducción</b>	<b>7</b>
2.1. Antecedentes de los motores de inducción . . . . .	7
2.2. Funcionamiento de un motor de inducción . . . . .	8
2.2.1. Construcción física . . . . .	8
2.2.2. Campo magnético giratorio . . . . .	9
2.3. Modelo del motor de inducción . . . . .	13
2.3.1. Modelo equivalente del circuito del motor de inducción en estado estacionario . . . . .	13
2.3.2. Modelo dinámico del motor . . . . .	14
2.3.3. Modelo en dq . . . . .	16
2.4. Obtención de parámetros . . . . .	19
<b>3. Panel solar fotovoltaico</b>	<b>25</b>
3.1. Antecedentes de los paneles fotovoltaicos . . . . .	25
3.2. Funcionamiento . . . . .	26
3.2.1. Corriente de circuito cerrado . . . . .	27
3.2.2. Voltaje de circuito abierto . . . . .	27
3.2.3. Efectos debido a variables ambientales . . . . .	28
3.3. Máximo punto de potencia . . . . .	29
3.3.1. Seguimiento del máximo punto de potencia . . . . .	29
3.3.2. Algoritmos para el seguimiento del máximo punto de potencia . . . . .	30

<b>4. Convertidor electrónico de potencia</b>	<b>32</b>
4.1. Antecedentes . . . . .	32
4.2. Introducción . . . . .	32
4.3. Tipos de convertidores . . . . .	33
4.4. Convertidor CD-CD . . . . .	34
4.5. Convertidor elevador . . . . .	35
4.6. Convertidor CD-CA . . . . .	37
4.7. Modulación por ancho de pulso . . . . .	37
<b>5. Diseño y simulaciones</b>	<b>39</b>
5.1. Control de campo orientado para regular la velocidad angular del motor de inducción . . . . .	39
5.1.1. Diseño del controlador . . . . .	39
5.1.2. Co-Simulación del control de campo orientado . . . . .	41
5.2. Control por retroalimentación de la salida pasiva del error exacto para el convertidor elevador . . . . .	44
5.2.1. Pasividad . . . . .	44
5.2.2. Control basado en pasividad de los convertidores de potencia CD-CD . . . . .	44
5.2.3. Control RSPEE del convertidor elevador . . . . .	46
5.2.4. Estimador algebraico de la impedancia de salida del convertidor . . . . .	48
5.2.5. Simulación del control por retroalimentación de la salida pasiva en el convertidor elevador . . . . .	49
<b>6. Plataforma y resultados experimentales</b>	<b>52</b>
6.1. Control de velocidad del motor de inducción . . . . .	52
6.1.1. Plataforma experimental . . . . .	52
6.1.2. Implementación del control de campo orientado . . . . .	57
6.1.3. Resultados experimentales del control de campo orientado . . . . .	60
6.2. Control por retroalimentación de la salida pasiva del error exacto . . . . .	64
6.2.1. Plataforma experimental . . . . .	64
6.2.2. Implementación del control del convertidor de seguimiento del máximo punto de potencia . . . . .	67
6.2.3. Resultados experimentales del control de seguimiento del máximo punto de potencia. . . . .	69
6.3. Control de velocidad de un motor de inducción trifásico alimentado vía paneles solares fotovoltaicos . . . . .	72
6.3.1. Plataforma experimental . . . . .	72
6.3.2. Resultados del control de velocidad de un motor de inducción trifásico alimentado vía paneles solares fotovoltaicos . . . . .	74
6.4. Análisis costo-beneficio del prototipo “Control de velocidad de un motor de inducción alimentado vía paneles fotovoltaicos”. . . . .	79
<b>7. Conclusiones y trabajo futuro</b>	<b>81</b>
7.1. Conclusiones . . . . .	81
7.2. Trabajo futuro . . . . .	82
<b>A. Modelo matemático del motor de inducción trifásico</b>	<b>83</b>

<b>B. Transformada de Clarke y Park</b>	<b>98</b>
B.1. Transformación de Clarke . . . . .	98
B.2. Transformación de Park . . . . .	99
<b>C. Artículos generados por este trabajo de investigación</b>	<b>101</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>114</b>

# Índice de figuras

1.1.	Sistema motor de inducción alimentado vía paneles solares fotovoltaicos.	3
2.1.	Estator y rotor de un motor de inducción.	8
2.2.	Devanados de un rotor jaula de ardilla.	9
2.3.	Colocación de las bobinas en un motor de inducción de dos polos.	9
2.4.	Corrientes trifásicas.	10
2.5.	Campos magnéticos y corrientes de fase en el estator I.	10
2.6.	Campos magnéticos y corrientes de fase en el estator II.	11
2.7.	Campos magnéticos y corrientes de fase en el estator III.	11
2.8.	Conductor cerrado dentro del campo magnético [37].	12
2.9.	Circuito equivalente del estado estable del motor de inducción.	13
2.10.	Diagrama de conexión de la prueba de CD.	19
2.11.	Prueba de CD. a) Valores $V_{dc}$ e $I_{dc}$ medidos b) Gráfica de las mediciones.	20
2.12.	Diagrama de conexión de la prueba de vacío.	21
2.13.	Curva de magnetización.	22
3.1.	Principio de las celdas solares.	26
3.2.	Circuito equivalente de la celda solar.	26
3.3.	Curva característica I-V.	27
3.4.	Efectos de la irradiación.	28
3.5.	Efectos de la temperatura.	28
3.6.	Máximo punto de potencia en a) Curva $I - V$ b) Curva $P - V$ .	29
3.7.	Seguimiento del máximo punto de potencia.	29
3.8.	Diagrama de flujo del método perturbación y observación.	30
3.9.	Diagrama de conductancia incremental.	31
3.10.	Herramienta PSIM Solar Module.	31
4.1.	Diagrama de un convertidor CD-CD en un sistema fotovoltaico.	34
4.2.	Convertidor elevador CD-CD tipo elevador.	35
4.3.	Estados de conmutación a) Modo 1 $u = 1$ b) Modo 2 $u = 0$ .	35
4.4.	Inversores a) trifásico b) monofásico.	37
4.5.	Señales de comparación para PWM.	37
4.6.	Señal modulada por ancho de pulso.	38
5.1.	Diagrama de la co-simulación del control de campo orientado.	42
5.2.	Gráfica de simulación a) Velocidad angular b) Error de velocidad.	42
5.3.	Gráfica de simulación del flujo magnético.	43
5.4.	Gráfica de simulación a) Corriente $i_d$ b) Corriente $i_q$ .	43
5.5.	Esquema del circuito en el ambiente PSIM.	49
5.6.	Gráfica de simulación a) Corriente $i_L$ b) Voltaje $v_p$ .	50

5.7.	Gráfica de simulación de la impedancia estimada $R_{Le}$ .	50
5.8.	Gráfica de simulación del voltaje de salida $v_C$ .	51
6.1.	Diagrama del inversor trifásico conectado al bus de CD y al motor.	52
6.2.	Fuente de alimentación empleada a) variac y b) rectificador.	53
6.3.	Inversor trifásico empleado en las pruebas experimentales.	53
6.4.	Sensores de corriente de efecto Hall.	54
6.5.	Motor Amk DV 4-1-4.	55
6.6.	Motor de inducción acoplado al dinamómetro de par de carga.	56
6.7.	Encoder óptico incremental acoplado al eje del motor AMK.	56
6.8.	Conexiones de entrada y salida en el dSPACE CLP1104.	57
6.9.	Algoritmo de la lectura de las corrientes de estator y cálculo de la velocidad angular del motor.	58
6.10.	Transformadas $abc - dq$ y $abc - \alpha\beta$ .	58
6.11.	Constantes y parámetros referentes al motor de inducción empleado.	59
6.12.	Trayectoria de referencia deseada de la velocidad angular y campo magnético.	59
6.13.	Implementación del control de campo orientado.	60
6.14.	Respuesta de velocidad angular.	61
6.15.	Error de seguimiento de velocidad angular.	61
6.16.	Par aplicado al eje del motor.	62
6.17.	Respuesta de estimación del flujo magnético.	62
6.18.	a) Respuesta de la corriente $i_d$ y b) Respuesta de la corriente $i_q$ .	63
6.19.	Respuesta de las corrientes en el estator del motor.	63
6.20.	Diagrama para el seguimiento del punto máximo de potencia.	64
6.21.	Paneles solares fotovoltaicos instalados.	64
6.22.	Convertidor elevador implementado.	65
6.23.	Conexiones de entrada y salida en la tarjeta TMS320F28335.	66
6.24.	Bloques de lectura de corriente $i_L$ y voltaje $v_C$ en PSIM.	67
6.25.	Diagrama de conexión para la comunicación serial.	67
6.26.	Bloques de implementación del estimador algebraico.	68
6.27.	Bloques de implementación del controlador del convertidor elevador para el seguimiento del máximo punto de potencia.	68
6.28.	Salida del control hacia un PWM de la tarjeta.	69
6.29.	Respuesta de a) Voltaje de entrada $v_p$ y b) Corriente en el inductor $i_L$ .	70
6.30.	Valor estimado de la impedancia de salida del convertidor elevador.	70
6.31.	Respuesta del voltaje de salida del convertidor, $v_C$ .	71
6.32.	Acoplamiento de impedancias.	71
6.33.	Diagrama general del sistema completo.	72
6.34.	Sistema para el control de velocidad de un motor de inducción trifásico alimentado vía paneles solares fotovoltaicos.	73
6.35.	Respuesta de seguimiento de velocidad angular del motor de inducción.	74
6.36.	Error de velocidad angular del motor de inducción.	75
6.37.	Par aplicado al eje del motor.	75
6.38.	Respuesta del flujo magnético del motor de inducción.	76
6.39.	Respuesta del voltaje de entrada del convertidor elevador $v_p$ .	76
6.40.	Respuesta de la corriente en el inductor $i_L$ .	77

6.41. Valor estimado de la impedancia de carga del convertidor elevador, $R_{Le}$ . . . . .	77
6.42. Respuesta del voltaje de salida del convertidor elevador, $v_C$ . . . . .	78
6.43. Potencia consumida por el sistema. . . . .	78
A.1. Vista de la sección transversal del estator fase 1. . . . .	83
A.2. Vista desarrollada del devanado de estator de la fase 1. . . . .	83
A.3. Fases de estator sinusoidalmente enrolladas. (a) Fase 1 del estator. (b) Fase 2 del estator. . . . .	84
A.4. Devanados del estator en conexión estrella. . . . .	85
A.5. Devanados del rotor en conexión estrella. . . . .	85
A.6. Conexión estrella de los devanados de estator. . . . .	90
B.1. Transformada de Clarke. . . . .	98
B.2. Transformada de Park. . . . .	99

# Índice de tablas

2.1. Valores medidos en la prueba de vacío. . . . .	21
2.2. Valores medidos en la prueba de rotor bloqueado. . . . .	23
2.3. Resumen de los parámetros del motor AMK DV 4-1-4. . . . .	24
6.1. Componentes del inversor trifásico. . . . .	54
6.2. Características motor AMK DV 4-1-4. . . . .	55
6.3. Parámetros del control de velocidad angular del motor. . . . .	60
6.4. Parámetros nominales del panel solar. . . . .	65
6.5. Parámetros del convertidor elevador. . . . .	66
6.6. Condiciones de operación del panel solar. . . . .	69
6.7. Parámetros de operación. . . . .	74
6.8. Inversión del sistema. . . . .	79
6.9. Datos para calcular el periodo de recuperación. . . . .	80

# Capítulo 1

## Introducción

Las energías renovables son energías limpias que contribuyen a cuidar el medio ambiente provenientes de fuentes naturales inagotables, por mencionar algunas: el sol, el viento, el agua, biomasa, etc. La fuente de energía renovable con mayor participación en la producción de electricidad mundial es la hidráulica con un 18.2 % de la producción total, seguida por la eólica y la biomasa [1]. Sin embargo en años recientes la energía solar fotovoltaica ha tenido el mayor crecimiento con respecto a las demás fuentes renovables, volviéndose una solución competitiva y una fuente atractiva de inversión. Esto se debe a diversas razones, como la reducción de los costos de producción; la instalación en sitio, evitando las pérdidas de potencia por distribución, pero sobre todo a la flexibilidad de las instalaciones, ya que pueden ser ubicadas en los techos a distintas escalas. No se requieren grandes inversiones en comparación con las plantas hidráulicas o los generadores eólicos, haciendo de los sistemas fotovoltaicos la opción más viable para reducir el costo de la electricidad consumida en los servicios públicos, la industria o el hogar.

En México menos del 17 % de energía que se produce proviene de fuentes renovables. No obstante, el gobierno federal tiene como meta que para el año 2024, el 35 % de electricidad provenga de fuentes limpias. Dentro de este marco la energía solar tiene una de las mejores expectativas, ya que es uno de los cinco países con mayor atractivo para proyectos fotovoltaicos gracias a su ubicación geográfica que permite una captación de irradiación solar de  $5\text{KWh/m}^2$  [2], [3].

Las máquinas o motores eléctricos son dispositivos que hacen uso de la electricidad para realizar alguna tarea mecánica. Actualmente, los encontramos en todos los sectores consumidores de electricidad, notablemente en el hogar, el comercio, servicios públicos, sector agrícola y el sector industrial. En donde el motor más común es el motor de inducción, debido a que es simple, robusto, confiable, de fácil mantenimiento y de bajo costo. Sin embargo, estos dispositivos son grandes consumidores de electricidad. Por ejemplo en la industria aproximadamente el 61 % de la demanda de energía se debe a los motores eléctricos, tienen tal impacto que en México existen normas de eficiencia para los motores de inducción monofásicos y trifásicos emitidas por la Comisión Nacional para el Uso Eficiente de la Energía para motores de inducción (CONUEE) [4],[5].

Relacionado con el uso eficiente de los motores, se encuentra el control de máquinas eléctricas utilizado para tareas de arranque, protección contra daños, cambio de giro etc. También es utilizado en aplicaciones de brazos robóticos o vehículos eléctricos, en donde se emplea el control de posición o velocidad, por ello el diseño de



controladores para motores de inducción es un área de investigación esencial; ya que es uno de los mejores motores para uso en aplicaciones industriales por su eficiencia, confiabilidad, capacidad de sobre carga y bajo mantenimiento entre otras características [6], [7].

Este trabajo propone el análisis, diseño e implementación de un sistema de control de seguimiento de velocidad angular de un motor de inducción, en donde el propulsor eléctrico (inversor fuente de voltaje) es alimentado a través de paneles solares fotovoltaicos. El sistema abordará un control de seguimiento del punto máximo de potencia, con la finalidad de que, por medio de un convertidor CD-CD tipo elevador, se capte y transfiera la potencia eléctrica de una manera eficiente de los paneles solares al propulsor eléctrico que acciona al motor de inducción.

El comportamiento del motor de inducción, se modela mediante las ecuaciones diferenciales, que describen el comportamiento dinámico y permite el diseño de una ley de control de seguimiento de velocidad angular. Las corrientes de estator y la velocidad del rotor se miden para hacer la retroalimentación en el lazo de control. Las variables tales como las corrientes en el rotor y el flujo magnético utilizadas en el modelo completo de este motor, no pueden ser medidas de manera directa por lo que se utilizan estimadores que aproximan su comportamiento [8].

En los sistemas fotovoltaicos, mantener un voltaje de salida constante provoca pérdidas de potencia, debido a que su punto de operación máximo depende de las condiciones ambientales, principalmente de la temperatura y de la irradiación solar, para regular el voltaje y corriente se emplea un convertidor CD-CD. Al igual que el motor es modelado matemáticamente, su objetivo es el seguimiento del punto máximo de potencia entregado por los paneles solares bajo cualquier condición [9].

## 1.1. Estado del arte

Los sistemas fotovoltaicos producen una significativa suma de electricidad alrededor del mundo. La tecnología fotovoltaica será capaz de cubrir una gran demanda de consumo, debido a su sencilla implementación y avances de investigación realizados en las celdas solares. Los esquemas eficientes para la obtener el máximo punto de potencia son esenciales, existen un gran numero de trabajos relacionados con este tema [10-19]. Así como diferentes algoritmos estudiados para el seguimiento del punto de máxima potencia, como el método de perturbación y observación [10-13], conductancia incremental [13-17] y de referencia constante [18-20].

Existen algunos trabajos relacionados con el empleo de motores de inducción trifásicos alimentados a través de paneles fotovoltaicos [21-26], generalmente empleados en el bombeo de agua en lugares aislados [23-26]. Sin embargo, la mayoría de trabajos se basa en el control del convertidor por medio de tablas de interpolación del ciclo de trabajo. Algunos trabajos emplean control de lógica difusa, no existe al conocimiento del autor acerca de trabajos relacionados con controladores basados en energía. Además en ninguno de los artículos consultados se emplean un control de arranque suave del motor de inducción.

En [21] se emplea un convertidor Flyback para la regulación del punto de máxima potencia, donde se emplea un algoritmo de perturbación y observación. Este trabajo se muestra a nivel de simulación. En [25] se muestra los resultados a nivel de implementación experimental de un motor de inducción con alimentación por paneles solares. Sin embargo, las respuestas de las variables como velocidad angular,

corriente de entrada del panel y par aplicado pueden ser mejoradas. Además, no se muestra una comparación de el voltaje y corriente de salida del sistema fotovoltaico con sus referencias, para mostrar el seguimiento del punto de máxima potencia. Abdel Khalik en [24] propone el diseño de un interesante convertidor elevador en cascada con un inversor, donde para cada rama del inversor se tiene una convertidor elevador. Por otro parte, [25] propone un convertidor elevador de alto nivel, que a través de un transformador permite tener una mayor ganancia sin provocar una saturación. No obstante, el controlador utilizado no se basa en el modelo de dicho convertidor.

Los trabajos de investigación consultados, tienen la característica de mostrar gráficas de respuestas en pequeños periodos de tiempo, por lo que no se da suficiente información acerca del seguimiento del punto de máxima potencia. En los artículos relacionados con las bombas de agua, no muestran información referente a la capacidad de bombeo de los sistemas propuestos. Únicamente se muestra la respuesta de par aplicado al eje del motor.

## 1.2. Planteamiento del problema

Los motores de baja potencia son empleados en un gran número de aplicaciones como bombas y ventiladores entre otros. Por ello lograr que éstos operen con la mayor eficiencia posible representa un ahorro de la energía. Cuando la potencia utilizada en la operación de estos motores proviene de fuentes renovables representa una baja o nula contaminación ambiental.

La Figura 1.1 describe la plataforma que opera un motor de inducción trifásico con un control de seguimiento de trayectoria de velocidad; su inversor es alimentado con un convertidor CD-CD; la entrada de potencia del convertidor es un arreglo de paneles solares fotovoltaicos que son regulados para obtener el seguimiento del máximo punto de potencia (SMPP).

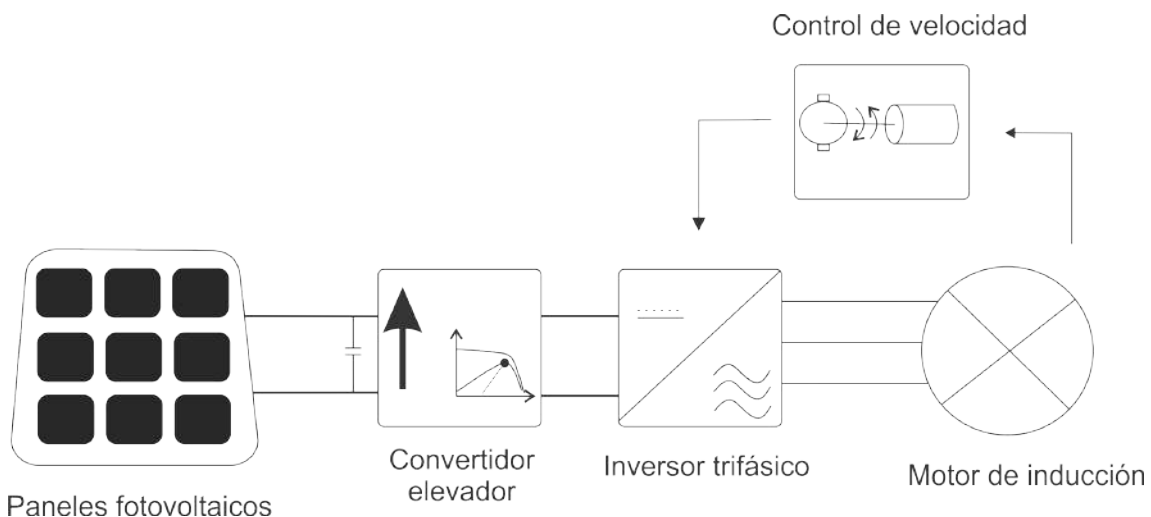


Figura 1.1: Sistema motor de inducción alimentado vía paneles solares fotovoltaicos.

La principal meta de este trabajo es el arranque suave de un motor de inducción empleando un arreglo de paneles fotovoltaicos como fuente de alimentación, combinando el funcionamiento de un convertidor CD-CD y un convertidor CD-CA,

para hacer el seguimiento del punto de máxima de potencia y el seguimiento de una trayectoria de velocidad respectivamente. La técnica de control para el seguimiento del punto de máxima potencia, está basada en la retroalimentación de la salida pasiva del error exacto [27] y en el estimador algebraico [28], para calcular el valor de impedancia de la carga de salida.

En cuanto al seguimiento del punto máximo de potencia se emplea el algoritmo de referencia constante, el cual se adapta mejor a las necesidades de implementación con el impulsor de velocidad del motor de inducción.

### 1.3. Justificación

La producción de electricidad a partir de combustibles fósiles ha sido la principal fuente de energía de las últimas décadas, de tal importancia que hoy en día ésta se emplea para producir dos terceras partes de la electricidad total utilizada [1]. El uso de estos combustibles ocasiona contaminación ambiental. La emisión de dióxido de carbono afecta de manera negativa al clima y a la temperatura de nuestro planeta. En México existen iniciativas para reducir la contaminación derivada de la producción de electricidad por medio de hidrocarburos: el 6 de junio de 2012 se decretó la Ley General De Cambio Climático, para hacer frente a los efectos adversos de las emisiones de gases y compuestos de efecto invernadero. El objetivo principal es regular las emisiones para lograr reducir su concentración a un nivel que impida interferencias negativas en el sistema climático. También se encuentra vigente el Programa Nacional para el Aprovechamiento Sustentable de la Energía 2014-2018, como parte de sus objetivos se encuentra promover la investigación y desarrollo tecnológico en eficiencia energética [29].

En el país existe un gran potencial para la producción de electricidad aprovechando la irradiación solar. Se cuenta con una insolación media de 5KWh/m<sup>2</sup> siendo una de las naciones con mayor atractivo para proyectos fotovoltaicos [30], [31]. De acuerdo con el balance general de energía, el 83 % de la energía producida aún proviene de los hidrocarburos y sólo el 17 % de fuentes renovables [32], haciendo de ellas un nicho de oportunidad para su explotación, en especial las energías solares.

La investigación de sistemas de motores trifásicos operando a través de fuentes fotovoltaicas se justifica conveniente. La escasez de la materia prima fósil en el futuro generará el encarecimiento de los costos de operación en la industria, sin olvidar el daño social y ambiental que representa la contaminación a causa del uso excesivo del mismo. El presente estudio tiene como meta incentivar el uso de energías renovables principalmente en la industria, en donde es común el empleo de motores.

El estudio de costo-beneficio proporcionará una medida de la rentabilidad del proyecto a los usuarios potenciales, comparando la inversión de un sistema fotovoltaico contra el consumo suministrado por la Comisión Federal de Electricidad, para la operación del motor de inducción.

### 1.4. Hipótesis

Con base en lo planteado en los apartados anteriores, esta investigación plantea las siguientes hipótesis:

- Un esquema de control basado en variables de fase mínima, consigue el seguimiento de una trayectoria de velocidad angular en un motor de inducción trifásico.
- La regulación de corriente y voltaje aplicada al control del convertidor CD-CD sigue el máximo punto de potencia que entrega el arreglo de paneles solares.
- La inversión económica en un sistema de paneles solares para alimentar el impulsor de un motor de inducción trifásico se devengará antes de que el ciclo de vida de dicho sistema llegue a su fin.

## 1.5. Objetivos

### 1.5.1. Objetivo general

Diseñar e implementar un sistema de control de velocidad angular de un motor de inducción trifásico accionado mediante un inversor, conectado en cascada a un convertidor CD-CD tipo elevador, el cual regula el voltaje y la corriente a fin de obtener la máxima potencia hacia el bus de CD del inversor.

### 1.5.2. Objetivos específicos

- Obtener los parámetros del motor de inducción en forma experimental usando métodos de estimación de parámetros.
- Diseñar una ley de control de seguimiento de una trayectoria de velocidad angular para el sistema motor de inducción trifásico.
- Diseñar una ley de control, aplicada a un convertidor CD-CD elevador, que obtenga la máxima potencia de los paneles fotovoltaicos.
- Implementar ambas leyes de control y enlazar los sistemas para hacerlos funcionar conjuntamente.
- Realizar un análisis de costo-beneficio desde el punto de vista económico, y analizar la viabilidad del sistema.

## 1.6. Metas

- Construir la plataforma de un sistema de motor de inducción trifásico accionado por un inversor que es alimentado por un convertidor CD-CD tipo elevador, el cual tiene como entrada de potencia un arreglo de paneles solares fotovoltaicos.
- Realizar un estudio de costo-beneficio que permita determinar la conveniencia de un sistema de paneles solares para alimentar un motor de inducción trifásico.
- Visualizar las ventajas y desventajas que conlleva alimentar un motor de inducción mediante un sistema de paneles solares fotovoltaicos.

## 1.7. Contenido

El presente documento se estructura de la siguiente forma:

- En el primer capítulo se presenta el planteamiento del problema, se da una justificación de la presente investigación y se plantean las hipótesis, metas y objetivos de la misma.
- En el segundo capítulo se muestra el marco teórico del motor de inducción; la obtención del modelo matemático empleado en el control; así como la obtención de los parámetros del motor.
- El tercer capítulo es relativo a las bases teóricas sobre los paneles solares, destacando los algoritmos del seguimiento del punto máximo de potencia.
- En el cuarto capítulo se presenta información sobre los convertidores electrónicos de potencia. Se hace énfasis en el convertidor Boost y el inversor, ya que estos convertidores son empleados en este trabajo.
- En el quinto capítulo se enfoca al diseño de los algoritmos de control. Primero se presenta el control de campo orientado para velocidad del motor de inducción y sus simulaciones. Después el controlador basado en pasividad para el convertidor Boost, así como un estimador algebraico para estimar la impedancia y sus simulaciones.
- En el capítulo sexto se presenta la descripción de la implementación y los resultados obtenidos. Estos resultados se dividen en tres partes: los resultados del control de velocidad del motor, los del convertidor Boost y los resultados del control de velocidad del motor alimentado a través de paneles solares. Al final del capítulo se muestra un análisis de tiempo de recuperación de la inversión del sistema propuesto.
- En el séptimo capítulo se presentan las conclusiones, así como sugerencias para trabajos futuros.
- En el apéndice C se muestra el resumen del artículo en proceso: “Angular Speed Control of an Induction Motor via a Solar Powered Boost Converter-Voltage Source Inverter Combination”. También se muestra el artículo publicado: “Adaptive Nonlinear Zero-Dynamic Tracking Controller for the Three-Phase Squirrel-Cage Induction Motor Positioning System”, en 13th International Conference on Power Electronics (CIEP).

# Capítulo 2

## Motor de inducción

En este capítulo encontrará un preámbulo acerca de los motores de inducción, así como el desarrollo del modelo dinámico, el cual se empleará para el diseño del controlador. También se describen las pruebas realizadas para obtener los parámetros del motor empleado.

### 2.1. Antecedentes de los motores de inducción

Cuando se hace referencia a motores de inducción, se sabe que se trata de un tipo de máquina de corriente alterna en la que la corriente eléctrica produce una torsión en el rotor de la máquina, a través de una inducción electromagnética generada por la bobina del estator. El motor de inducción, es el primer prototipo de un motor eléctrico con capacidad de funcionar con corriente alterna. Fue desarrollado y construido por Nikola Tesla y presentado ante el American Institute of Electrical Engineers AIEE en 1883 [33]. La necesidad que satisfacía este motor de inducción a comparación del motor de CD, era el bajo mantenimiento ya que las escobillas en las máquinas de CD sufren desgaste al entrar en contacto con el rotor. El motor de inducción dejó de lado el uso de escobillas y el mantenimiento. Nikola Tesla generó dos tipos de rotor; el de jaula de ardilla y el de bobinado. Además del estator en el que se encuentran las bobinas desfasadas  $120^\circ$  entre sí. El campo magnético giratorio producido por una corriente adopta una velocidad de sincronismo y una fuerza electromotriz será inducida en el circuito.

Todas las máquinas eléctricas rotatorias operan con principios similares y obedecen a las mismas leyes físicas, a continuación se mencionan las principales leyes físicas con el fin de lograr una mejor comprensión del funcionamiento del motor de inducción: La ley de Faraday establece que la magnitud de una fuerza electromotriz generada en una bobina es proporcional a la rapidez de variación del flujo magnético que atraviesa dicha bobina, es decir, cuanto mayor sea la cantidad de líneas de flujo magnético que atraviesan la bobina se inducirá una fuerza electromotriz mayor [34].

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \int \vec{B} \cdot d\vec{A} \quad (2.1)$$

Donde,  $E$  es el Campo Eléctrico,  $dl$  es el diferencial de contorno,  $B$  es la densidad del campo magnético y  $dA$  es el diferencial de área.

La Ley de Gauss para el campo magnético menciona que las líneas de flujo magnético son líneas cerradas, es decir comienzan y terminan en un mismo lugar:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (2.2)$$

donde,  $\nabla$  indica la divergencia.

Existen otras leyes físicas relacionadas con el funcionamiento de los motores eléctricos, como las leyes de voltajes y corrientes de Kirchhoff que permiten entender y predecir las relaciones en los arreglos en serie y paralelo de las bobinas y circuitos de carga, así como la ley de circuitos magnéticos de ampere que nos da un panorama acerca del fenómeno magnético de las máquinas, y la ley de Ohm que establece las proporciones de las bobinas en los motores. Estos son los principios en la construcción de una máquina de inducción, y sirvieron de base a Nikola Tesla para el diseño y construcción de su primer prototipo.

## 2.2. Funcionamiento de un motor de inducción

### 2.2.1. Construcción física

El motor de inducción se compone principalmente por un estator y un rotor montados en una armadura en donde un cojinete permite el giro del rotor a través del estator, como los que se muestran en la Figura 2.1. El estator consiste de múltiples devanados que producen campos magnéticos al hacer pasar una corriente eléctrica por cada una de las tres fases, se encuentran divididas como se muestra en la Figura 2.3, los devanados son bobinas de cobre aislado de entre 0.3mm y 0.5mm de espesor enrollados alrededor de un núcleo ferromagnético [35].

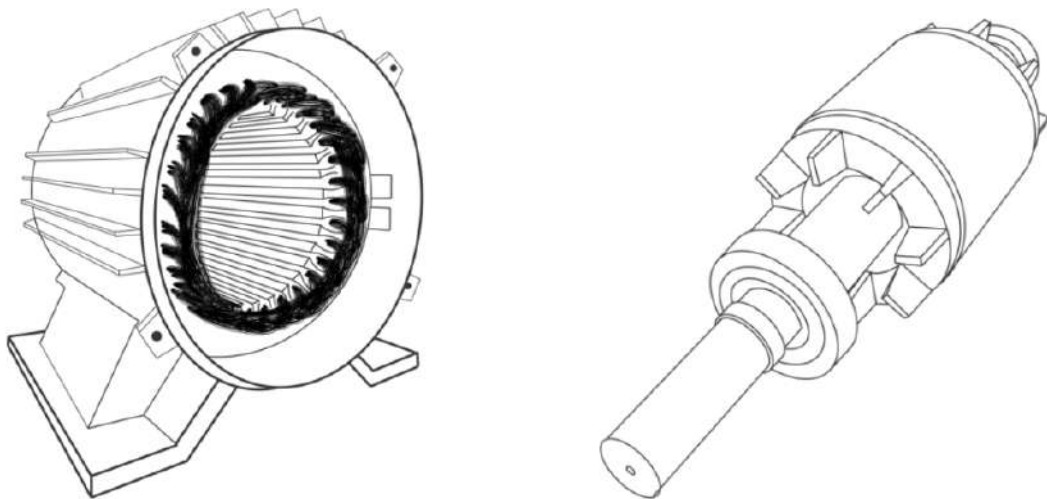


Figura 2.1: Estator y rotor de un motor de inducción.

Los dos tipos de rotores más utilizados en las máquinas de inducción son los rotores con devanados y los rotores tipo jaula de ardilla. Los primeros son de uso menos frecuente debido a que su construcción y mantenimiento son de mayor costo, mientras que el de jaula de ardilla se utiliza comúnmente gracias a su sencillez y bajo mantenimiento, es llamado así debido a que el aspecto de sus devanados se asemeja

a la jaula giratoria de una ardilla, como muestra la Figura 2.2. Está constituido por una serie de barras metálicas cortocircuitadas por dos anillos en los extremos y relleno de láminas de material ferromagnético que favorece el flujo magnético. Como característica de éste sistema es que no requiere mantenimiento al ser eliminadas las escobillas.

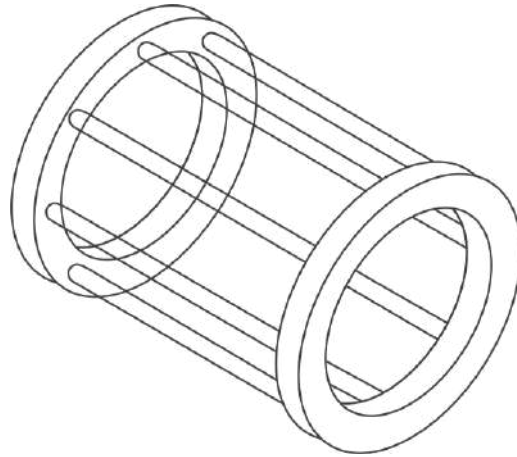


Figura 2.2: Devanados de un rotor jaula de ardilla.

### 2.2.2. Campo magnético giratorio

El funcionamiento del motor de inducción se basa en un campo magnético giratorio situado en el centro de los devanados del estator, el campo magnético se produce cuando la corriente de cada una de las tres fases circula a través de las bobinas colocadas como en la Figura 2.3 [36].

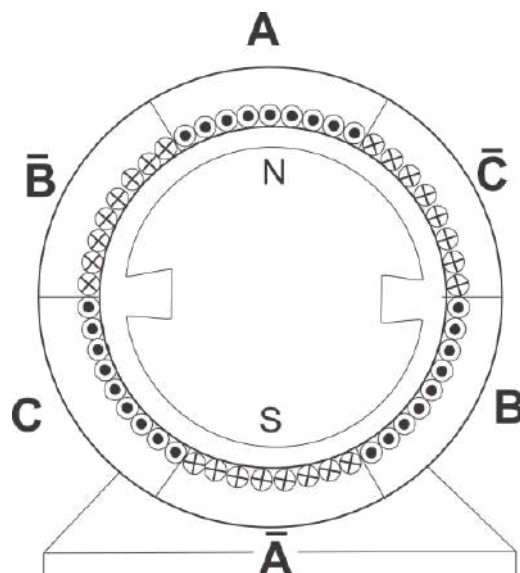


Figura 2.3: Colocación de las bobinas en un motor de inducción de dos polos.

Para explicar el campo magnético giratorio y el funcionamiento del motor se debe tener en cuenta que las formas de onda de las corrientes que alimentan al estator



deben estar desfasadas  $120^\circ$  una con respecto de la otra, es decir:

$$\begin{aligned} i_{as} &= I_m \sin(\omega t) \\ i_{bs} &= I_m \sin(\omega t - 2/3\pi) \\ i_{cs} &= I_m \sin(\omega t - 4/3\pi) \end{aligned} \quad (2.3)$$

Esto se muestra gráficamente en la Figura 2.4

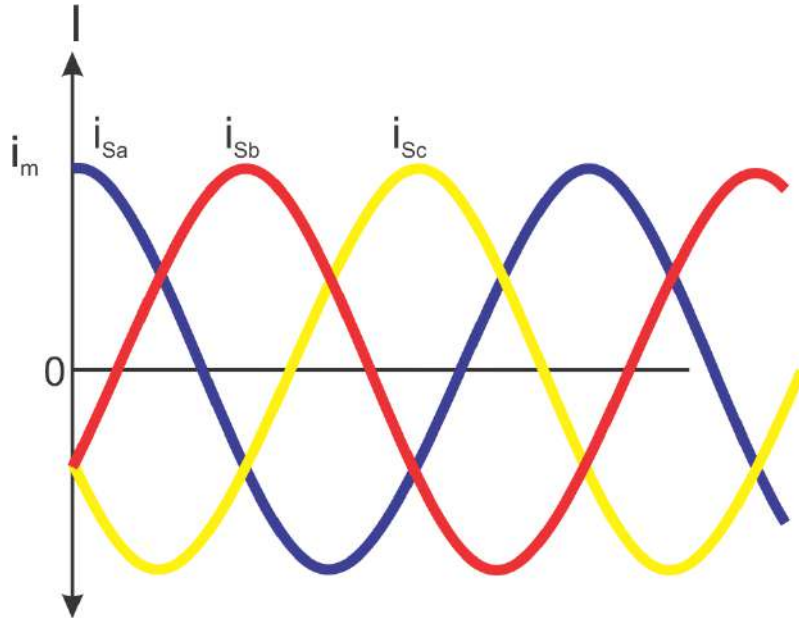


Figura 2.4: Corrientes trifásicas.

Se inicia en un instante  $t_0$  en donde las corrientes de fase ocasionan los campos magnéticos mostrados en líneas punteadas del lado izquierdo de la Figura 2.5. La dirección del flujo se determina de acuerdo con la regla de la mano derecha y el sentido de la corriente denotado por los puntos como salida y las cruces como entradas.

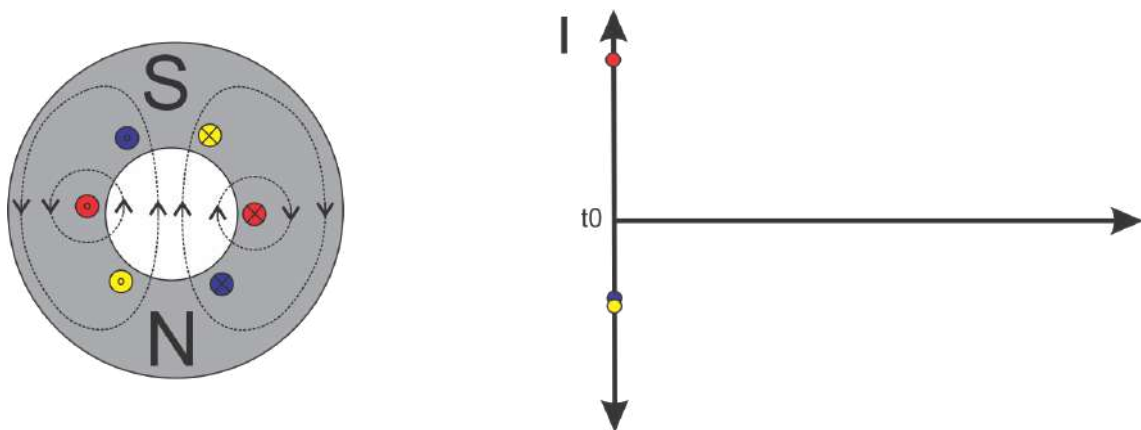


Figura 2.5: Campos magnéticos y corrientes de fase en el estator I.

Conforme a la variación en el tiempo de la corriente el campo magnético toma una orientación diferente como se observa en la Figura 2.6.

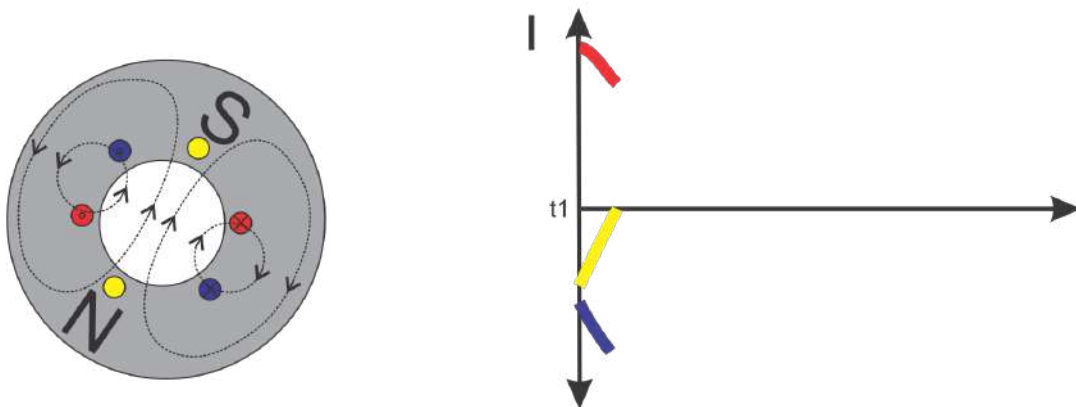


Figura 2.6: Campos magnéticos y corrientes de fase en el estator II.

Al ser la corriente C (amarilla) igual a 0 no tiene influencia en el campo magnético por lo que los polos norte y sur se sitúan en la dirección de esta bobina.

Conforme la corriente evoluciona el campo magnético vuelve a girar, ver Figura 2.7.

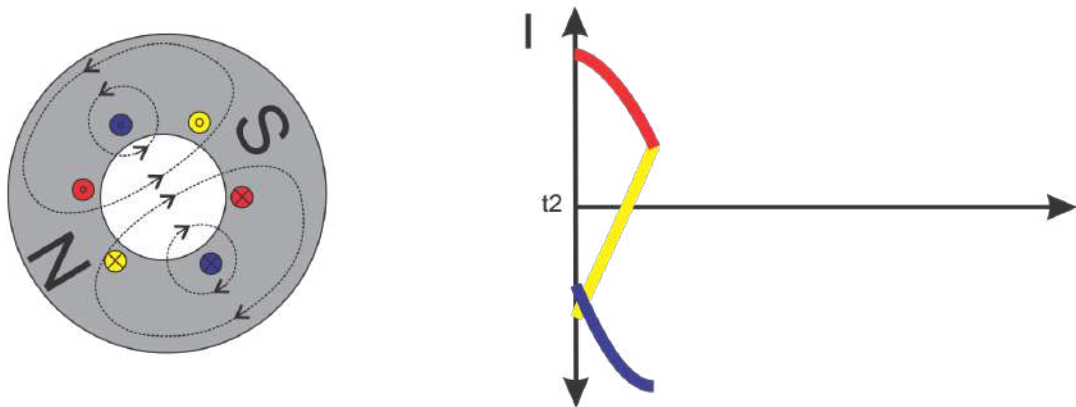


Figura 2.7: Campos magnéticos y corrientes de fase en el estator III.

Al transcurrir un período de la corriente el campo magnético habrá girado una vez, es por ello que la velocidad de rotación depende principalmente de la frecuencia y se le conoce como velocidad de sincronismo ( $\omega_s$ ). Un conductor cerrado con libertad de movimiento conocido como rotor es colocado dentro del campo magnético (Figura 2.8), y debido al campo magnético del estator se genera una corriente inducida en el rotor según la ley de Faraday, esto da el nombre al motor de inducción, ya que la corriente en el rotor se debe a una inducción magnética en lugar de una conducción directa a diferencia de otro tipo de motores.

Esta corriente inducida a su vez produce una fuerza magnética dentro del circuito cerrado de acuerdo con la ley de Lorentz, ocasionando que el rotor comience a girar y adquiere cierta velocidad ( $\omega_R$ ). Tanto el campo magnético del estator como el

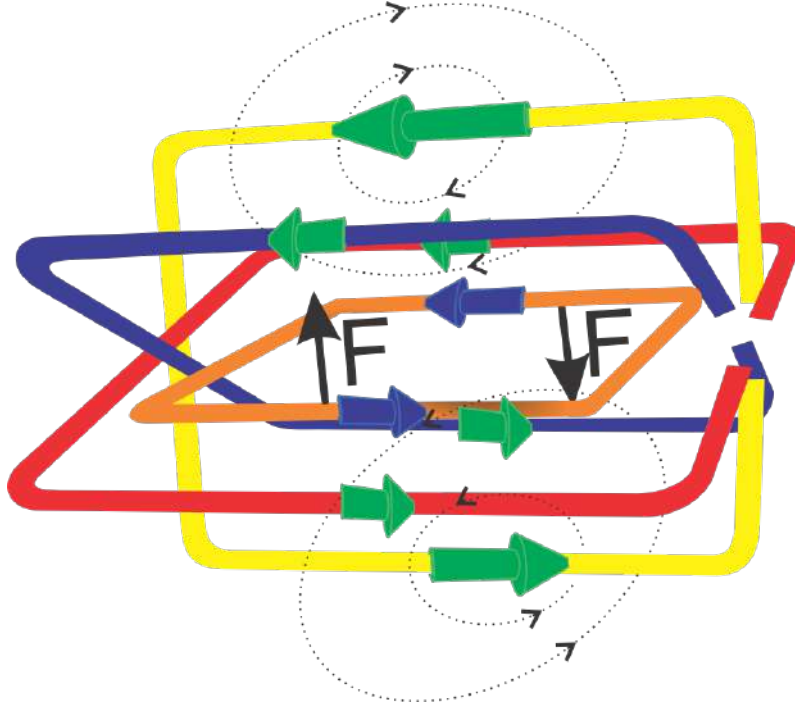


Figura 2.8: Conductor cerrado dentro del campo magnético [37].

rotor giran a determinadas velocidades pero no siempre son iguales. Para explicar lo que sucede se consideran dos casos: en el primero se considera que la velocidad del campo magnético giratorio en el estator y la velocidad de giro del rotor son iguales.

$$\omega_S = \omega_R \quad (2.4)$$

Como los dos campos están rotando a la misma velocidad, el circuito cerrado del rotor no experimentará ninguna corriente inducida, y de ahí la fuerza que experimenta es nula.

$$F = 0 \quad (2.5)$$

En el segundo caso, el rotor gradualmente disminuye su velocidad de giro, haciendo que el circuito experimente una variación en el campo magnético y nuevamente se induzca una corriente que por ende produce una fuerza que impulsa al rotor. La velocidad del rotor siempre será menor que la velocidad del campo magnético. Debido a esto el motor de inducción también se conoce como motor asíncrono. A la diferencia de velocidades se le conoce como parámetro de deslizamiento y se mide en términos porcentuales. El deslizamiento difiere con la carga mecánica, siendo máximo cuando la carga aplicada bloquea el rotor [38]:

$$S = \frac{\omega_S - \omega_R}{\omega_S} \quad (2.6)$$

## 2.3. Modelo del motor de inducción

### 2.3.1. Modelo equivalente del circuito del motor de inducción en estado estacionario

El motor de inducción se considera como un transformador de tres fases, el entrehierro del estator y del rotor actúa como los núcleos que conducen el flujo magnético. La parte estacionaria y la parte móvil del motor representan los devanados primario y secundario respectivamente, en la Figura 2.9 se muestra el circuito equivalente de un motor en estado estacionario. [39],[8].

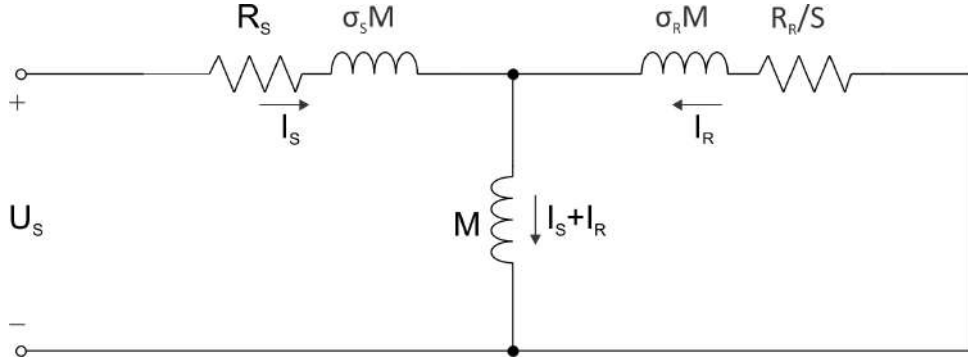


Figura 2.9: Circuito equivalente del estado estable del motor de inducción.

Donde,  $U_S$  es el voltaje en el estator,  $R_S$  la resistencia de estator,  $R_R$  la resistencia del rotor,  $\sigma_S = (L_S/M) - 1$ ,  $\sigma_R = (L_R/M) - 1$ ,  $L_S$  la inductancia del estator,  $L_R$  la inductancia del Rotor,  $M$  la inductancia de magnetización,  $I_S$  la corriente del estator,  $I_R$  la corriente del rotor,  $S$  el desplazamiento.

La principal diferencia entre un transformador y el motor de inducción es la rotación que existe del devanado secundario. Consecuentemente, la frecuencia del rotor se encuentra en términos de la frecuencia de rotación del campo magnético en el estator  $\omega_S$  y un desplazamiento  $S$ , el cual se refiere a la diferencia de rotación entre los campos magnéticos del estator y el rotor. Como se mencionó anteriormente:

$$S = \frac{\omega_S - \omega_R}{\omega_S}$$

Se realiza el análisis del circuito en fasores aplicando la ley de voltaje de Kirchhoff y se tiene lo siguiente:

$$\begin{pmatrix} U_S \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_S + M(1 + \sigma_S)j\omega_S & Mj\omega_S \\ Mj\omega_S & M(1 + \sigma_R)j\omega_S + R_R/S \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_S \\ I_R \end{pmatrix}$$

Con  $L_S = (1 + \sigma_S)M$  y  $L_R = (1 + \sigma_R)M$  se obtiene:

$$\begin{pmatrix} U_S \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_S + L_S j\omega_S & Mj\omega_S \\ Mj\omega_S & L_R j\omega_S + R_R/S \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_S \\ I_R \end{pmatrix}$$

Despejando el vector de corrientes se presenta como:

$$\begin{pmatrix} I_S \\ I_R \end{pmatrix} = \frac{1}{(R_S + j\omega_S L_S)(R_R/S + j\omega_S L_R) - (j\omega_S M)^2} \times \begin{pmatrix} L_R j\omega_S + R_R/S & -Mj\omega_S \\ -Mj\omega_S & R_S + L_S j\omega_S \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_S \\ 0 \end{pmatrix}$$

La impedancia de entrada es:

$$Z_S = \frac{U_S}{I_S} = \frac{(R_S + j\omega_S L_S)(R_R/S + j\omega_S L_R) - (j\omega_S M)^2}{R_R/S + j\omega_S L_R}$$

### 2.3.2. Modelo dinámico del motor

En el Apéndice A se desarrolla el análisis del modelo matemático del motor de inducción trifásico resumido en la ecuación 2.7:

$$\begin{aligned} u_{Sa} &= L_S \frac{d}{dt} i_{Sa} + M \frac{d}{dt} (i_{Ra} \cos(\theta_R) - i_{Rb} \sin(\theta_R)) + R_S i_{Sa} \\ u_{Sb} &= L_S \frac{d}{dt} i_{Sb} + M \frac{d}{dt} (i_{Ra} \sin(\theta_R) + i_{Rb} \cos(\theta_R)) + R_S i_{Sb} \\ 0 &= L_R \frac{d}{dt} i_{Ra} + M \frac{d}{dt} (i_{Sa} \cos(\theta_R) + i_{Sb} \sin(\theta_R)) + R_R i_{Ra} \\ 0 &= L_R \frac{d}{dt} i_{Rb} + M \frac{d}{dt} (-i_{Sa} \sin(\theta_R) + i_{Sb} \cos(\theta_R)) + R_R i_{Rb} \\ J \frac{d\omega_R}{dt} &= M \left( -i_{Ra}(t) i_{Sa}(t) \sin(\theta_R) + i_{Ra}(t) i_{Sb}(t) \cos(\theta_R) \right. \\ &\quad \left. - i_{Rb}(t) i_{Sa}(t) \cos(\theta_R) - i_{Rb}(t) i_{Sb}(t) \sin(\theta_R) \right) - f\omega - \tau_L \\ \frac{d\theta_R}{dt} &= \omega_R \end{aligned} \quad (2.7)$$

El modelo (2.7) es un sistema de ecuaciones difícil de resolver, por ello se busca un sistema de ecuaciones equivalente, el cual resulte sencillo de resolver. Para eliminar los términos trigonométricos, los flujos de rotor se escriben de la siguiente forma:

$$\begin{pmatrix} \psi_{Ra} \\ \psi_{Rb} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_{Ra} \\ \lambda_{Rb} \end{pmatrix} \quad (2.8)$$

Se sustituyen las ecuaciones de los enlaces de flujos del rotor (A.24) en (2.8) y se obtiene:

$$\begin{aligned} \psi_{Ra} &= L_R (i_{Ra} \cos(\theta) - i_{Rb} \sin(\theta)) + M i_{Sa} \\ \psi_{Rb} &= L_R (i_{Ra} \sin(\theta) + i_{Rb} \cos(\theta)) + M i_{Sb} \end{aligned} \quad (2.9)$$

Ahora se expresan las ecuaciones 1 y 2 de (2.7) en términos de  $\psi_{Ra}$  y  $\psi_{Rb}$ , despejando y sustituyendo  $(i_{Ra} \cos(\theta) - i_{Rb} \sin(\theta))$  y  $(i_{Ra} \sin(\theta) + i_{Rb} \cos(\theta))$ .

$$\begin{aligned} u_{Sa} &= R_S i_{Sa} + L_S \left(1 - \frac{M^2}{L_R L_S}\right) \frac{d}{dt} i_{Sa} + \frac{M}{L_R} \frac{d}{dt} \psi_{Ra} \\ u_{Sb} &= R_S i_{Sb} + L_S \left(1 - \frac{M^2}{L_R L_S}\right) \frac{d}{dt} i_{Sb} + \frac{M}{L_R} \frac{d}{dt} \psi_{Rb} \end{aligned} \quad (2.10)$$

Las siguientes ecuaciones del modelo dinámico también se escriben en términos

del  $\psi_{Ra}$  y  $\psi_{Rb}$ :

$$\begin{aligned}
\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} R_R i_{Ra} \\ R_R i_{Rb} \end{pmatrix} \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} L_R i_{Ra} + M(+i_{Sa} \cos(\theta) + i_{Sb} \sin(\theta)) \\ L_R i_{Rb} + M(-i_{Sa} \sin(\theta) + i_{Sb} \cos(\theta)) \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} R_R i_{Ra} \\ R_R i_{Rb} \end{pmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} L_R(i_{Ra} \cos(\theta) - i_{Rb} \sin(\theta)) + M i_{Sa} \\ L_R(i_{Ra} \sin(\theta) + i_{Rb} \cos(\theta)) + M i_{Sb} \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} R_R i_{Ra} \\ R_R i_{Rb} \end{pmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \psi_{Ra} \\ \psi_{Rb} \end{pmatrix}
\end{aligned} \tag{2.11}$$

Se aplica la derivada al producto de dos funciones:

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_R i_{Ra} \\ R_R i_{Rb} \end{pmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_{Ra} \\ \psi_{Rb} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix} \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \psi_{Ra} \\ \psi_{Rb} \end{pmatrix} \tag{2.12}$$

Se elimina la matriz coeficiente de la derivada del flujo magnético, multiplicando por su matriz inversa a toda la ecuación y se aplica la derivada a la matriz con términos de senos y cosenos:

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_R i_{Ra} \\ R_R i_{Rb} \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\sin(\theta) & \cos(\theta) \\ -\cos(\theta) & -\sin(\theta) \end{bmatrix} \omega \begin{bmatrix} \psi_{Ra} \\ \psi_{Rb} \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \psi_{Ra} \\ \psi_{Rb} \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{2.13}$$

Sustituyendo (2.9) en (2.13) y realizando las multiplicaciones de las matrices se obtiene:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (R_R/L_R)(\psi_{Ra} - M i_{Sa}) \\ (R_R/L_R)(\psi_{Rb} - M i_{Sb}) \end{bmatrix} - \omega \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_{Ra} \\ \psi_{Rb} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \psi_{Ra} \\ \psi_{Rb} \end{bmatrix} \tag{2.14}$$

Se reordenan las ecuaciones para ponerlas en términos de la derivada de flujo:

$$\begin{aligned}
\frac{d\psi_{Ra}}{dt} &= -\frac{R_R}{L_R} \psi_{Ra} - n_p \omega \psi_{Rb} + \frac{M R_R}{L_R} i_{Sa} \\
\frac{d\psi_{Rb}}{dt} &= -\frac{R_R}{L_R} \psi_{Rb} + n_p \omega \psi_{Ra} + \frac{M R_R}{L_R} i_{Sb}
\end{aligned} \tag{2.15}$$

Sustituyendo 2.15 en 2.10 se tiene:

$$\begin{aligned}
u_{Sa} &= R_S i_{Sa} + L_S \left(1 - \frac{M^2}{L_R L_S}\right) \frac{d}{dt} i_{Sa} + \frac{M}{L_R} \left(-\frac{R_R}{L_R} \psi_{Ra} - n_p \omega \psi_{Rb} + \frac{M R_R}{L_R} i_{Sa}\right) \\
u_{Sb} &= R_S i_{Sb} + L_S \left(1 - \frac{M^2}{L_R L_S}\right) \frac{d}{dt} i_{Sb} + \frac{M}{L_R} \left(-\frac{R_R}{L_R} \psi_{Rb} + n_p \omega \psi_{Ra} + \frac{M R_R}{L_R} i_{Sb}\right)
\end{aligned} \tag{2.16}$$

En la última ecuación de (2.7) también se cambian algunos de los términos por los de 2.9:

$$\begin{aligned}
J \frac{d\omega}{dt} &= n_p M \left( i_{Sb} \frac{\psi_{Ra} - M i_{Sa}}{L_R} - i_{Sa} \frac{\psi_{Rb} - M i_{Sb}}{L_R} \right) - f\omega - \tau_L \\
&= n_p \frac{M}{L_R} (i_{Sb} \psi_{Ra} - i_{Sa} \psi_{Rb}) - f\omega - \tau_L
\end{aligned} \tag{2.17}$$

Al reunir (2.15), (2.16) y (2.17) se tiene el sistema simplificado de (A.31):

$$\begin{aligned}
\frac{d\theta}{dt} &= \omega \\
\frac{d\omega}{dt} &= \mu(i_{Sb}\psi_{Ra} - i_{Sa}\psi_{Rb}) - (f/J)\omega - \tau_L/J \\
\frac{d\psi_{Ra}}{dt} &= -\eta\psi_{Ra} - n_p\omega\psi_{Rb} + \eta Mi_{Sa} \\
\frac{d\psi_{Rb}}{dt} &= -\eta\psi_{Rb} + n_p\omega\psi_{Ra} + \eta Mi_{Sb} \\
\frac{di_{Sa}}{dt} &= \eta\beta\psi_{Ra} + \beta n_p\omega\psi_{Rb} - \gamma i_{Sa} + u_{Sa}/\sigma L_S \\
\frac{di_{Sb}}{dt} &= \eta\beta\psi_{Rb} - \beta n_p\omega\psi_{Ra} - \gamma i_{Sb} + u_{Sb}/\sigma L_S
\end{aligned} \tag{2.18}$$

donde:

$$\begin{aligned}
\eta &= \frac{R_R}{L_R} \\
\beta &= \frac{M}{\sigma L_R L_S} \\
\mu &= \frac{n_p M}{J L_R} \\
\gamma &= \frac{M^2 R_R}{\sigma L_R^2 L_S} + \frac{R_S}{\sigma L_S}
\end{aligned} \tag{2.19}$$

El modelo (2.18) es ahora una versión simplificada que describe el comportamiento del motor de inducción. A este nuevo conjunto de ecuaciones es posible aplicar alguna técnica de control tal como en: [40], [41], [42] y [43]. Existe un modelo en el cual resulta aun más sencillo aplicar una técnica de control, este nuevo modelo es obtenido a través de (2.18) y se denomina dq. En este sistema de ecuaciones se implementa el control de campo orientado.

### 2.3.3. Modelo en dq

Desde un punto de vista fijo la corriente aplicada al estator genera un campo magnético variable, sin embargo al tener un punto de referencia giratorio se observará un campo magnético constante. El modelo *dq* define las variables de flujo ( $\psi_{Ra}$ ,  $\psi_{Rb}$ ) usando una representación polar ( $\rho$ ,  $\psi_d$ ) definidas por:

$$\begin{aligned}
\rho &= \tan^{-1}\left(\frac{\psi_{Ra}}{\psi_{Rb}}\right) \\
\psi_d &= \sqrt{\psi_{Ra}^2 + \psi_{Rb}^2}
\end{aligned} \tag{2.20}$$

Donde  $\psi_d$  es la magnitud del flujo de campo en el rotor y  $\rho$  es su ángulo. Los voltajes y corrientes de fase ahora se definen a través de una matriz de rotación llamada transformada directa y de cuadratura (direct-quadrature), también es conocida como la transformada de Park:

$$\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\rho) & \sin(\rho) \\ -\sin(\rho) & \cos(\rho) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{Sa} \\ i_{Sb} \end{bmatrix} \tag{2.21}$$

$$\begin{bmatrix} u_d \\ u_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\rho) & \sin(\rho) \\ -\sin(\rho) & \cos(\rho) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{Sa} \\ u_{Sb} \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

Las nuevas variables definidas en (2.22) y (2.21) se denominan corriente y voltaje directos para  $i_d$  y  $u_d$  respectivamente, las restantes son la corriente y voltaje de cuadratura  $i_q$  y  $u_q$ . Se considera lo siguiente:

$$\begin{aligned} \cos(\rho) &= \frac{\psi_{Ra}}{\psi_d} \\ \sin(\rho) &= \frac{\psi_{Rb}}{\psi_d} \end{aligned}$$

Ahora se construye un nuevo conjunto de ecuaciones utilizando las definiciones de  $\psi_d$ ,  $\rho$ ,  $i_d$  e  $i_q$ . Esto permite obtener un sistema de ecuaciones que modela al motor de inducción desde una referencia giratoria. La magnitud de flujo es la siguiente:

$$\begin{aligned} \frac{d\psi_d}{dt} &= \frac{d}{dt} \sqrt{\psi_{Ra}^2 + \psi_{Rb}^2} \\ &= \frac{1/2}{\sqrt{\psi_{Ra}^2 + \psi_{Rb}^2}} \left( 2\psi_{Ra} \frac{d}{dt} \psi_{Ra} + 2\psi_{Rb} \frac{d}{dt} \psi_{Rb} \right) \\ &= \cos(\rho) \left( -\eta\psi_{Ra} - n_p\omega\psi_{Rb} + \eta M i_{Sa} \right) + \sin(\rho) \left( -\eta\psi_{Rb} + n_p\omega\psi_{Ra} + \eta M i_{Sb} \right) \\ &= -\eta \left( \cos(\rho)\psi_{Ra} + \sin(\rho)\psi_{Rb} \right) + n_p\omega \left( -\cos(\rho)\psi_{Rb} + \sin(\rho)\psi_{Ra} \right) \\ &\quad + \eta M \left( \cos(\rho)i_{Sa} + \sin(\rho)i_{Sb} \right) \\ &= -\eta\psi_d + \eta M i_d \end{aligned} \quad (2.23)$$

El ángulo del flujo es:

$$\begin{aligned} \frac{d\rho}{dt} &= \frac{d}{dt} \tan^{-1} \left( \frac{\psi_{Ra}}{\psi_{Rb}} \right) \\ &= \frac{1}{1 + (\psi_{Rb}/\psi_{Ra})^2} \frac{\psi_{Ra} \frac{d\psi_{Rb}}{dt} - \psi_{Rb} \frac{d\psi_{Ra}}{dt}}{\psi_{Ra}^2} \\ &= \frac{1}{\psi_{Ra}^2 + \psi_{Rb}^2} \left( \psi_{Ra} (-\eta\psi_{Rb} + n_p\omega\psi_{Ra} + \eta M i_{Sb}) \right. \\ &\quad \left. - \psi_{Rb} (-\eta\psi_{Ra} - n_p\omega\psi_{Rb} + \eta M i_{Sa}) \right) \\ &= \frac{1}{\psi_d^2} \left( n_p\omega(\psi_{Ra}^2 + \psi_{Rb}^2) + \eta M \frac{1}{\psi_d} \left( i_{Sb} \left( \frac{\psi_{Ra}}{\psi_d} \right) - i_{Sa} \left( \frac{\psi_{Rb}}{\psi_d} \right) \right) \right) \\ &= n_p\omega + \eta M \frac{1}{\psi_d} \left( \cos(\rho)i_{Sb} - \sin(\rho)i_{Sa} \right) \\ &= n_p\omega + \eta M \frac{i_q}{\psi_d} \end{aligned} \quad (2.24)$$



La ecuación que describe a la corriente directa  $i_d$  es:

$$\begin{aligned}
\frac{di_d}{dt} &= \frac{d}{dt} (\cos(\rho)i_{Sa} + \sin(\rho)i_{Sb}) \\
&= (-\sin(\rho)i_{Sa} + \cos(\rho)i_{Sb}) \frac{d\rho}{dt} + \cos(\rho) \frac{di_{Sa}}{dt} + \sin(\rho) \frac{di_{Sb}}{dt} \\
&= i_d \frac{d\rho}{dt} + \cos(\rho) \left( \eta\beta\psi_{Ra} + \beta n_p \omega \psi_{Rb} - \gamma i_{Sa} + \frac{u_{Sa}}{\sigma L_S} \right) \\
&\quad + \sin(\rho) \left( \eta\beta\psi_{Rb} - \beta n_p \omega \psi_{Ra} - \gamma i_{Sb} + \frac{u_{Sb}}{\sigma L_S} \right) \\
&= i_d \left( n_p \omega + \eta M \frac{i_q}{\psi_d} \right) + \eta\beta (\cos(\rho)\psi_{Ra} + \sin(\rho)\psi_{Rb}) \\
&\quad + n_p \omega \beta (\cos(\rho)\psi_{Rb} - \sin(\rho)\psi_{Ra}) - \gamma (\cos(\rho)i_{Sa} + \sin(\rho)i_{Sb}) \\
&\quad + \frac{\cos(\rho)u_{Sa} + \sin(\rho)u_{Sb}}{\sigma L_S} \\
&= i_d n_p \omega + \eta M \frac{i_d^2}{\psi_d} + \eta\beta\psi_d - \gamma i_d + \frac{u_d}{\sigma L_S}
\end{aligned} \tag{2.25}$$

La corriente de cuadratura  $i_q$  se obtiene de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}
\frac{di_q}{dt} &= \frac{d}{dt} (-\sin(\rho)i_{Sa} + \cos(\rho)i_{Sb}) \\
&= -(\cos(\rho)i_{Sa} + \sin(\rho)i_{Sb}) \frac{d\rho}{dt} - \sin(\rho) \frac{di_{Sa}}{dt} + \cos(\rho) \frac{di_{Sb}}{dt} \\
&= i_d \frac{d\rho}{dt} - \sin(\rho) \left( \eta\beta\psi_{Ra} + \beta n_p \omega \psi_{Rb} - \gamma i_{Sa} + \frac{u_{Sa}}{\sigma L_S} \right) \\
&\quad + \cos(\rho) \left( \eta\beta\psi_{Rb} - \beta n_p \omega \psi_{Ra} - \gamma i_{Sb} + \frac{u_{Sb}}{\sigma L_S} \right) \\
&= i_d \left( n_p \omega + \eta M \frac{i_q}{\psi_d} \right) + \eta\beta (-\sin(\rho)\psi_{Ra} + \cos(\rho)\psi_{Rb}) \\
&\quad - n_p \omega \beta (\sin(\rho)\psi_{Rb} + \cos(\rho)\psi_{Ra}) - \gamma (-\sin(\rho)i_{Sa} + \cos(\rho)i_{Sb}) \\
&\quad + \frac{-\sin(\rho)u_{Sa} + \cos(\rho)u_{Sb}}{\sigma L_S} \\
&= -i_d n_p \omega - \eta M \frac{i_d i_q}{\psi_d} - n_p \omega \beta \psi_d - \gamma i_q + \frac{u_q}{\sigma L_S}
\end{aligned} \tag{2.26}$$

Y la ecuación dinámica de la velocidad es:

$$\begin{aligned}
\frac{d\omega}{dt} &= \mu(\psi_{Ra}i_{Sb} - \psi_{Rb}i_{Sa}) - (f/J)\omega - \tau_L/J \\
&= \mu\psi_d(\psi_{Ra}/\psi_d)i_{Sb} - (\psi_{Rb}/\psi_d)i_{Sa} - (f/J)\omega - \tau_L/J \\
&= \mu\psi_d(-\sin(\rho)i_{Sa} + \cos(\rho)i_{Sb}) - (f/J)\omega - \tau_L/J \\
&= \mu\psi_d i_q - (f/J)\omega - \tau_L/J
\end{aligned} \tag{2.27}$$

Con lo obtenido en (2.23), (2.24), (2.25), (2.26) y (2.27) se forma un nuevo sistema de coordenadas de campo orientado:

$$\begin{aligned}
\frac{d\omega}{dt} &= \mu\psi_d i_q - (f/J)\omega - \tau_L/J \\
\frac{d\psi_d}{dt} &= -\eta\psi_d + \eta M i_d \\
\frac{di_d}{dt} &= i_q n_p \omega + \eta M \frac{i_q^2}{\psi_d} + \eta\beta\psi_d - \gamma i_d + \frac{u_d}{\sigma L_S} \\
\frac{di_q}{dt} &= i_d n_p \omega - \eta M \frac{i_d i_q}{\psi_d} - n_p \omega \beta \psi_d - \gamma i_q + \frac{u_q}{\sigma L_S} \\
\frac{d\rho}{dt} &= n_p \omega + \eta M \frac{i_q}{\psi_d}
\end{aligned} \tag{2.28}$$

Con este modelo de ecuaciones en coordenadas  $dq$ , resulta sencillo aplicar una ley de control como en [44],[45],[43].

## 2.4. Obtención de parámetros

El conocimiento preciso de los parámetros eléctricos y mecánicos de una máquina es necesario para el correcto funcionamiento del control de campo orientado. Los parámetros permiten realizar las simulaciones del control que darán información acerca de las capacidades y limitaciones del motor.

A continuación se describe el procedimiento para la obtención de los parámetros del motor AMK DV 4-1-4 [46]. Se desarrollan cuatro experimentos para conocer las resistencias, reactancias en el rotor y estator del motor, así como la inercia de la parte móvil [47], [48], [49].

### Prueba de CD

Esta prueba es realizada para medir la resistencia de estator  $R_S$ , aplicando un voltaje de CD entre dos de las fases. Esto evita que se induzca alguna reactancia y que el rotor gire.

La determinación de la resistencia  $R_S$  aplicando un voltaje y corriente conocido se hace mediante la ley de Ohm, tomando en cuenta que el motor de inducción tiene una conexión en estrella como se muestra en la Figura 2.10.

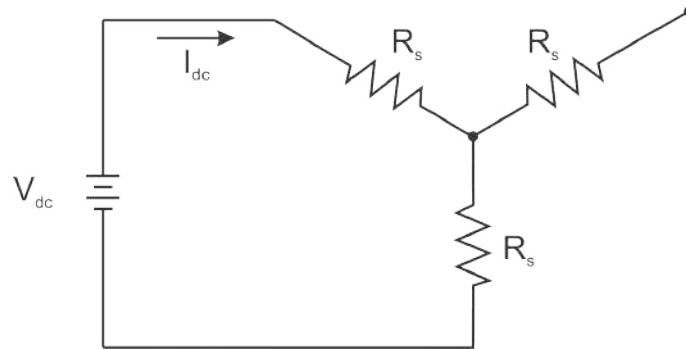


Figura 2.10: Diagrama de conexión de la prueba de CD.

Con el esquema de conexión anterior se puede determinar la resistencia  $R_S$  a través de  $V_{dc}$  e  $I_{dc}$ . Se determina a través de una serie de mediciones con diferentes valores de voltaje y corriente empleando la siguiente ecuación:

$$\frac{V_{dc}}{I_{dc}} = 2R_S \quad (2.29)$$

En la Figura 2.11 a) se muestran los datos obtenidos al realizar la prueba de CD. Los cuales se grafican en 2.11 b) y se obtiene su recta promedio.

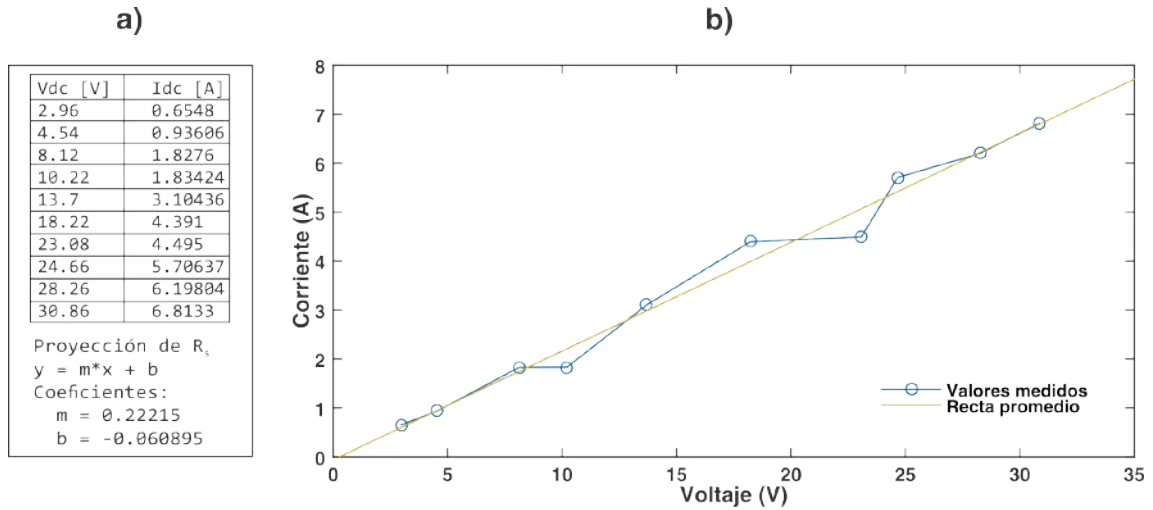


Figura 2.11: Prueba de CD. a) Valores  $V_{dc}$  e  $I_{dc}$  medidos b) Gráfica de las mediciones.

La pendiente de la gráfica  $m$  representa la conductancia medida, por lo que para conocer  $R_S$  se debe obtener el valor recíproco.

$$2R_S = \frac{1}{m}$$

$$R_S = \frac{1}{2m} = \frac{1}{2 \times 0.22215} \quad (2.30)$$

$$R_S = 2.25\Omega$$

El ensayo para medir la resistencia de estator  $R_S$  es el primero que se realiza, debido a que este valor es empleado en las pruebas de vacío y de rotor bloqueado. Aun cuando esta prueba se realiza de manera precisa, el valor real de  $R_s$  puede variar debido a alteraciones como el efecto piel (conducción sólo en la superficie exterior debido a las frecuencias altas), o el calentamiento del devanado en el motor [50].

## Prueba de vacío

La prueba de vacío consiste en obtener las mediciones de voltaje, corriente, potencia activa y velocidad, al alimentar la máquina a frecuencia nominal y sin ningún tipo de carga en el rotor. La finalidad de este ensayo es obtener las pérdidas de potencia magnéticas y por roce, para determinar el valor de resistencia y reactancia de magnetización.

Este ensayo emplea una fuente de alimentación de CA variable, el medidor de potencia *HIOKI® Power quality analyzer 3197* para las mediciones de voltaje, corriente y potencia, así como un encoder para sensar la velocidad angular. En la Figura 2.12 se muestra el esquema de conexión empleado en esta prueba.

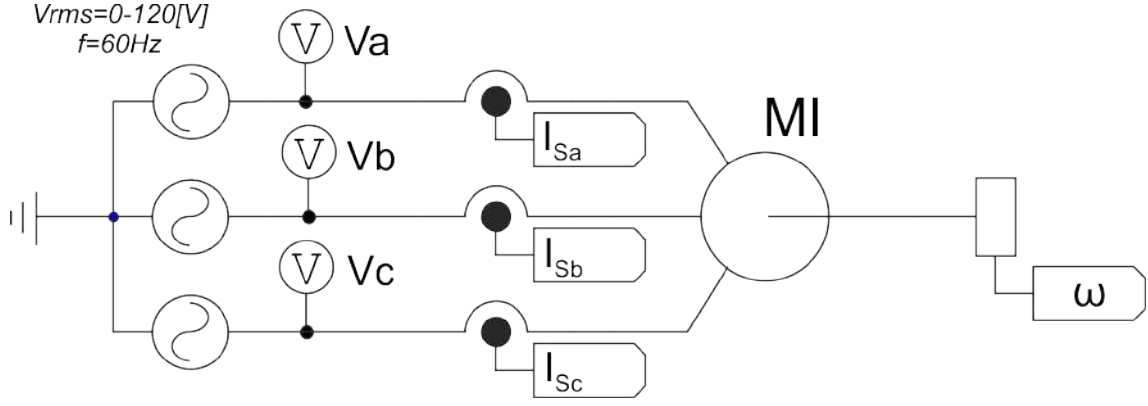


Figura 2.12: Diagrama de conexión de la prueba de vacío.

La prueba se inicia midiendo la corriente  $I_0$ , potencia de entrada  $P_0$  y velocidad  $\omega$  al aplicar voltajes del 15 % al 100 % (con incrementos de 15 %) del valor de alimentación nominal.

Tabla 2.1: Valores medidos en la prueba de vacío.

$V_0^2$ [V]	$I_0^2$ [A]	$P_0$ [W]
19.1	0.561	53.19
38.3	0.746	102.36
57.8	1.179	136.285
76.6	1.739	155.21
95.3	2.59	232.56
113.8	4.316	279.92
120.1	5.169	296.54

La potencia de entrada  $P_0$  es consumida por tres tipos de cargas: la carga resistiva debido a la resistencia de estator  $P_{Rs}$ ; la potencia empleada para romper la fricción del motor  $P_{roce}$  y la empleada para generar el campo magnético  $P_{mag}$ .

La ecuación (2.31) define la relación entre estas potencias que, junto con los valores medidos  $P_0$ ,  $I_0$  y  $V_0$  a los distintos voltajes de entrada, son empleados para calcular las pérdidas magnéticas  $P_{mag}$  y pérdidas por roce  $P_{roce}$ .

$$\begin{aligned}
 P_0 &= P_{Rs} + P_{mag} + P_{roce} \\
 P_0 - P_{Rs} &= P_{mag} + P_{roce} \\
 P_0 - 3I_0^2 R_S &= P_{mag} + P_{roce}
 \end{aligned} \tag{2.31}$$

Se grafican los valores calculados de  $P_{mag} + P_{roce}$  contra  $V_0^2$ , la cual es conocida como curva de magnetización y se muestra en la Figura 2.13. Se extrapoló la curva para poder ubicar el valor de la potencia cuando  $V_0^2 = 0$ , correspondiente a  $P_{roce}$ . Mientras que el valor al voltaje nominal equivale a  $V_0^2 = 120^2 = 14400$  a  $P_{mag} + P_{roce}$ .

$$\begin{aligned}
 P_{roce} &= 8W \\
 P_{mag} + P_{roce} &= 259.75W \\
 P_{mag} &= 259.75 - P_{roce} = 251.75W
 \end{aligned}$$

Con la potencia de magnetización  $P_{mag}$  obtenida y el valor conocido  $V_0$ , se calcula la resistencia de magnetización a través de:

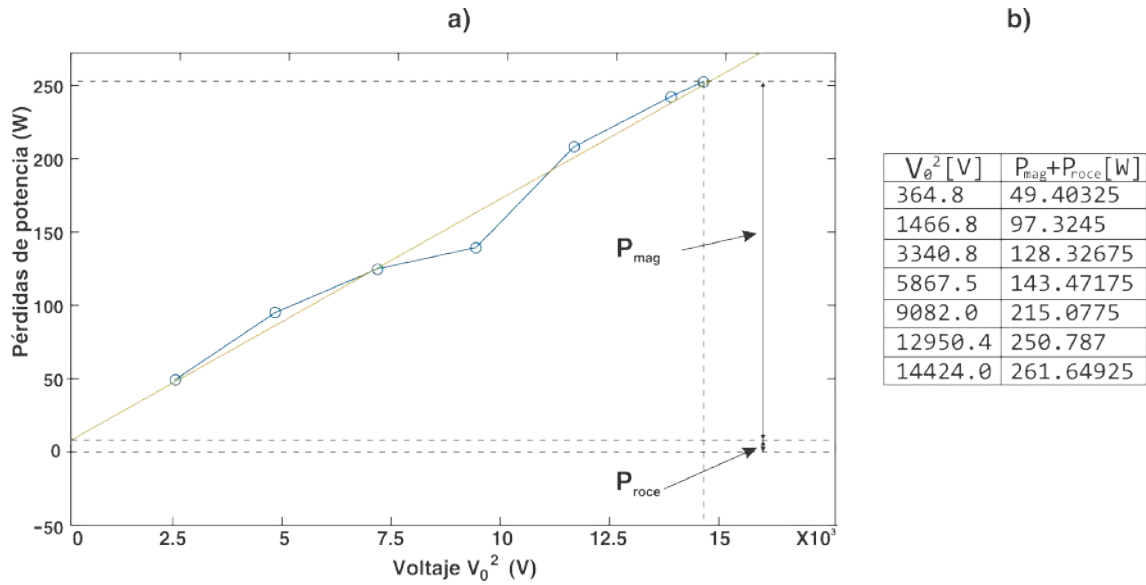


Figura 2.13: Curva de magnetización.

$$R_{mag} = \frac{\left(\frac{V_0}{\sqrt{3}}\right)^2}{\frac{P_{mag}}{3}}$$

$$R_{mag} = 57.19\Omega$$

El cálculo del factor de potencia y el ángulo de desfase se realiza con el fin de obtener la corriente de magnetización, mediante:

$$FP = \frac{P_{mag}}{\sqrt{3}I_0V_0} = 0.234735$$

$$\phi = \cos^{-1}(FP) = 76.424^\circ$$

La corriente de magnetización se obtiene con:

$$I_m = I_0 \sin(\phi) = 5.01583A$$

Para la reactancia de magnetización  $X_m$  se emplea la corriente de magnetización y el voltaje nominal de línea.

$$X_m = \frac{V_0}{\sqrt{3}I_m}$$

$$X_m = 13.8127\Omega$$

La inductancia de magnetización  $L_m$  se obtiene empleando el valor de la frecuencia nominal  $f = 60$  Hz.

$$L_m = \frac{X_m}{2\pi f}$$

$$L_m = 36.63mH$$

## Prueba de rotor bloqueado

Esta prueba se lleva a cabo impidiendo el movimiento del rotor, mientras que es alimentado hasta alcanzar su corriente nominal. El motor actuará como un transformador con el lado secundario cortocircuitado, permitiendo obtener los parámetros de la resistencia de rotor  $R_r$  y las inductancias de estator y rotor  $L_s$  y  $L_r$ .

Para evitar que el calentamiento del motor altere los valores de los parámetros o incluso resulte en un daño para la máquina, la prueba se realiza con rapidez. Las mediciones útiles en esta prueba son  $V_0$ ,  $I_0$  y  $P_0$ , mostradas en la Tabla 2.2.

Tabla 2.2: Valores medidos en la prueba de rotor bloqueado.

$V_0^2$ [V]	$I_0^2$ [A]	$P_0$ [W]
40.5	2.52	130

Tomando en consideración la ecuación de potencia (2.32), se calcula  $R_r$ .

$$P_0 = 3I_0^2(R_r + R_s) \quad (2.32)$$

$$R_r = \frac{P_0}{3I_0^2} - R_s$$

$$R_r = 4.57\Omega$$

La impedancia de entrada se define en términos del voltaje y corriente como:

$$Z_0 = \frac{V_0}{\sqrt{3}I_0}$$

$$Z_0 = 9.27884\Omega$$

También se define como:

$$Z_0 = \sqrt{(R_r + R_s)^2 + (X_s + X_r)^2} \quad (2.33)$$

Se resuelve la ecuación para  $X_s + X_r$ . La distribución de las reactancias, de acuerdo al tamaño del motor (Clase D), corresponde a la mitad para cada reactancia, es decir  $X_s = X_r$ .

$$X_s + X_r = \sqrt{Z_0^2 - (R_r + R_s)^2} = 6.28759 \quad (2.34)$$

$$X_s = 3.1438\Omega$$

$$X_r = 3.1438\Omega$$

Con el conocimiento de las reactancias, sólo resta obtener las inductancias, empleando la frecuencia  $f = 60$  Hz:

$$L_s = \frac{X_s}{2\pi f} = 5.00mH$$

$$L_m = 5.00mH$$

## Resumen de los parámetros del motor

Los parámetros obtenidos a través de los ensayos anteriores aunados a los datos proporcionados por el fabricante proporcionan una descripción completa del motor de inducción trifásico AMK DV 4-14. Estos datos son la base para realizar las simulaciones del comportamiento del motor así como para el diseño de controladores de posición o velocidad.

Tabla 2.3: Resumen de los parámetros del motor AMK DV 4-1-4.

Parámetro	Valor
Resistencia de estator $R_s$	$2.25\Omega$
Inductancia de estator $L_s$	5 mH
Resistencia de rotor $R_r$	$4.57\Omega$
Inductancia de rotor $L_r$	5 mH
Resistencia de magnetización $R_m$	$57.19\Omega$
Inductancia de magnetización $L_m$	36.63 mH
No. de polos $np$	2
Momento de inercia $J$	$0.09 \times 10^{-3}\text{kg.m}^2$

# Capítulo 3

## Panel solar fotovoltaico

En este apartado sobre paneles solares, se da una reseña acerca de los antecedentes de los sistemas fotovoltaicos. Se describe el funcionamiento de las celdas solares y se menciona el concepto de máximo punto de potencia. Esta condición se emplea en el control del convertidor que acopla los paneles solares con la carga.

### 3.1. Antecedentes de los paneles fotovoltaicos

Las células solares fotovoltaicas son dispositivos semiconductores que convierten la luz solar en electricidad de corriente directa a partir de un fenómeno fotoeléctrico. Estas células solares son configuradas en arreglos formando paneles fotovoltaicos de mayor capacidad, aptos para la carga de baterías, operar motores, encender focos, o incluso utilizarlos como suministro eléctrico para el hogar con ayuda de un inversor que cambia el voltaje CD de entrada a uno de corriente alterna (CA).

En 1876 William Grylls Adams y Richard Evans Day descubrió que la unión entre selenio y platino tenían un efecto fotovoltaico, que consiste en la emisión de electrones por un material al incidir sobre él un haz de luz visible [51]. Esta fue la primera demostración de que la luz solar podía ser convertida en electricidad. Para 1953 Gerald Pearson buscaba posibles aplicaciones para el silicio, encontrando que una de ellas hacía mucho más eficiente a las células solares.

En 1960 la Administración Nacional de la Aeronáutica y del Espacio (NASA) comenzó a ver a los paneles solares como una opción viable para energizar los satélites que eran enviados fuera de la atmósfera. Tras esta posible aplicación el mercado de las celdas solares comenzó abrirse camino, y posiblemente sin esta aportación, los avances en las aplicaciones espaciales así como el avance de las telecomunicaciones no serían tan favorables.

Alrededor de la década de los 80, las celdas solares se popularizaron en pequeños aparatos de consumo eléctrico como: calculadoras, relojes, radios, linternas y otros que permitieran la carga de baterías a través de estas celdas. Además se hicieron avances significativos para utilizar los paneles solares como sistemas de alimentación comercial y residencial.

Actualmente se han llevado grandes avances en el uso de paneles solares. Las más utilizadas son las celdas policristalinas y monocristalinas las cuales alcanzan eficiencias de conversión alrededor del 17% de la energía recibida. Se pueden hacer arreglos de estas celdas en paralelo o en serie con el fin de obtener mayor corriente o voltaje y así conectar distintas cargas, para aplicaciones de mayor potencia.



## 3.2. Funcionamiento

Para comprender el funcionamiento de los paneles solares fotovoltaicos existen algunos conceptos que se deben entender: la irradiancia [ $\text{KW}/\text{m}^2$ ], es la magnitud que cuantifica el flujo de la radiación solar incidente en una superficie, la irradiancia es importante para la producción de energía con el efecto fotovoltaico; otra magnitud importante es la insolación referente a la cantidad de irradiación recibida en 1 hora [ $\text{KWh}/\text{m}^2$ ] [52],[53].

El elemento básico de los sistemas fotovoltaicos es una célula solar que convierte la energía de la luz solar en corriente directa, consiste en la unión de tipo NP que se forma en un semiconductor. La mayoría de las células solares están compuestas de silicio (Si), elemento abundante en el planeta pero de difícil extracción. Existen distintas tecnologías en las celdas solares como: cristalinas, policristalina, amorfas, de película delgada, y de nanotecnología. Pero cada una de ellas tiene un comportamiento similar.

Cuando los fotones provenientes de la radiación solar, impactan sobre la superficie de la unión golpean los átomos del dopante tipo N. Esto permite la liberación de electrones, que a su vez son atraídos hacia la unión P. Se crea un flujo de corriente entre las uniones, esto se observa en la Figura 3.1 [54].

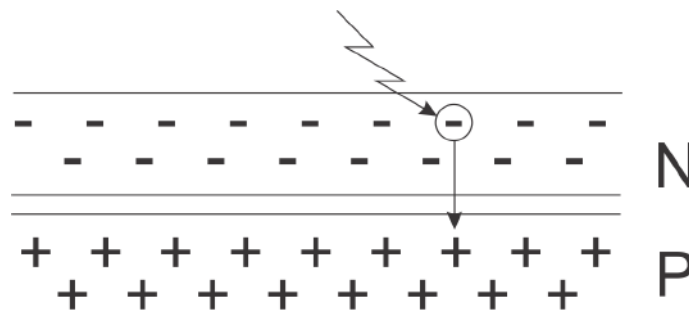


Figura 3.1: Principio de las celdas solares.

El circuito eléctrico equivalente de la celda solar se observa en la Figura 3.2, el diagrama muestra la fuente de corriente con un diodo y una resistencia en paralelo; así como otra resistencia en serie.

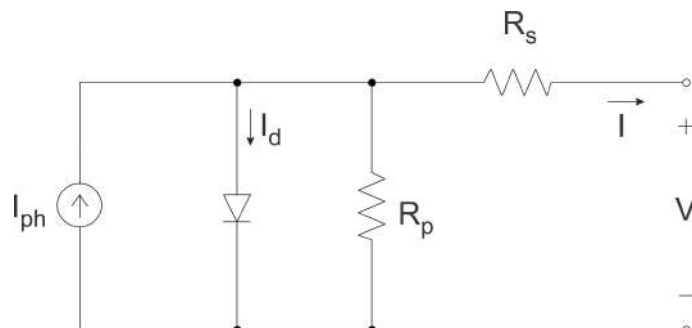


Figura 3.2: Circuito equivalente de la celda solar.

$R_s$  es la resistencia parásita del circuito (generalmente pequeña) y modela las pérdidas de potencia debido a la circulación de corriente por las distintas partes

del circuito;  $R_p$  es la resistencia Shunt (generalmente grande) y es relativa a las corrientes de fuga de la unión P-N.

La representación de las características de la celda fotovoltaica (PV), es derivada de la ecuación del diodo Shockley:

$$I_d = I_s(e^{V_D/A_qV_T} - 1) \quad (3.1)$$

donde  $I_s$  es la corriente de saturación del diodo;  $V_T = kT/q$  indica el voltaje térmico y  $A_q$  es el factor de idealidad del diodo.

Entonces la ecuación  $I - V$  del PV, también conocida como curva característica esta dada por:

$$I = I_{ph} - I_s(e^{V_D/A_qV_T} - 1) - \left(\frac{V + IR_s}{R_p}\right) \quad (3.2)$$

La ecuación (3.2) es una representación general del modelo de la celda solar. En la Figura 3.3 se muestra una representación gráfica de esta ecuación:

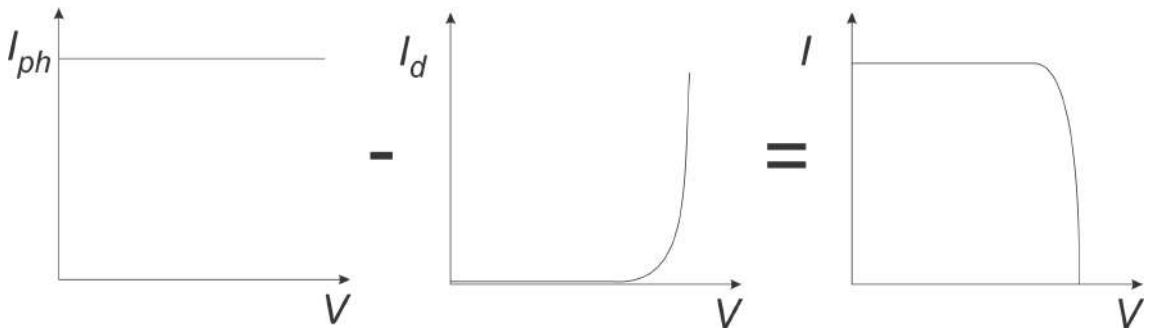


Figura 3.3: Curva característica I-V.

Las celdas o células solares forman grandes paneles solares, ya que las células por si solas son capaces de producir poca energía. Son conectadas como un circuito en serie para aumentar el voltaje de salida y al mismo tiempo se conectan varias de estas redes en paralelo para aumentar la producción de corriente.

### 3.2.1. Corriente de circuito cerrado

Al cortocircuitar la salida de la fuente PV, el diodo no se polariza y la corriente  $I$  que fluye hacia fuera del PV es aproximadamente igual a la corriente generada  $I_{ph}$ . Esta corriente se conoce como corriente de corto circuito  $I_{sc}$ . Como en el circuito  $V = 0$ , la corriente  $I_{sc}$  corresponde al eje las ordenadas de la curva característica I-V.

La corriente de corto circuito es proporcional a la irradiancia solar. Este dato es proporcionado por el fabricante, dada cierta irradiancia nominal, se emplea para caracterizar al panel solar.

### 3.2.2. Voltaje de circuito abierto

El voltaje de circuito abierto  $V_{OC}$  sucede cuando existe conectada una carga muy grande a la salida de la celda solar. Entonces toda la corriente generada fluye a través del diodo y la corriente de salida es  $I = 0$ . Este voltaje corresponde al eje de las abscisas.

El voltaje de circuito abierto  $V_{OC}$  es afectado mayormente por la temperatura. De manera que este voltaje disminuye con una relación de  $-2.3 \text{ mV}/^\circ\text{C}$  aproximadamente. Este voltaje  $V_{OC}$  al igual que  $I_{sc}$ , también es proporcionado por el fabricante dada una temperatura nominal.

### 3.2.3. Efectos debido a variables ambientales

Como se mencionó existen dos variables ambientales que afectan el funcionamiento de las celdas solares: la irradiancia y la temperatura. Los efectos de la irradiación se muestran en la Figura 3.4, en donde se puede notar que la corriente aumenta casi linealmente con la irradiación, mientras que el voltaje lo hace de manera más lenta.

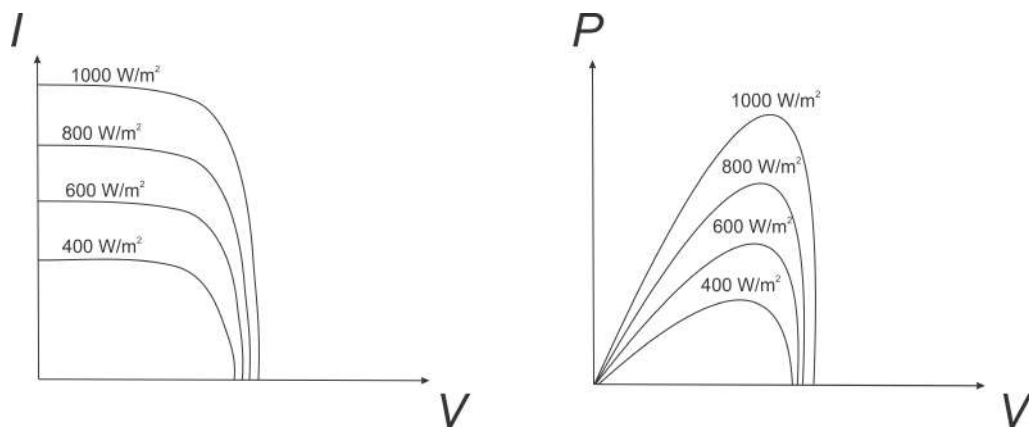


Figura 3.4: Efectos de la irradiación.

La temperatura también tiene un efecto en el funcionamiento de los sistemas fotovoltaicos haciendo que el voltaje aumente linealmente cuando la temperatura desciende, mientras que la corriente desciende con la temperatura, pero de manera muy ligera. En términos generales la potencia aumenta con el descenso de la temperatura. Esto se muestra en la Figura 3.5.

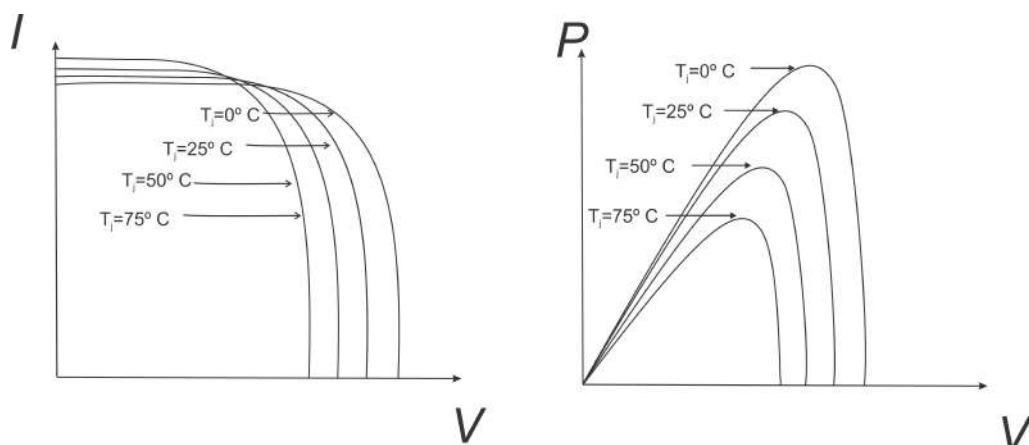


Figura 3.5: Efectos de la temperatura.

### 3.3. Máximo punto de potencia

Los sistemas fotovoltaicos tienen un punto óptimo de operación llamado Máximo Punto de Potencia (MPP). Este punto corresponde al que maximiza al área del rectángulo bajo la curva en la Figura 3.6.

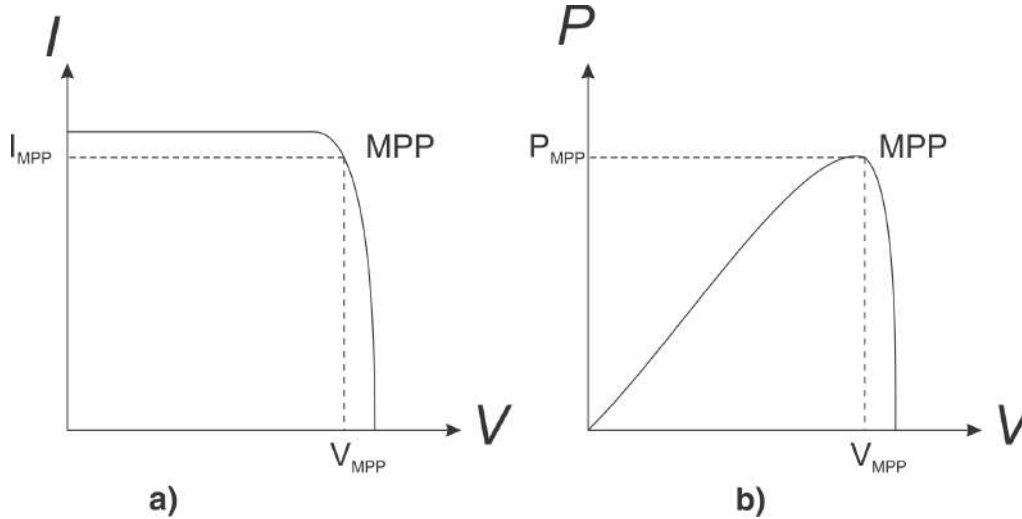


Figura 3.6: Máximo punto de potencia en a) Curva  $I - V$  b) Curva  $P - V$ .

#### 3.3.1. Seguimiento del máximo punto de potencia

Debido a los efectos climáticos, este MPP cambia. Por ello surge el concepto de seguimiento de máximo punto de potencia conocido como MPPT (Maximum Power Point Tracking). Su finalidad es regular la corriente y el voltaje para obtener la mayor eficiencia del sistema [55], [56].

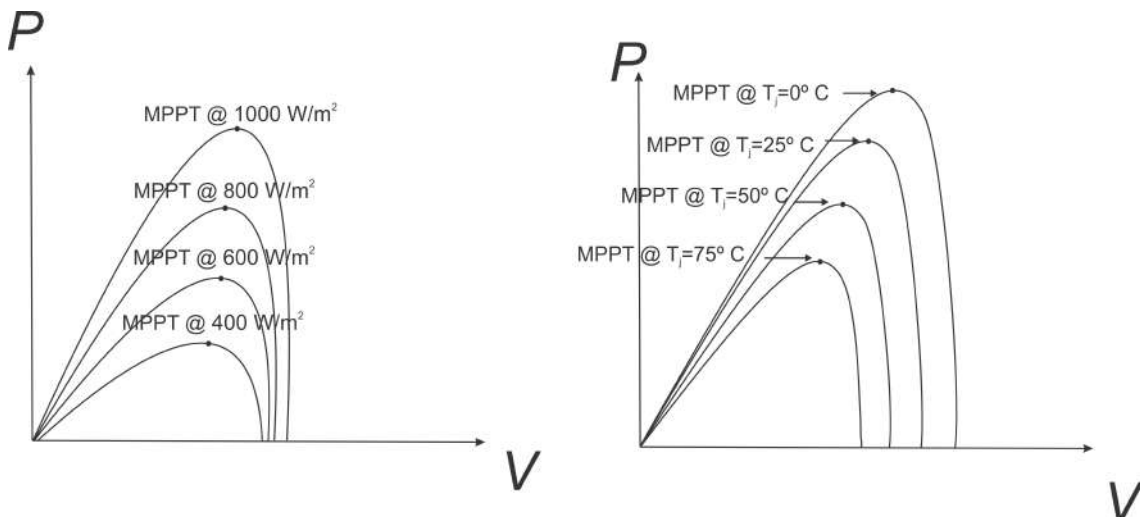


Figura 3.7: Seguimiento del máximo punto de potencia.

El punto de máxima potencia corresponde al punto tangencial en la gráfica de corriente contra voltaje. Debajo de este punto la potencia decrece como se observa en la Figura 3.7.

### 3.3.2. Algoritmos para el seguimiento del máximo punto de potencia

El seguimiento del máximo punto de potencia incrementa la energía obtenida de los paneles solares. Por ello es importante contar con los elementos que permitan alcanzar las condiciones de operación óptimas. Usualmente se emplean convertidores CD-CD para acoplar los paneles solares con la carga y hacer la regulación del MPP.

A continuación se describen algunos algoritmos para alcanzar el máximo punto de potencia.

#### Perturbación y observación

Este método opera de manera periódica perturbando el ciclo de trabajo del convertidor y comparando la potencia con el ciclo de trabajo anterior. Se evalúa la diferencia de potencia y de voltaje para determinar el movimiento del MPP. La Figura 3.8 muestra un diagrama de flujo con el algoritmo de perturbación y observación.

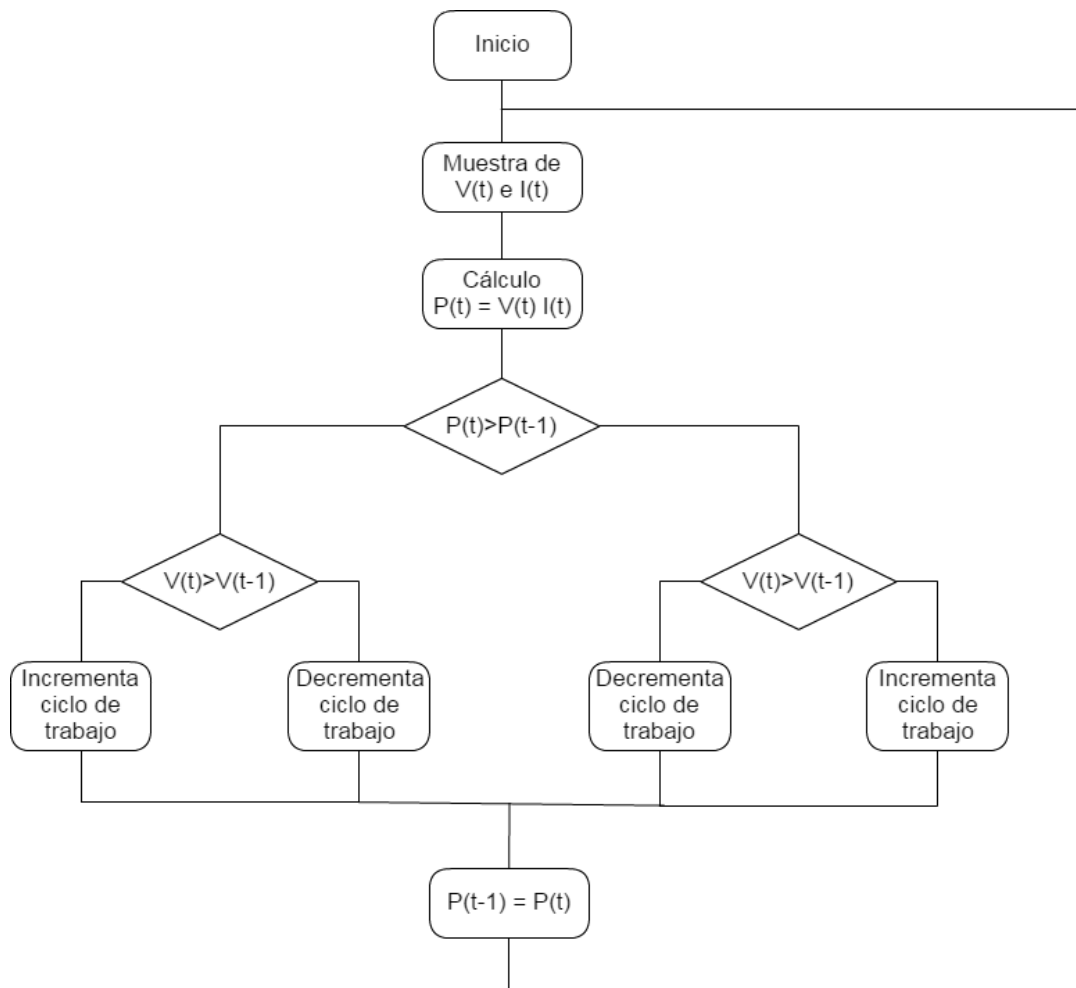


Figura 3.8: Diagrama de flujo del método perturbación y observación.

Este método no es eficiente ante cambios rápidos atmosféricos o de impedancia debido a la baja velocidad de seguimiento.

## Conductancia incremental

El algoritmo de conductancia incremental procesa la derivada de la potencia respecto del voltaje ( $\frac{dP}{dv}$ ). Estableciéndose en el MPP cuando la derivada de la potencia es igual a 0.

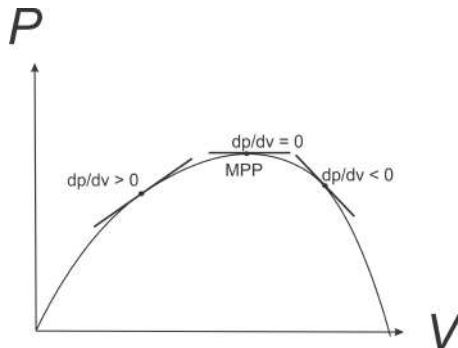


Figura 3.9: Diagrama de conductancia incremental.

Este algoritmo detecta el MPP, comparando la conductancia  $di/dv$  con  $I/V$ . Donde  $di = I - I_b$  y  $dv = V - V_b$  ( $I_b$  y  $V_b$  son valores almacenados en la iteración anterior). Cuando  $di/dv = I/V$  entonces el voltaje se encuentra en el MPP. El controlador mantiene este voltaje hasta que exista un cambio en la irradiancia entonces el proceso es nuevamente repetido.

## Referencia constante

El método de referencia constante consiste en comparar el voltaje del arreglo fotovoltaico con el voltaje en el máximo punto de potencia, bajo condiciones específicas de temperatura e irradiancia. Esta implementación es simple y no es robusta ante variaciones atmosféricas, sin embargo, no es alterada por los cambios de impedancia en la carga. Por lo que este método es el utilizado en el presente trabajo.

Para conocer los datos de  $I_{MPP}$  y  $V_{MPP}$  se emplea el módulo solar de PSIM. La obtención consiste en caracterizar el panel fotovoltaico (véase [57]); hacer las mediciones de los valores  $I_{sc}$  y  $V_{OC}$  y ajustar los valores de temperatura e irradiancia a los valores medidos; la herramienta calcula los valores  $I_{MPP}$  y  $V_{MPP}$ .

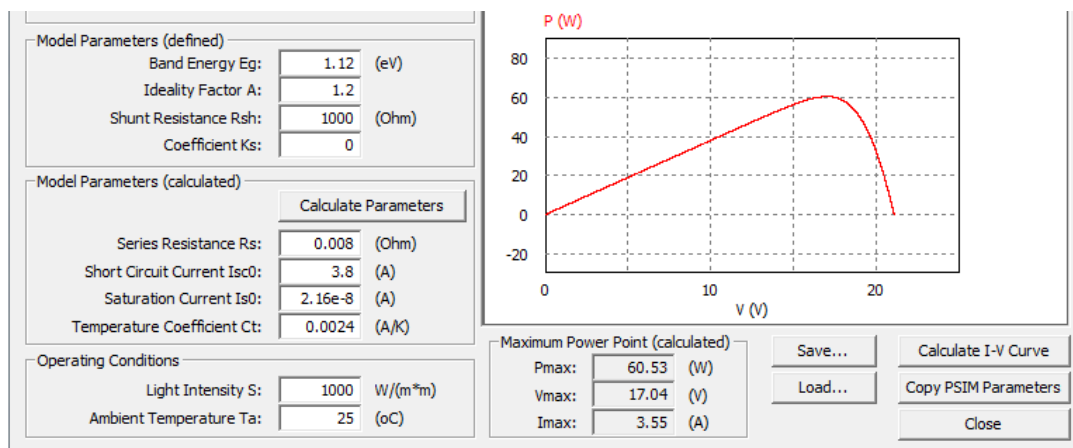


Figura 3.10: Herramienta PSIM Solar Module.

# Capítulo 4

## Convertidor electrónico de potencia

A continuación se presenta el marco teórico para los convertidores electrónicos de potencia, en el presente trabajo se emplea un convertidor CD-CD como regulador del máximo punto de potencia de los paneles solares. Posteriormente, a la salida de este convertidor se conecta un inversor trifásico empleado para el manejo y control del motor de inducción.

### 4.1. Antecedentes

Para conocer parte de los antecedentes de un convertidor electrónico de potencia, es necesario remontarse al transformador. Este dispositivo eléctrico permite aumentar o disminuir el voltaje en un circuito eléctrico de corriente alterna. No obstante, solo puede hacer transformaciones de voltaje y corriente alternos. Es propio hacer mención que la invención de dispositivos electrónicos exigía el uso de diversas fuentes de alimentación, ya sea de CA o CD a distintos niveles de amplitud. Por lo que se llegó a la necesidad de crear dispositivos que generaran una transformación entre ambos o igual tipo de corriente, para así obtener corrientes de salida acorde a las diligencias de las máquinas. Estos nuevos dispositivos toman el nombre de convertidores electrónicos de potencia. La existencia de las nuevas modalidades de convertidores se inició en la década de los 50, siendo de uso exclusivo para aplicaciones espaciales y militares. Posteriormente el desarrollo de semiconductores más eficientes y de menor tamaño, hizo posible su introducción a las aplicaciones de uso comercial en la década de los 70 [58].

### 4.2. Introducción

El uso de la energía eléctrica no es exclusivo de un solo formato, existiendo variables en su amplitud, frecuencia y otros factores. Por ello para generar compatibilidad con los diversos dispositivos que hacen uso de ella, se vio la necesidad de generar convertidores electrónicos de potencia que permiten la transformación entre los diversos formatos. Un convertidor electrónico de potencia es un sistema que hace la conversión de electricidad entre dos formatos diferentes, a través de la conmutación de un semiconductor como MOSFETs, IGBTs, transistores bipolares, etc.

Las características de mayor importancia de los convertidores electrónicos son: la capacidad de potencia, la eficiencia de conversión, reversibilidad, grado de idealidad y dimensión de la tecnología.

### 4.3. Tipos de convertidores

La clasificación que se tiene de los convertidores es variable con respecto a diferentes criterios. En éste capítulo se presenta la clasificación de acuerdo al formato de energías de entrada y salida que tienen, obteniendo cuatro grupos que se detallan a continuación:

#### Convertidor CD-CD

El dispositivo realiza la transformación de un valor específico de corriente continua de entrada en un valor distinto para el proceso de salida, simplificando la alimentación de un sistema. El uso de estos convertidores se pueden observar en el acondicionamiento de potencia de los sistemas fotovoltaicos, con el propósito de protección y reducción de pérdidas. Este tipo de convertidores se analizarán con más detalle, ya que este trabajo de investigación hace uso de ellos. Los convertidores CD/CD se clasifican en tres tipos:

- Convertidor reductor: Es aquel que disminuye el voltaje de salida.
- Convertidor elevador: Aumenta el voltaje al momento de generar la corriente de salida.
- Convertidor reductor-elevador: Son capaces de realizar ambas funciones.

#### Convertidor CD-CA

También denominados inversores por el proceso de cambiar un voltaje de entrada de tipo continuo a un voltaje de salida de corriente alterna, con la magnitud y frecuencia controlada por el usuario. Este inversor permite el diseño de accionamientos basados en máquinas síncronas y asíncronas. El uso de este inversor es tan efectivo que se puede emplear desde pequeñas fuentes de alimentación para computadoras, hasta para el desarrollo de aplicaciones industriales para controlar alta potencia. También permite convertir la corriente continua que generan los paneles solares fotovoltaicos por lo que más adelante se detallarán más características de este convertidor.

#### Convertidor CA-CD

También son denominados rectificadores y realizan la conversión de corriente alterna ya sea monofásica o trifásica en corriente continua a través de diodos rectificadores. Estos convertidores son empleados en diversos tipos de máquinas como: máquina de corriente continua, motores especiales o dispositivos electrónicos.



## Convertidor CA-CA

Genera la conversión de corriente alterna de un sistema modificando las formas de onda de amplitud, frecuencia y fases para la entrega a otro sistema de corriente alterna. Este tipo de convertidores son empleados en el diseño de arrancadores suaves, para reducir la intensidad que demanda el arranque de los motores de inducción.

## 4.4. Convertidor CD-CD

Un convertidor de corriente directa, sirve como acondicionador de potencia reduciendo o aumentando el nivel de voltaje de una entrada de CD y transfiriéndolo a una carga. El rango de aplicaciones de este tipo de convertidores va desde la carga de baterías hasta el control de motores eléctricos para automóviles y trenes [59].

Esta sección se enfoca en el uso de los convertidores CD-CD como dispositivos de acondicionamiento para sistemas fotovoltaicos (PV). El uso de estos convertidores está principalmente orientada a la reducción de pérdidas, a través del seguimiento del máximo punto de potencia (MPP). El convertidor permite optimizar el uso de la energía de los paneles fotovoltaicos.

La labor de los convertidores CD-CD durante la transferencia de potencia de los sistemas fotovoltaicos hacia la carga, es el acoplamiento de impedancias. Con el fin de operar en el punto donde los generadores fotovoltaicos alcanzan el MPP. A su vez, el convertidor debe adaptar su salida de acuerdo con los requerimientos de la carga. El voltaje entregado puede ser mayor o menor que el suministrado por el sistema PV. La Figura 4.1 muestra un diagrama del acoplamiento de un convertidor CD-CD entre el generador PV y una carga.

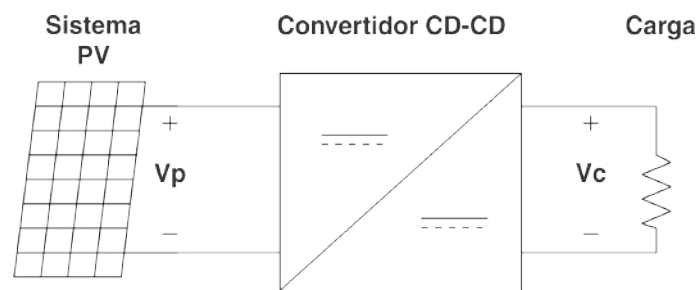


Figura 4.1: Diagrama de un convertidor CD-CD en un sistema fotovoltaico.

De acuerdo con la funcionalidad del convertidor CD-CD dentro del sistema fotovoltaico, recibe el nombre de seguidor del máximo punto de potencia, también conocido como SMPP (Seguidor del Máximo Punto de Potencia). Este SMPP puede ser de tipo elevador, reductor o bien reductor-elevador según los requerimientos de la carga y de la entrada del sistema PV. Algunos ejemplos de estos convertidores se mencionan a continuación:

- Convertidores tipo elevador:
  - Elevador
- Convertidores tipo reductor:
  - Buck

▪ Convertidores tipo reductor-elevador:

- Buck-Boost
- Cuk
- Flyback

En este trabajo se emplea un convertidor elevador como seguidor del MPP, debido a que el voltaje necesario para alimentar el motor de inducción es mayor que el voltaje que proveen los paneles solares. A continuación se realiza el análisis de una variante del convertidor elevador.

## 4.5. Convertidor elevador

En este trabajo se emplea el convertidor elevador. Este convertidor tiene la característica de elevar el voltaje de salida  $V_c$  con respecto a su entrada  $V_p$ . El diagrama se muestra en la Figura 4.2.

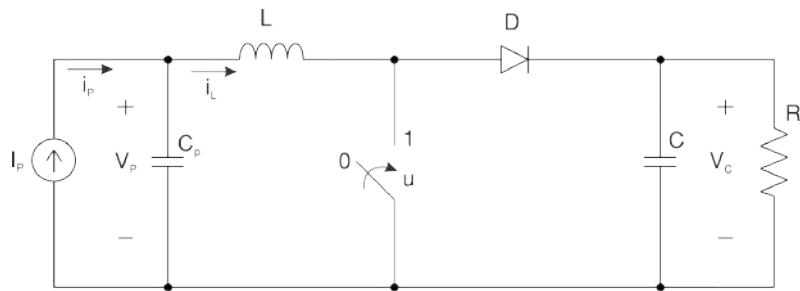


Figura 4.2: Convertidor elevador CD-CD tipo elevador.

En el diagrama se muestran los diferentes elementos del convertidor. La entrada de control  $u$ , representa la posición de conmutación del interruptor, que puede tomar los valores discretos  $\{0,1\}$ . Los parámetros del sistema son: la inductancia de entrada del circuito  $L$ ; la capacitancia de entrada del circuito  $C_p$  que asegura que el sistema PV trabaje como una fuente de voltaje de CD y la resistencia de carga del circuito  $R_L$ .

De acuerdo con los estados de conmutación de  $u$ , el circuito presenta dos estados. La Figura 4.3 muestra ambas situaciones.

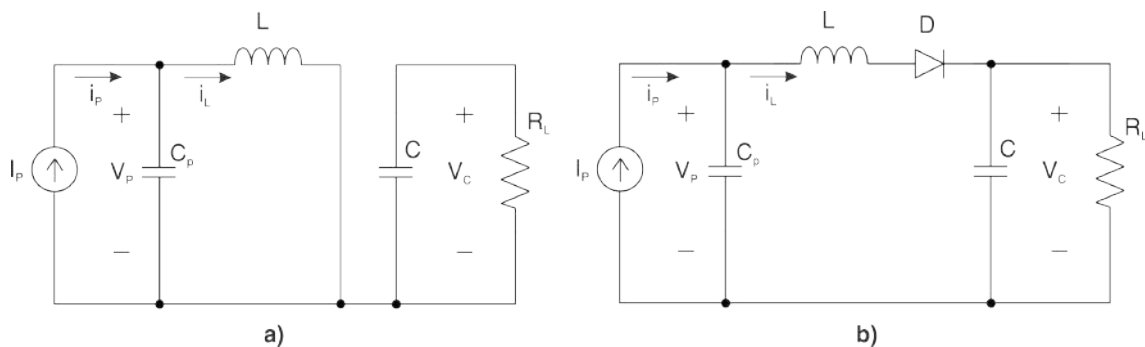


Figura 4.3: Estados de conmutación a) Modo 1  $u = 1$  b) Modo 2  $u = 0$ .

## Modo de conducción continua

Cuando  $u = 1$  el circuito entra en el modo 1, en el cual la carga  $R_L$  es alimentada por el capacitor  $v_c$ . Mientras que el inductor es conectado a la entrada, almacenando energía.

$$v_p = L \frac{di_L}{dt} \quad (4.1)$$

Tomando en cuenta que  $i_L$  aumenta de  $i_L(0)$  a  $i_L(t_{on})$ , en el intervalo de tiempo  $t = [0, t_{on}]$ , entonces:

$$i_L(t_{on}) - i_L(0) = t_{on} \frac{V_p}{L} \quad (4.2)$$

Cuando el interruptor se abre  $u = 0$ , el diodo se polariza directamente, entrando en modo de conducción. Esto permite que la carga almacenada en el inductor sea transferida hacia el capacitor  $v_c$  y la carga  $R_L$ .

$$v_p - v_c = \frac{di_L}{dt} \quad (4.3)$$

Lo cual se puede escribir como:

$$i_L(T) - i_L(t_{on}) = t_{off} \frac{v_p - v_c}{L} \quad (4.4)$$

Donde  $T$  es el periodo de conmutación. Se aplica la condición de continuidad y periodicidad a la corriente del inductor.

$$\frac{v_p}{L} t_{on} = \frac{v_p - v_c}{L} t_{off} \quad (4.5)$$

Despejando  $v_p$  y  $v_c$ , se obtiene:

$$\frac{v_p}{v_c} = \frac{t_{off} - t_{on}}{t_{off}} = \frac{1}{1 - D} \quad (4.6)$$

donde  $D$  es el ciclo de trabajo.

## Modelo del convertidor elevador

El modelo promedio del convertidor elevador se obtiene a través del análisis del circuito, empleando las ecuaciones de corriente y voltaje de Kirchhoff. La variable de conmutación  $u$ , señal relacionada con el ciclo de trabajo, se denota por  $u_{av}$ , la cual es una función restringida a tomar los valores el intervalo cerrado  $[0,1]$ .

$$\begin{aligned} C_p \frac{dv_p}{dt} &= i_p - i_L \\ L \frac{di_L}{dt} &= -(1 - u_{av})v_c + v_p \\ C \frac{dv_c}{dt} &= i_L(1 - u_{av}) - \frac{1}{R_L}v_c \\ y &= v_c \end{aligned} \quad (4.7)$$

## 4.6. Convertidor CD-CA

Los convertidores CD-CA también conocidos como inversores, tienen la función de transformar un voltaje de entrada de CD en un voltaje de salida de CA. Las aplicaciones de este convertidor son diversas, desde su uso para interconexión de sistemas fotovoltaicos con la red, hasta aplicaciones de control para motores de CA.

Los inversores pueden clasificarse en: inversores monofásicos e inversores trifásicos. La Figura 4.4 muestra el diagrama básico de ambos tipos de inversores.

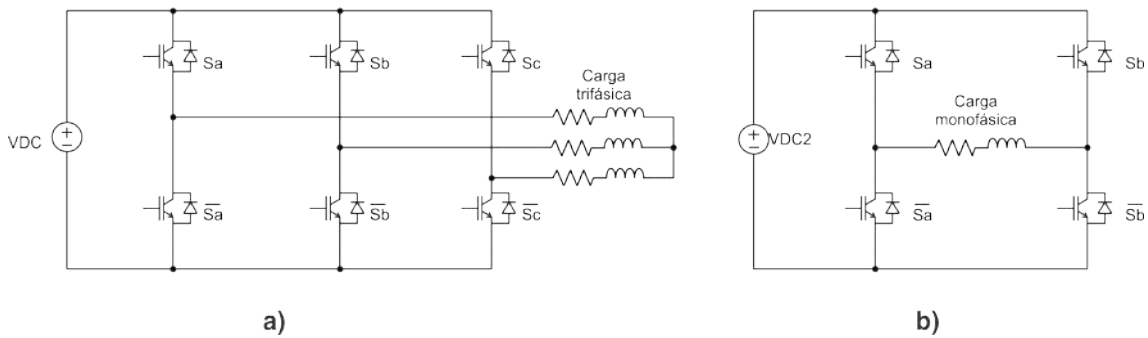


Figura 4.4: Inversores a) trifásico b) monofásico.

El principio de funcionamiento de los inversores es controlar la magnitud y frecuencia de la salida de CA, dada una entrada de CD constante. Esto se logra a través de la modulación por ancho de pulso, conocida como PWM (Pulse Width Modulation). Existen diversas técnicas de modulación por ancho de pulso, en esta sección se presenta la modulación por ancho de pulso sinusoidal, debido a que esta técnica es comúnmente empleada por las tarjetas de prototipado. [60],[61],[62].

## 4.7. Modulación por ancho de pulso

Esta técnica hace uso de dos señales, las cuales serán comparadas para generar una salida modulada. Se requiere de una señal sinusoidal  $V_{sin}$ , la cual se denomina señal de salida deseada y contiene información acerca de la frecuencia requerida  $f_1$ . También se requiere de una señal triangular  $V_{tri}$  la cual establece la frecuencia de conmutación del inversor  $f_s$ , véase Figura 4.5.

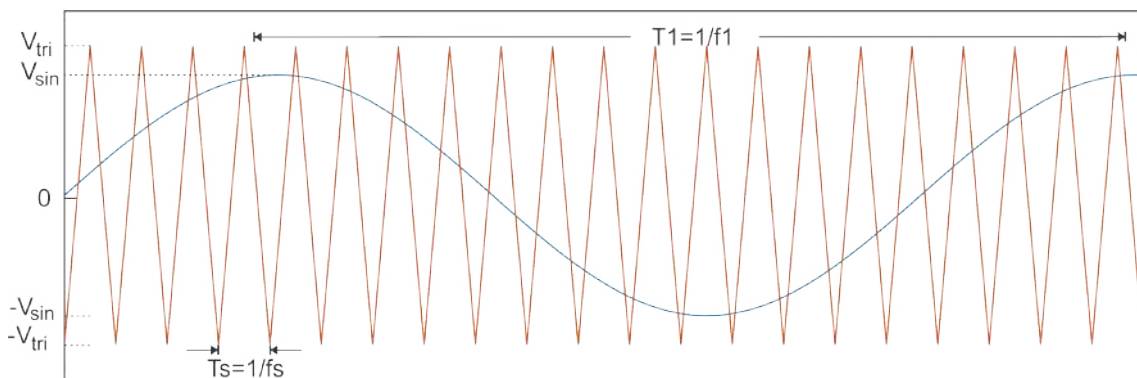


Figura 4.5: Señales de comparación para PWM.

El resultado de la comparación de estas dos señales nos dará una salida modulada por ancho de pulso. La modulación en amplitud  $m_a$  de esta salida se define como:

$$m_a = \frac{V_{sin}}{V_{tri}} \quad (4.8)$$

La modulación en frecuencia  $m_f$  es expresada por:

$$m_f = \frac{f_s}{f_1} \quad (4.9)$$

La Figura 4.6 muestra la señal modulada por ancho de pulso comparada con su señal fundamental. La señal de salida tiene una amplitud determinada por el bus de CD  $V_{CD}$ .

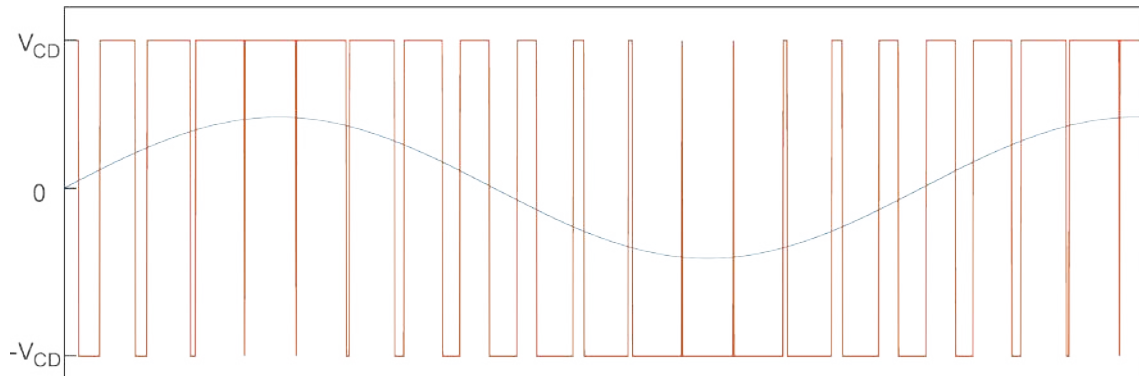


Figura 4.6: Señal modulada por ancho de pulso.

# Capítulo 5

## Diseño y simulaciones

En este capítulo se expondrá el análisis, diseño y simulación de dos controladores. El primero es el control de campo orientado (CCO, Control de Campo Orientado), estrategia empleada para el seguimiento de una trayectoria de velocidad angular del motor de inducción trifásico. El segundo es el controlador por retroalimentación de la salida pasiva del error exacto para el convertidor elevador (RSPEE, Retroalimentación de la Salida del Error Exacto). Se presenta un estimador algebraico para estimar la impedancia que existe entre el convertidor tipo elevador y el inversor con la finalidad de conseguir el punto máximo de potencia entrada-salida, del convertidor elevador alimentado por el arreglo de paneles solares fotovoltaicos. También, se presentan las simulaciones y co-simulaciones de ambas estrategias de control.

### 5.1. Control de campo orientado para regular la velocidad angular del motor de inducción

El método de control de campo orientado es comúnmente empleado en las máquinas de CA. La principal característica del esquema de campo orientado es que permite cambiar la referencia de un sistema trifásico estático  $abc$  a un sistema giratorio  $dq$ , lo cual simplifica de manera sustancial el diseño del controlador del motor.

El control vectorial o control de campo orientado, fue presentado por K. Hasse y F. Blaschke entre las décadas de los 60 y 70. Este principio impulsó a emplear motores de inducción en aplicaciones de velocidades variables. Por lo cual comenzó a sustituir a los motores CD mayormente empleados en aplicaciones de velocidad variable, añadiendo confiabilidad, robustez y bajo costo [63], [64].

#### 5.1.1. Diseño del controlador

El control de campo orientado se diseña a partir de las ecuaciones dinámicas del motor en el sistema de referencia  $dq$  (2.28). Se requiere la realimentación completa de los estados  $\theta$ ,  $\omega$ ,  $\psi_d$ ,  $i_d$ ,  $i_q$  y  $\rho$ . Debido a que la magnitud y ángulo del flujo magnético no se pueden medir, se utiliza un observador para obtener  $\psi_d$  y  $\rho$ . Posteriormente se calcula  $i_d$  e  $i_q$ . A este tipo de control se le denomina control de campo orientado indirecto.

## Observador de flujo

La posición del flujo magnético en el rotor es uno de los aspectos más importantes en el control de campo orientado, ya que es el parámetro que permite obtener el sistema de referencia giratorio. En el motor de inducción la velocidad de giro del rotor no es igual a la velocidad de flujo del rotor, debido al deslizamiento  $S$  que existe. El método para estimar el flujo se presenta a continuación.

Recordando que (2.23) y (2.24) definen la magnitud y el ángulo del flujo magnético como:

$$\begin{aligned}\frac{d\psi_d}{dt} &= -\eta\psi_d + \eta M i_d \\ &= -\eta\psi_d + \eta M (i_{Sa} \cos(\rho) + i_{Sb} \sin(\rho)) \\ \frac{d\rho}{dt} &= n_p \omega + \eta M \frac{i_q}{\psi_d} \\ &= n_p \omega + \eta M \frac{(-i_{Sa} \sin(\rho) + i_{Sb} \cos(\rho))}{\psi_d}\end{aligned}$$

Se pueden estimar ambas ecuaciones realimentando las variables medidas  $i_{Sa}$ ,  $i_{Sb}$  y  $\omega$ . También, se realiza la integración de ambas ecuaciones para obtener  $\psi_d$  y  $\rho$ , y retroalimentarlas en las mismas ecuaciones. El estimador de flujo se define de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}\frac{d\hat{\psi}_d}{dt} &= -\eta\hat{\psi}_d + \eta M (i_{Sa} \cos(\hat{\rho}) + i_{Sb} \sin(\hat{\rho})) \\ \frac{d\hat{\rho}}{dt} &= n_p \omega + \eta M \frac{(-i_{Sa} \sin(\hat{\rho}) + i_{Sb} \cos(\hat{\rho}))}{\hat{\psi}_d}\end{aligned}\tag{5.1}$$

## Corrientes directa y de cuadratura

Con la estimación del ángulo  $\hat{\rho}$  se obtienen las corrientes  $\hat{i}_d$  e  $\hat{i}_q$  estimadas con la ayuda de la transformada de Park (véase Apéndice B):

$$\begin{aligned}\hat{i}_d &= i_{Sa} \cos(\hat{\rho}) + i_{Sb} \sin(\hat{\rho}) \\ \hat{i}_q &= -i_{Sa} \sin(\hat{\rho}) + i_{Sb} \cos(\hat{\rho})\end{aligned}\tag{5.2}$$

Con la estimación de la magnitud y ángulo del flujo magnético así como la corriente directa y de cuadratura, se obtiene la realimentación de todos los estados del sistema de coordenadas (2.28).

## Control de campo orientado comandado por corrientes

Las ecuaciones  $di_d/dt$  y  $di_q/dt$  que contienen las variables de control  $u_d$  y  $u_q$ , incluyen no linealidades. Es difícil cancelar estas dinámicas de manera precisa debido a las variaciones resistivas por calor y la saturación magnética que afecta el valor de  $L_R$  y  $L_S$ . Para evitar alteraciones debido a lo comentado, se emplea un control comandado por corrientes de alta ganancia [65]. En este control se aplica un lazo PI

en las entradas del control, que obliga a  $i_d$  e  $i_q$  a seguir sus valores de referencia  $i_{dr}$  e  $i_{qr}$ :

$$\begin{aligned} u_d &= K_{dI} \int_0^t (i_{dr} - i_d) dt + K_{dP} (i_{dr} - i_d) \\ u_q &= K_{qI} \int_0^t (i_{qr} - i_q) dt + K_{qP} (i_{qr} - i_q) \end{aligned} \quad (5.3)$$

### Trayectorias de referencia $i_{dr}$ e $i_{qr}$

Las ecuaciones dinámicas de velocidad y flujo magnético se ven mayormente influenciadas por las corrientes  $i_q$  e  $i_d$  respectivamente:

$$\begin{aligned} \frac{d\omega}{dt} &= \mu\psi_d i_q - (f/J)\omega - \tau_L/J \\ \frac{d\psi_d}{dt} &= -\eta\psi_d + \eta M i_d \end{aligned}$$

Lo anterior implica una rápida variación de la velocidad  $\omega$  bajo la corriente  $i_q$ , y del flujo magnético  $\psi_d$  bajo  $i_d$ . Se escogen las corrientes de referencia  $i_{qr}$  e  $i_{dr}$  en relación a los errores de velocidad y de flujo magnético respectivamente. El error de velocidad es la diferencia entre la variable medida o estimada y la trayectoria deseada. La variable mecánica que el motor debe seguir es  $\omega_{ref}$ . Se escoge la trayectoria  $i_{qr}$  como un lazo de realimentación PI:

$$i_{qr} = K_0 \int_0^t (\omega_{ref} - \omega) dt + K_1 (\omega_{ref} - \omega) + K_2 (d\omega_{ref} - d\omega) + (f/J)\omega \quad (5.4)$$

Sea  $\psi_{ref}$  la referencia de flujo magnético, se escoge la trayectoria  $i_{dr}$  como:

$$i_{dr} = K_{\psi 0} \int_0^t (\psi_{dref} - \psi_d) dt + K_{\psi 1} (\psi_{dref} - \psi_d) \quad (5.5)$$

### Debilitamiento del flujo magnético

Cuando el motor alcanza altas velocidades el flujo magnético  $\psi_d$  se reduce. Para evitar saturaciones en la entrada  $u_q$ , la referencia de flujo  $\psi_{dref}$  se debe disminuir en función de la velocidad.

$$\psi_{dref} = \psi_{d0} \frac{\omega_{base}}{\omega} \quad (5.6)$$

Donde  $\omega_{base}$  es la velocidad angular nominal en el motor,  $\omega$  la velocidad medida y  $\psi_{d0}$  es el flujo inicial que se debe mantener en el motor de inducción.

#### 5.1.2. Co-Simulación del control de campo orientado

En el presente apartado se muestran los resultados de la co-simulación realizada, referente al control de campo orientado para la regulación de velocidad del motor de inducción. La co-simulación se realizó en el entorno MATLAB Simulink - PSIM. Simulink aloja el algoritmo de control de campo orientado, mientras que el programa PSIM se encarga del modelo físico del inversor trifásico y el motor de inducción,



véase Figura 5.1. Esta co-simulación se realiza empleando los módulos Sim-coupler, encargado de vincular ambos programas.

La finalidad de esta simulación es conocer acerca de las capacidades y limitaciones del motor antes de probar el control en una máquina de inducción real. La aproximación de los resultados a nivel simulación, comparados con los resultados experimentales reales, se debe a la correcta estimación de los parámetros.

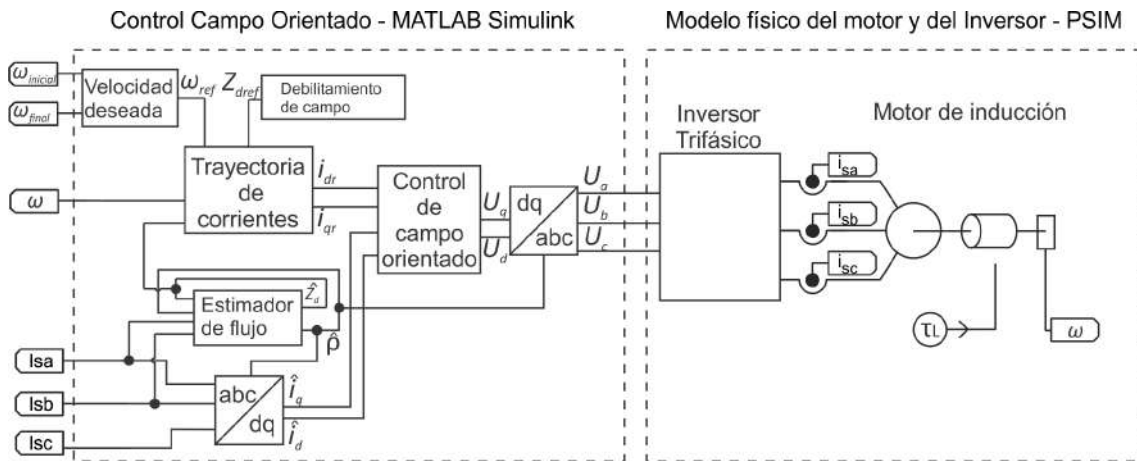


Figura 5.1: Diagrama de la co-simulación del control de campo orientado.

Las siguientes gráficas muestran los resultados a nivel simulación del control de campo orientado. Estas gráficas se obtuvieron del software Matlab Simulink.

La Figura 5.2 a) muestra la gráfica del seguimiento de velocidad angular del motor. Es notable que tanto la trayectoria de referencia, como la velocidad angular del motor siguen la misma trayectoria. El error entre estas dos señales es pequeña y se muestra en la Figura 5.2 b).

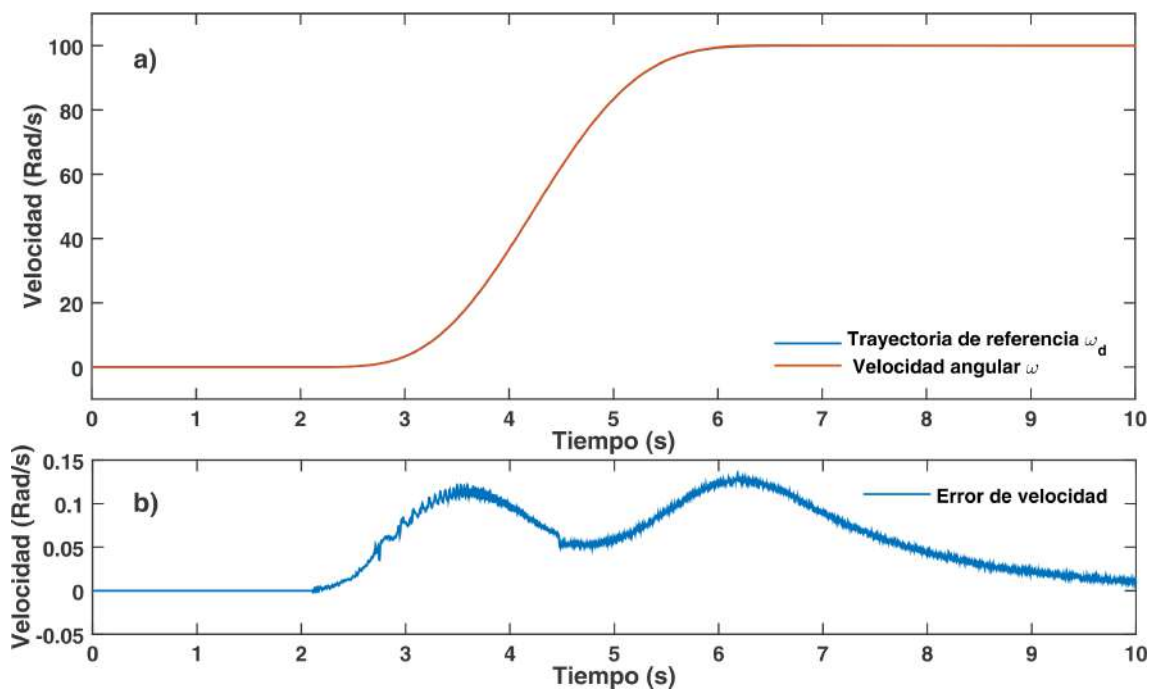


Figura 5.2: Gráfica de simulación a) Velocidad angular b) Error de velocidad.

La simulación del flujo magnético se muestra en la Figura 5.3. El flujo magnético estimado sigue su referencia. Esta referencia se traza por la ecuación de debilitamiento de campo magnético, con el fin de evitar la saturación en  $u_q$ .

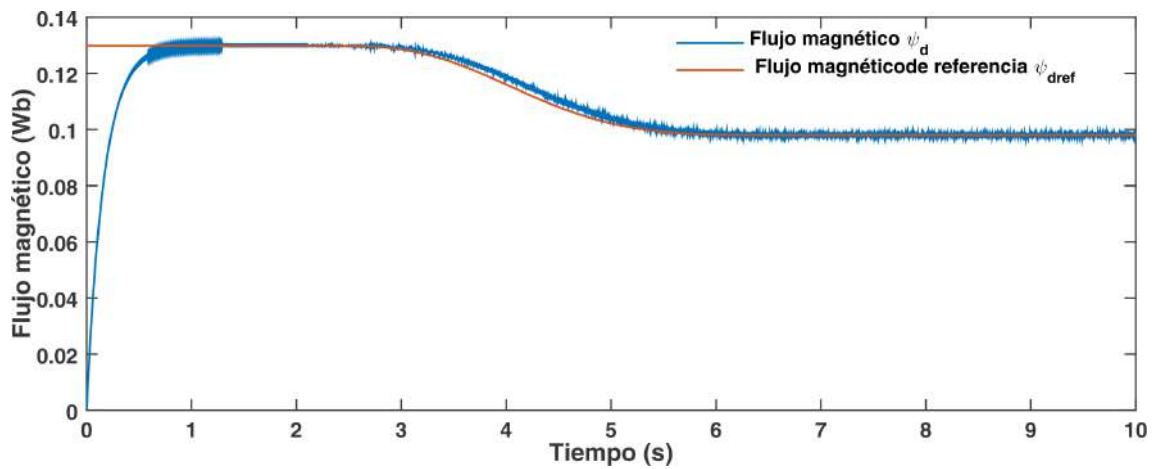


Figura 5.3: Gráfica de simulación del flujo magnético.

Las corrientes  $i_d$  e  $i_q$  controlan las salidas de campo magnético y la velocidad angular. Éstas se muestran en la Figura 5.4. Como se mencionó anteriormente, las corrientes son forzadas a seguir sus trayectorias  $i_{dr}$  e  $i_{qr}$ , dirigidas por el error de flujo magnético y de la velocidad angular respectivamente.

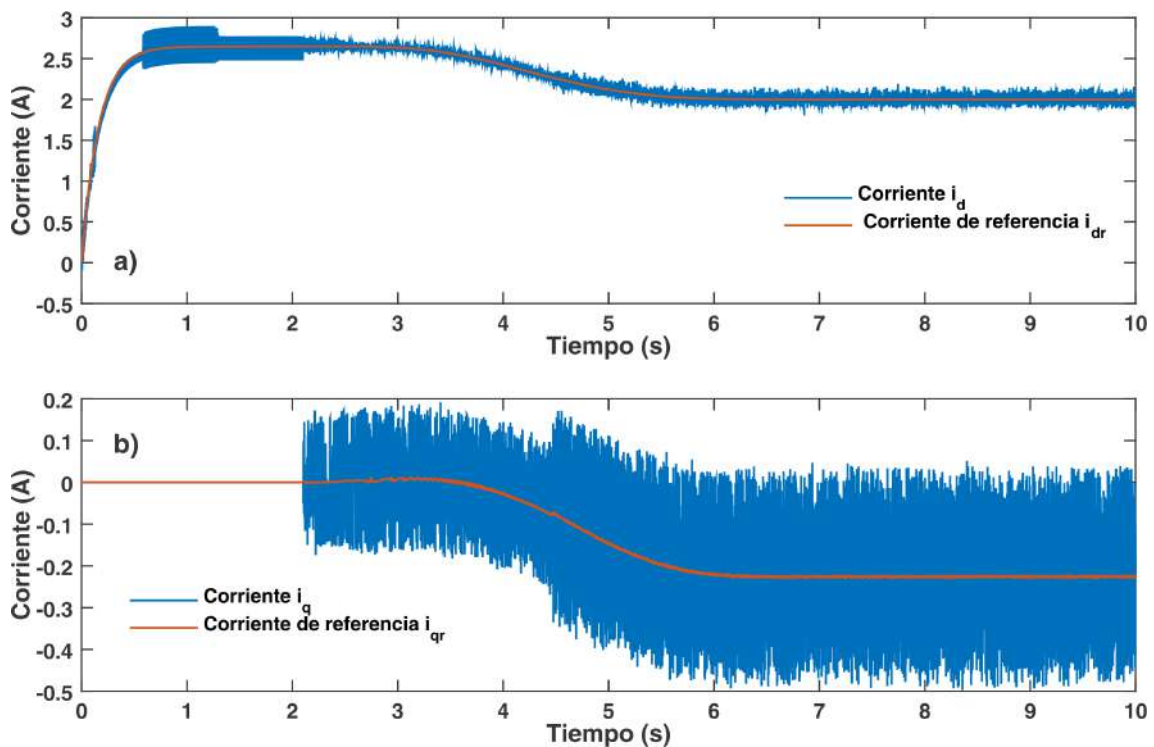


Figura 5.4: Gráfica de simulación a) Corriente  $i_d$  b) Corriente  $i_q$ .

Estas simulaciones verifican el buen funcionamiento del control de velocidad de campo orientado.

## 5.2. Control por retroalimentación de la salida pasiva del error exacto para el convertidor elevador

A continuación se presenta el marco teórico de pasividad, el control generalizado de los convertidores CD-CD y el control diseñado para el convertidor elevador empleado en este trabajo. Se empleó [66-68] como base teórica de esta sección.

### 5.2.1. Pasividad

Las estrategias de control tradicionales adoptan un punto de vista del procesamiento de señales. Estos algoritmos de control son eficaces para sistemas lineales invariantes en el tiempo. Sin embargo, en sistemas no lineales para eliminar las señales indeseadas se debe hacer grandes y complejos procesamientos del control, lo que consume mayor tiempo y energía en el procesamiento computacional.

La energía juega un papel en la descripción de los modelos físicos. Por ello surge los controladores basados en energía, en los cuales el control debe regular la energía del sistema e incluso la forma en la que fluye.

Considere el sistema no lineal, con representación en variables de estado:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x) + g(x)u \\ y &= h(x)\end{aligned}\tag{5.7}$$

Donde los estados  $x \in \mathfrak{R}^n$ , la entrada  $u \in \mathfrak{R}^m$  y la salida  $y \in \mathfrak{R}^m$ . Se dice que un sistema es Pasivo si existe una función  $S(x) \geq 0$  si y solo si cumple:

$$\frac{d}{dt}(S) \leq y^T u\tag{5.8}$$

$S(x)$  es la función de almacenamiento del sistema, mientras  $y^T u$  es la fuente de alimentación. 5.8 es equivalente a:

$$\frac{\partial^T S}{\partial x}(x)[f(x) + g(x)u] \leq h^T(x)u\tag{5.9}$$

para toda  $x$  y  $u$ , escrito también como:

$$\begin{aligned}L_f S(x) &= \frac{\partial^T S}{\partial x}(x)f(x) \leq 0 \\ h(x) &= g^T(x)\frac{\partial S}{\partial x}(x)\end{aligned}\tag{5.10}$$

Por lo tanto, pasividad puede ser considerarse como una extensión de la función de Lyapunov

### 5.2.2. Control basado en pasividad de los convertidores de potencia CD-CD

Suponga que los convertidores CD-CD regulados por un solo conmutador, se escriben de la forma general:

$$\mathcal{A}\dot{x} = \mathcal{J}(u_{av})x - \mathcal{R}x + bu_{av} + \mathcal{E}\tag{5.11}$$

donde  $\mathcal{A}$  es una matriz diagonal definida positiva,  $\mathcal{J}(u_{av})$  es una matriz asimétrica para todo  $u_{av}$ . Estos términos representan las fuerzas conservativas del sistema. La matriz  $\mathcal{R}$  es una matriz simétrica semi-definida positiva, que representa los términos disipativos del sistema.  $b$  es un vector constante que puede contener algunas perturbaciones externas. y  $\mathcal{E}$  es la fuente de voltaje de alimentación. El vector de estados  $x$  se asume que puede ser medido.

La tarea del control es el seguimiento del vector de estados de referencia  $\bar{x}(t)$  el cual será determinado de acuerdo al modelo del convertidor.

Se propone la Retroalimentación de la Salida Pasiva el Error Exacto, RSPEE [67, 69], empleando la función candidata de Lyapunov del error de seguimiento como:

$$V(e) = \frac{1}{2}e^T A e = \frac{1}{2}(x - \bar{x}(t))\mathcal{A}(x - \bar{x}(t)) \quad (5.12)$$

y la derivada de dicha función a través de las trayectorias del sistema dada por:

$$\begin{aligned} \dot{V}(e) &= (x - \bar{x}(t))^T \mathcal{A}(\dot{x} - \dot{\bar{x}}(t)) \\ &= (x - \bar{x}(t))^T (\mathcal{J}(u_{av})x - \mathcal{R}x + bu_{av} + \mathcal{E} - \mathcal{A}\dot{\bar{x}}(t)) \end{aligned} \quad (5.13)$$

donde

$$\mathcal{A}\dot{\bar{x}}(t) = \mathcal{J}(u_{av})\bar{x}(t) - \mathcal{R}\bar{x}(t) + bu_{av} + \mathcal{E} + \mathcal{R}_I(x - \bar{x}(t)) \quad (5.14)$$

Con  $\mathcal{R}_I$  una matriz definida positiva o semi-definida positiva que satisface la condición:  $\mathcal{R} + \mathcal{R}_I > 0$ . Tomando en cuenta que  $e^T \mathcal{J}(u)e = 0$  para toda  $u$  la derivada de la función de Lyapunov  $V(e)$  se escribe como:

$$\dot{V}(e) = -e^T (\mathcal{J}(u_{av})e - \mathcal{R}e - \mathcal{R}_I e) = -e^T (\mathcal{R} - \mathcal{R}_I)e < 0 \quad (5.15)$$

El error de seguimiento  $e$  tiene origen en el punto de equilibrio estable asintótico. La estabilidad del punto de equilibrio para el seguimiento del error debe determinarse para ser incluido en su naturaleza exponencial. Sea  $\kappa_A$  y  $\kappa_{\mathcal{R}+\mathcal{R}_I}$  los eigenvalores más pequeños de las matrices definidas positivas  $A$  y  $\mathcal{R} + \mathcal{R}_I$ , entonces tenemos:

$$\dot{V}(e) = -e^T (\mathcal{R} + \mathcal{R}_I) \leq -\kappa V(e) \quad (5.16)$$

donde  $\kappa = \min\{\kappa_A, \kappa_{\mathcal{R}+\mathcal{R}_I}\}$ .

La matriz simétrica  $\mathcal{R}_I$  complementa la estabilidad de la matriz de amortiguamiento  $\mathcal{R}$ . La condición  $\mathcal{R} + \mathcal{R}_I > 0$  debe considerarse como la condición de acoplamiento de disipación.

El sistema

$$\mathcal{A}\dot{\bar{x}}(t) = \mathcal{J}(u_{av})\bar{x}(t) - \mathcal{R}\bar{x}(t) + bu_{av} + \mathcal{E} + \mathcal{R}_I(x - \bar{x}(t)) \quad (5.17)$$

se considera un sistema exógeno controlado el cual imita la estructura de energía del sistema y agrega el termino de amortiguamiento  $\mathcal{R}_I(x - \bar{x}(t))$ . Esta inyección de amortiguamiento complementa la disipación del sistema original en el seguimiento de la dinámica del error. El sistema exógeno es un sistema controlado que se considera un modelo de referencia con una estructura de disipación mejorada. Definiendo una trayectoria de referencia deseada para un grado relativo uno con salida de fase mínima en el modelo de referencia, el control puede ser inmediatamente procesado en lazo cerrado. Mientras que el resto de las variables de estado diferentes de las salidas de fase mínima constituyen la retroalimentación del control.

### 5.2.3. Control RSPEE del convertidor elevador

En esta sección se presenta el control del convertidor elevador para el seguimiento máximo del punto de potencia. Dado el siguiente sistema dinámico del convertidor tipo elevador:

$$\begin{aligned}
 C_p \frac{dv_p}{dt} &= i_p - i_L \\
 L \frac{di_L}{dt} &= -(1 - u_{av})v_c + v_p \\
 C \frac{dv_c}{dt} &= i_L(1 - u_{av}) - \frac{1}{\hat{R}_L}v_c \\
 y &= v_c
 \end{aligned} \tag{5.18}$$

Donde la impedancia de carga  $\hat{R}_L$ , se supone desconocida. Debido a que al conectar el inversor que alimenta al motor, la impedancia tiene variaciones. De ahí, que ésta deberá ser estimada. Por lo tanto, el sistema (5.18) se escribe a su forma pasiva como [68], [66]:

$$\begin{aligned}
 A\dot{x} &= J(u_{av})x - Rx + \varepsilon, \quad x \in \mathfrak{R}^3, \quad u_{av} \in \mathfrak{R} \\
 y &= v_C, \quad y \in \mathfrak{R}
 \end{aligned} \tag{5.19}$$

Con el vector de estados dado por:

$$x(t) = (v_p, i_L, v_C)^T$$

Donde:

$$\begin{aligned}
 A &= \begin{pmatrix} C_p & L & C^T \end{pmatrix}; \\
 J(u_{av}) &= \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -(1 - u_{av}) \\ 0 & (1 - u_{av}) & 0 \end{pmatrix}; \\
 R &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\hat{R}_e} \end{pmatrix}; \\
 \varepsilon &= \begin{pmatrix} i_p(t) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix};
 \end{aligned}$$

$J(u_{av})$  es una matriz asimétrica, es decir:  $J(u_{av}) = J^T(u_{av})$ . Donde  $u_{av}$  es la de entrada del control. La matriz  $R$  es simétrica positiva definida,  $R = R^T$ ,  $\varepsilon$  es una matriz de perturbaciones de entrada.

$\bar{u}(t)$  es la entrada de control deseada de referencia, correspondiente al vector de estados deseado:

$$\bar{x}(t) = (\bar{v}_p, \bar{i}_L, \bar{v}_C)^T = \left( V_{MPP}, V_d^2 / \left( V_{MPP} \hat{R}_e \right), V_d \right)^T \tag{5.20}$$

Donde el valor deseado  $\bar{v}_p$  correspondiente al voltaje en el punto máximo de potencia proporcionado por la hoja de datos del panel solar. De ahí que el sistema

de referencias deseado cumple:

$$\begin{aligned} A\dot{\bar{x}} &= J(\bar{u}_{av})\bar{x} - R\bar{x} + \bar{\varepsilon}, \quad \bar{x} \in \mathbf{R}^3, \quad \bar{u}_{av} \in \mathbf{R} \\ \bar{y} &= \bar{v}_C, \quad \bar{v}_C \in \mathbf{R} \end{aligned} \quad (5.21)$$

Se obtiene la dinámica del error exacto, a través de la sustracción de (5.18) y (5.20). Donde  $e = x(t) - \bar{x}(t) = (e_{v_d}, e_{i_L}, e_{v_C})^T$ , el error de entrada del control es:  $e_u = u(t) - \bar{u}(t)$ ; y el error de entrada de perturbación, se define como:  $e_\varepsilon = \varepsilon(t) - \bar{\varepsilon}(t) = (0, 0, e_p)^T$ :

$$\begin{aligned} A\dot{e} &= J(u_{av})x - Rx + \varepsilon - J(\bar{u}_{av})\bar{x} + R\bar{x} - \bar{\varepsilon} \\ &= J(u_{av})x + J(u_{av})\bar{x} - J(u_{av})\bar{x} - J(\bar{u}_{av})\bar{x} \\ &\quad - Re + e_\varepsilon \\ &= [J(u_{av}) - R]e + [J(u_{av}) - J(\bar{u}_{av})]\bar{x} + e_\varepsilon \end{aligned} \quad (5.22)$$

La matriz  $J(u_{av})$  se calcula como una serie de Taylor exacta, de la siguiente forma:

$$J(u_{av}) - J(\bar{u}_{av}) = \left. \frac{\partial J(u_{av})}{\partial u_{av}} \right| e_u \quad (5.23)$$

Reemplazando (5.22) dentro de (5.21), se obtiene:

$$A\dot{e} = [J(u_{av}) - R]e + \left[ \frac{\partial J(u_{av})}{\partial u_{av}} \bar{x} \right] e_u + e_\varepsilon \quad (5.24)$$

Proponiendo la función candidata de Lyapunov como:

$$V(e) = \frac{1}{2} e^T A e > 0 \quad (5.25)$$

Con su derivada con respecto al tiempo:

$$\begin{aligned} \dot{V}(e) &= e^T A \dot{e} \\ &= e^T [J(u_{av}) - R]e + e^T \left[ \frac{\partial J(u_{av})}{\partial u_{av}} \bar{x} \right] e_u + e^T e_\varepsilon \\ &= -e^T [R]e + e^T \left[ \frac{\partial J(u_{av})}{\partial u_{av}} \bar{x} \right] e_u + e^T e_\varepsilon \end{aligned} \quad (5.26)$$

La derivada  $\dot{V}$  se puede hacer definida negativa al proponer el error de entrada del control  $e_u$  como:

$$e_u = -\gamma \left[ \frac{\partial J(u_{av})}{\partial u_{av}} \bar{x} \right]^T e - e_\varepsilon \quad (5.27)$$

Con la ganancia del control  $\gamma > 0$ . Reemplazamos (5.26) en (5.25), y se obtiene la derivada de la función candidata de Lyapunov:

$$\dot{V}(e) = -e^T \underbrace{[R + R_d]}_{:=\bar{R}} e \leq 0 \quad (5.28)$$

donde,

$$\tilde{R} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & V_d^2 & -\frac{V_d^3}{V_{MPP}\hat{R}_e} \\ 0 & -\frac{V_d^3}{V_{MPP}\hat{R}_e} & \frac{1}{\hat{R}_e} + \frac{V_d^4}{(V_{MPP}\hat{R}_e)^2} \end{pmatrix} \quad (5.29)$$

Utilizando el *criterio de sylvester* se verifica que la matriz  $\tilde{R} \geq 0$  es semi-definida positiva. Por lo tanto el punto de equilibrio dado en (5.23) bajo la ley de control (5.26) es estable. Despejando  $u_{av}$  de (5.26) se obtiene la siguiente ley de control:

$$u_{av} = \bar{u}_{av} - \gamma \bar{i}_L (v_C - \bar{v}_C) + \gamma \bar{v}_C (i_L - \bar{i}_L) - (i_p - \bar{i}_p) \quad (5.30)$$

Los puntos de equilibrio del sistema se obtienen a partir del sistema original en estado estacionario:

$$\begin{aligned} \bar{i}_L &= \bar{i}_p = V_d^2 / (V_{MPP}\hat{R}_e) \\ \bar{v}_p &= V_{MPP} \\ \bar{v}_c &= V_d \\ u_{av}^- &= 1 - \frac{V_{MPP}}{V_d} \end{aligned} \quad (5.31)$$

Para el buen funcionamiento del control es importante conocer el valor de la impedancia de salida del convertidor elevador. Especialmente cuando dicho convertidor es conectado a un carga desconocida.

#### 5.2.4. Estimador algebraico de la impedancia de salida del convertidor

La estimación de parámetros algebraicos en sistemas no lineales se basa en el álgebra diferencial. De acuerdo con Diop & Fliess [70], un sistema no lineal es observable si y solo si, cualquier variable de estado del sistema empleada, es una función diferencial de las variables de control y sus salida.

A continuación se presenta el diseño de un estimador algebraico de impedancia en salida del convertidor tipo elevador. Se sugiere consultar [71, p. 50], [28].

El control del convertidor hace uso de la realimentación de las variables de estado  $(i_L, v_C)$ . Con la ayuda de estas variables se estima la impedancia  $\hat{R}_e$ . Dada la dinámica de voltaje del convertidor, se tiene lo siguiente:

$$C \frac{dv_c}{dt} = i_L u_{av} - \frac{1}{R_L} v_c$$

De ahí se realiza una copia de la ecuación:

$$C \frac{dx_2}{dt} = x_1 u_{av} - \frac{1}{R_L} x_2 \quad (5.32)$$

Donde  $x_1 = i_L$  y  $x_2 = v_C$ . Se multiplica ambos lados de la ecuación por  $(-t)^n$ , donde  $t$  es la variable de tiempo y  $n$  es el grado de la derivada de más alto orden:

$$(-t)^1 C \frac{dx_2}{dt} = (-t)^1 x_1 u_{av} - (-t)^1 \frac{1}{R_L} x_2 \quad (5.33)$$

La expresión anterior, se integra de ambos lados con respecto al tiempo con la finalidad de eliminar la derivada.

$$-C \int_{t_0}^{t_1} t \frac{dx_2}{dt} = - \int_{t_0}^{t_1} x_1 t u_{av} + \frac{1}{R_L} \int_{t_0}^{t_1} t x_2 \quad (5.34)$$

Despejando  $\hat{R}_L$ , se tiene lo siguiente:

$$\hat{R}_L = \frac{\int_{t_0}^{t_1} t x_2(t) dt}{\int_{t_0}^{t_1} t(1 - u_{av}(t)) x_1(t) dt - C(t x_2(t) - \int_{t_0}^{t_1} x_2(t) dt)} \quad (5.35)$$

Este valor estimado permite desacoplar ambos controladores, por un lado se realiza el control de seguimiento del máximo punto de potencia. Y por el otro lado se realiza el control de seguimiento suave de velocidad angular.

### 5.2.5. Simulación del control por retroalimentación de la salida pasiva en el convertidor elevador

A continuación se presentan los resultados a nivel simulación del control del convertidor tipo elevador. En la Figura 5.5 se muestra el esquema del circuito de la simulación realizada en el ambiente PSIM. Este control tiene como objetivo regular la corriente y voltaje de entrada del convertidor para conseguir el seguimiento máximo de potencia del panel solar fotovoltaico.

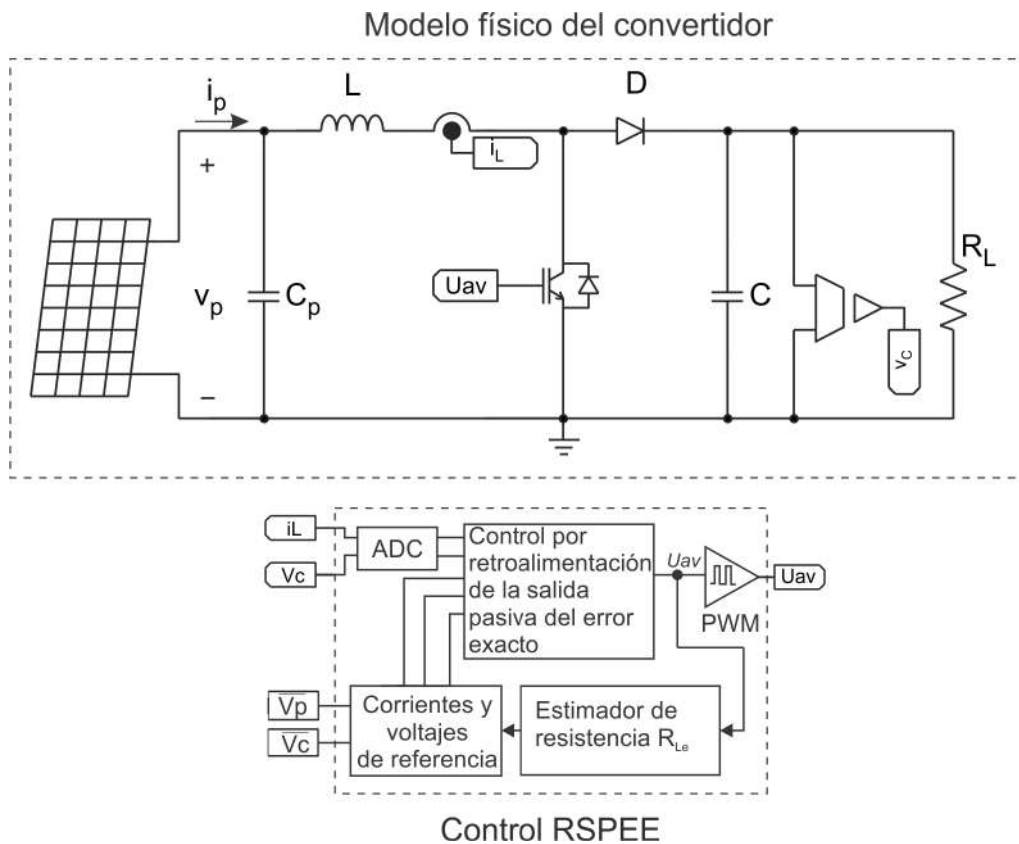


Figura 5.5: Esquema del circuito en el ambiente PSIM.



La Figura 5.6 muestra las respuestas de voltaje y corriente  $v_p$  e  $i_L$ , en la entrada del convertidor CD-CD tipo elevador. Así como también se muestran las referencias de estas respuestas. Las variables de referencia se fijan para conseguir el seguimiento del máximo punto de potencia del panel solar fotovoltaico.

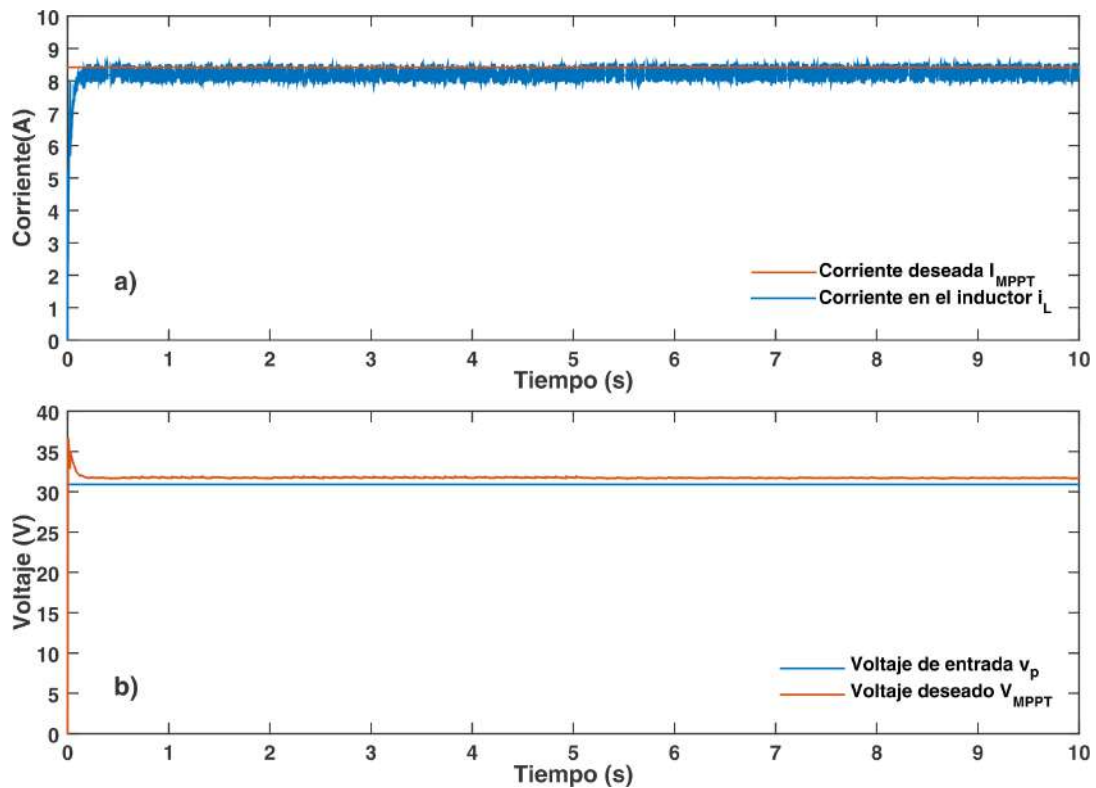


Figura 5.6: Gráfica de simulación a) Corriente  $i_L$  b) Voltaje  $v_p$ .

En la Figura 5.6 se observa que el controlador del seguimiento del máximo punto de potencia en el convertidor tipo elevador, regula las variables de voltaje y corriente a sus referencias deseadas.

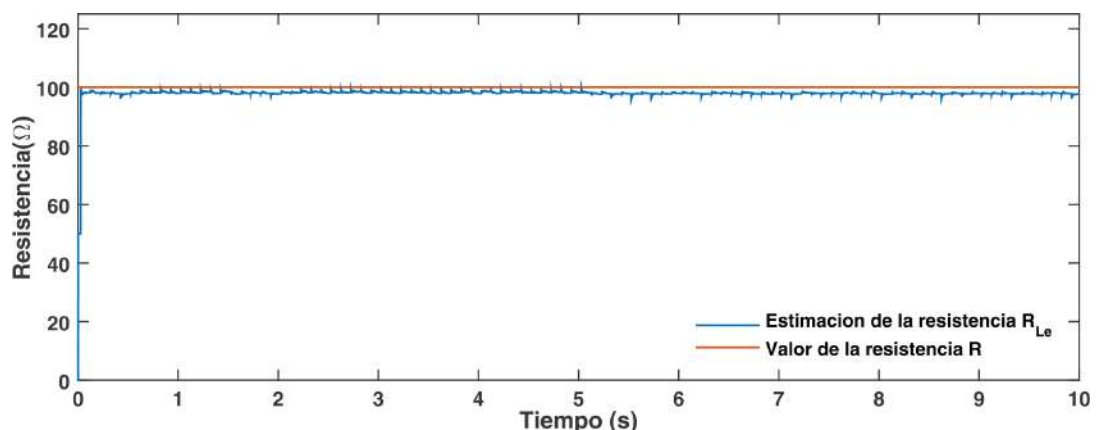


Figura 5.7: Gráfica de simulación de la impedancia estimada  $R_{Le}$ .

La Figura 5.7 muestra el valor estimado de la carga de salida del convertidor elevador. Este valor es muy cercano al valor nominal de la carga conectada.

La Figura 5.8 muestra la respuesta de salida del convertidor elevador, el cual tiene un valor nominal de 5.15 veces más grande que el valor nominal de su entrada

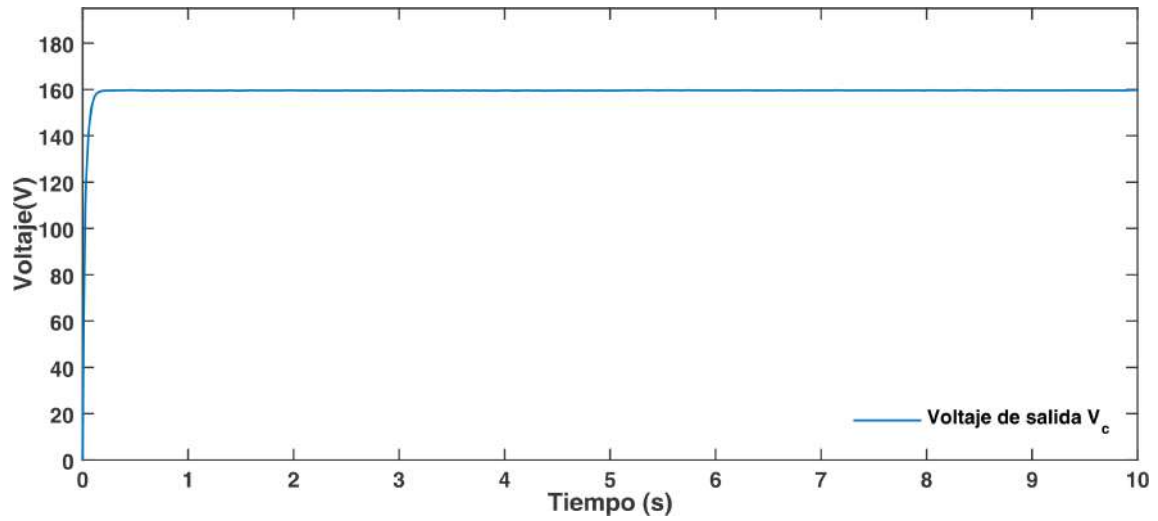


Figura 5.8: Gráfica de simulación del voltaje de salida  $v_C$ .

Estas pruebas realizadas a nivel simulación en el programa PSIM, muestra la efectividad del controlador basado en pasividad y el estimador algebraico de impedancia para conseguir el MPP de los paneles solares fotovoltaicos hacia la carga de salida del convertidor elevador.

# Capítulo 6

## Plataforma y resultados experimentales

En este capítulo se describe la plataforma experimental, así como la implementación basada en DSP de ambos controladores y los resultados obtenidos. El primero es un controlador de seguimiento de velocidad angular, basado en la técnica de campo orientado. El segundo es un controlador del máximo punto de potencia, basado en pasividad que utiliza un estimador algebraico de la impedancia de la carga de salida del convertidor CD-CD tipo elevador.

### 6.1. Control de velocidad del motor de inducción

Una creciente demanda de aplicaciones industriales requieren la variación de velocidad angular, las cuales conducen a realizar pruebas como las que se presentan a continuación. La plataforma se desarrolla con la finalidad de demostrar la efectividad y robustez del controlador propuesto.

#### 6.1.1. Plataforma experimental

Para el desarrollo de la prueba experimental se implementa el circuito esquemático mostrado en la Figura 6.1.

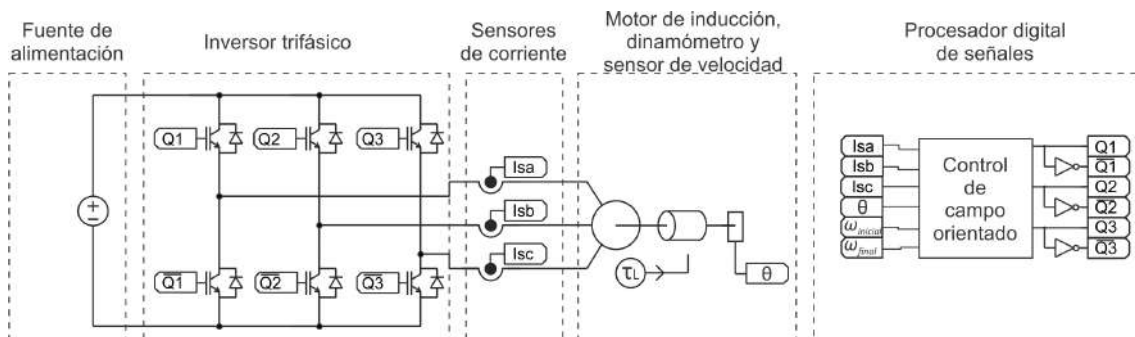


Figura 6.1: Diagrama del inversor trifásico conectado al bus de CD y al motor.

A continuación se menciona cada uno de los elementos mostrados en el diagrama, describiendo sus características y su funcionalidad para el control de campo orientado:

## Fuente de alimentación

Para esta primera prueba del control de seguimiento de velocidad angular del motor de inducción, se utiliza una fuente de energía convencional para alimentar al bus de CD del inversor que acciona al motor. Se emplea un autotransformador variable o variac, el cual permite deslizar su devanado secundario variando la relación de espiras entre ambas partes. Esto permite una variación del voltaje. El variac empleado es de la marca STACO ENERGY PRODUCTS CO modelo 1010B-3, permite una entrada trifásica de 240 Vrms a 60 Hz por fase y tiene una salida que puede variar de 0 a 280 Vrms con una corriente de 10 A, vease Figura 6.2 a). La salida de corriente alterna trifásica es enviada a un rectificador que proporciona un bus de CD, se muestra en la Figura 6.2 b). Con la combinación de estos elementos obtenemos una fuente de alimentación con una salida variable de 0 - 280 V.

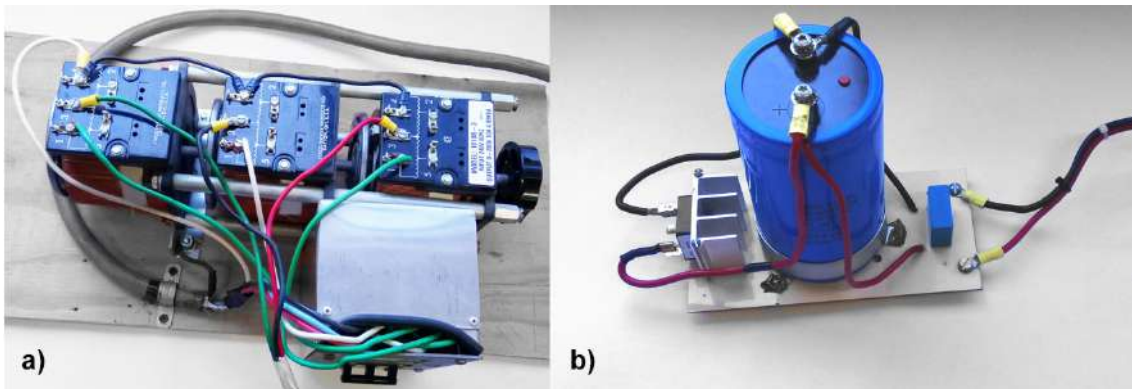


Figura 6.2: Fuente de alimentación empleada a) variac y b) rectificador.

## Inversor trifásico

Para poder hacer variaciones de velocidad en un motor de inducción es necesario contar con un inversor fuente de voltaje. En esta prueba se utiliza este dispositivo para transformar la entrada del bus de CD, en una salida de corriente adecuada para el motor, en la Figura 6.3 se muestra una fotografía del inversor empleado. Este inversor se construyó utilizando el diseño de [72, p. 87]. Los componentes empleados para la construcción del inversor trifásico se presentan en la Tabla 6.1.

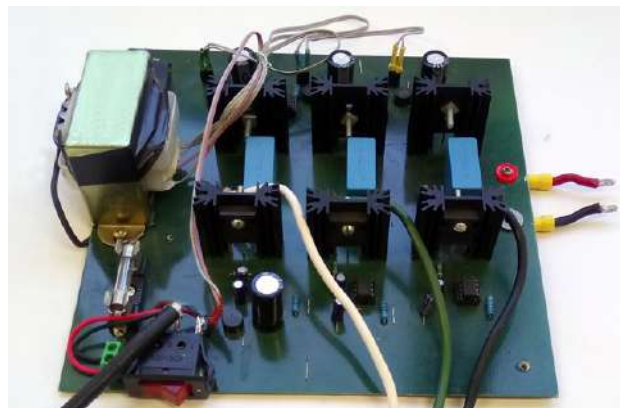


Figura 6.3: Inversor trifásico empleado en las pruebas experimentales.

Tabla 6.1: Componentes del inversor trifásico.

Componente	Parte	Descripción
IGBT	FGH40N60SMD	Se utilizan seis transistores tipo IGBT como interruptores de las ramas del inversor.
Optoacoplador	PC923	Se emplean seis optoacopladores para aislar la entrada de control del circuito de potencia.
Fuentes de alimentación separadas	Transformador múltiple	Cada uno de los optoacopladores debe tener alimentaciones separadas. Se emplea un transformador con cuatro devanados y cuatro rectificadores de onda
Capacitores de ruido	MKP	Se emplean tres capacitores para reducir el ruido en cada una de las ramas del inversor

### Sensores de corriente

La medición de las corrientes del motor  $i_{sa}$ ,  $i_{sb}$  e  $i_{sc}$ , se lleva a cabo a través de tres sensores de efecto Hall. Estos medidores de corriente se conectan tal como se muestra en el diagrama esquemático de la planta. Los dispositivos utilizados en las pruebas experimentales son de la marca BELL modelo NT-50 y se muestran en la Figura 6.4.

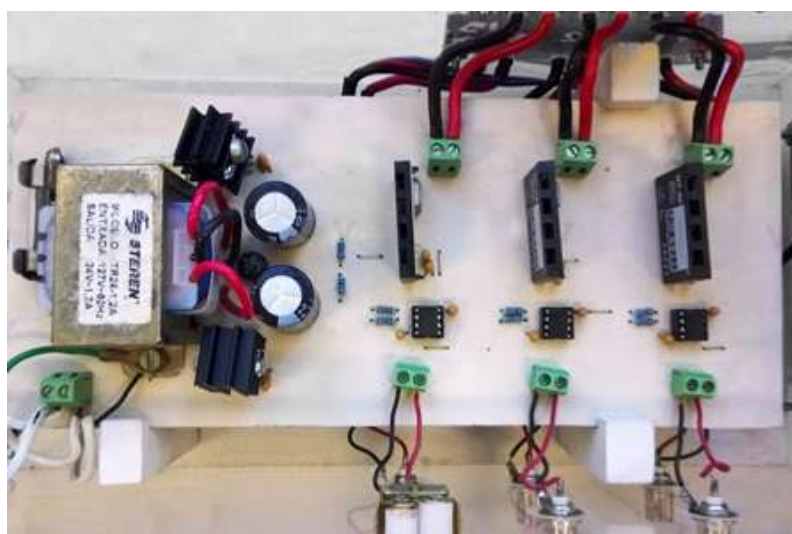


Figura 6.4: Sensores de corriente de efecto Hall.

La tarjeta para la medición de las corrientes permite obtener las señales de intensidad, que circulan del inversor trifásico hacia el motor, y éstas se retroalimentan mediante el controlador de campo orientado. La relación de salida de las corrientes es 1:100, es decir, 1 A de corriente está representado por 10 mV de voltaje en la salida de la tarjeta.

## Motor de inducción AMK DV 4-1-4 d

El motor utilizado para esta investigación, es un motor de inducción trifásico de la marca AMK DV. Esta máquina eléctrica se puede clasificar como un motor jaula de ardilla tipo D según NEMA[73, p. 377]. Tiene una potencia de  $P = 320\text{W}$  y permite una salida de velocidad de hasta 3 veces su valor nominal, por lo que puede alcanzar una velocidad de hasta  $\omega = 1000\text{ rad/s}$ . Este motor corresponde al tipo de máquinas denominadas servomotores, las cuales son comúnmente utilizadas para: control de torque, control de velocidad, seguimiento de posición. Este motor se muestra en la Figura 6.5.

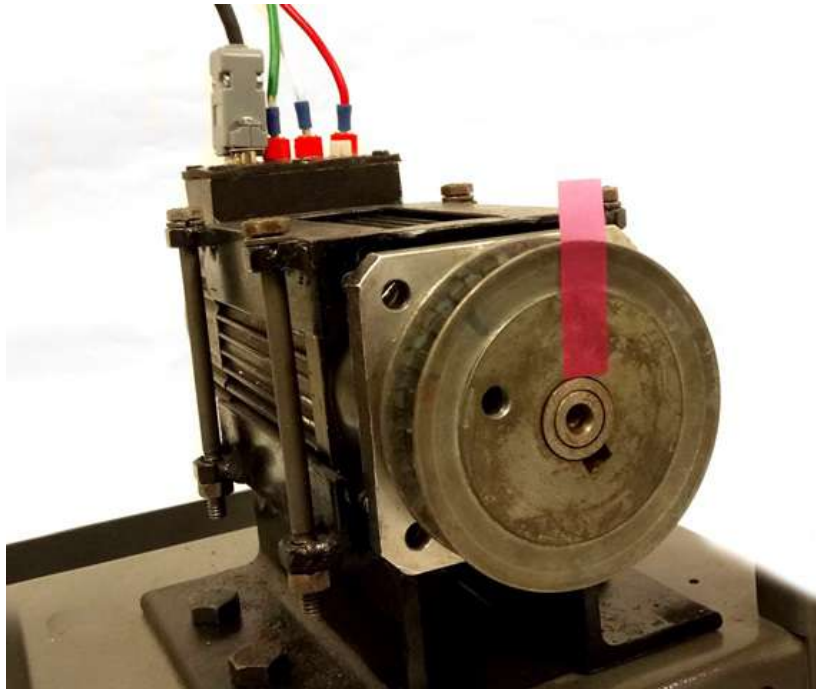


Figura 6.5: Motor Amk DV 4-1-4.

La Tabla 6.2 muestra la hoja de datos proporcionada por el fabricante del motor AMK, en donde  $M_N$  indica el torque nominal del motor,  $P_N$  la potencia nominal,  $I_N$  la corriente nominal,  $n_N$  la velocidad nominal,  $J$  es el momento de inercia del rotor, y  $m$  la masa del motor.

Tabla 6.2: Características motor AMK DV 4-1-4.

Motor	$V_N$ [V]	$M_N$ [Nm]	$P_N$ [Kw]	$I_N$ [A]	$n_N$ [1/min]	$J$ [kgm <sup>2</sup> 10 <sup>-3</sup> ]	$m$ [kg]
DV 4-1-4	190	0.8	0.32	2.5	1800	0.09	4.5

## Dinamómetro

Es importante señalar que las pruebas realizadas en este trabajo son mostradas bajo un par de carga aplicado al eje del motor. Se hace uso de un dinamómetro para aplicar un par de carga en el eje del motor de inducción, durante las pruebas del control de velocidad. Ambas máquinas eléctricas se acoplan mediante una polea



dentada tal como se muestra en la Figura 6.6. El dinamómetro proporciona de un par carga de 0 a 3 N m. Dicho par de carga se regula a través de su panel frontal por medio de una perilla en el modo manual, o bien a través de una señal eléctrica en el modo de entrada externo. El dinamómetro cuenta con una salida que nos proporciona la señal del par aplicado.



Figura 6.6: Motor de inducción acoplado al dinamómetro de par de carga.

### Sensor de velocidad

La velocidad angular del motor se mide a través de un encoder óptico incremental acoplado al eje del motor. El encoder óptico permite detectar el movimiento de rotación del eje y conocer su posición angular. La velocidad y aceleración son calculadas a través de un algoritmo de derivación en el tiempo, sin ocasionar ruido.

Se realizó una adaptación del encoder en el motor AMK DV 4-1-4, ya que el motor no contaba con uno funcional. Se utilizó un disco de 1000 divisiones por revolución y un lector de la marca U.S. digital modelo EM1, véase Figura 6.7.

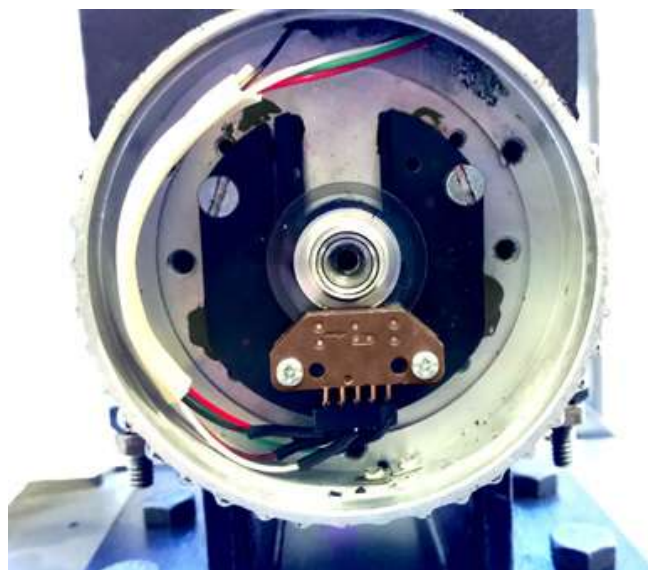


Figura 6.7: Encoder óptico incremental acoplado al eje del motor AMK.

## Procesador digital de señales

El dSPACE CLP1104 es un sistema de desarrollo para el prototipado rápido de control, que a través de un lenguaje de programación visual gráfico (MATLAB Simulink ®) se programa. Esta tarjeta proporciona un panel de conexión de periféricos conectados a un procesador digital de señales (DSP). El dSPACE se emplea para procesar el algoritmo de control de velocidad de campo orientado, donde se emplean los siguientes periféricos de la tarjeta:

- 4 entradas ADC, obtención de las señales de corriente y del parámetro de par.
- 1 salida DAC, para envío de la señal del par deseado.
- 1 salida de PWM trifásico, conmutación de los IGBTs del inversor trifásico.
- 1 entrada de encoder, para la lectura la señal del sensor de posición.

En la Figura 6.8 se muestra la tarjeta con las conexiones de entrada y salida antes mencionadas.



Figura 6.8: Conexiones de entrada y salida en el dSPACE CLP1104.

### 6.1.2. Implementación del control de campo orientado

Esta sección describe la implementación del control de velocidad de campo orientado, el cual realiza el seguimiento de una trayectoria de velocidad angular en un motor de inducción. La implementación se llevó a cabo en el sistema dSPACE CLP1104; las ecuaciones del control son programadas a través de su interfaz con MATLAB Simulink ®. A continuación se describen los puntos importantes.

#### Lectura de corrientes y velocidad angular

Para adquirir las señales de las corrientes de estator  $i_{Sa}$ ,  $i_{Sb}$  e  $i_{Sc}$  a través de los sensores de corriente, se utilizan los convertidores analógico-digital de la dSPACE.



Sin embargo, se debe hacer un acoplamiento de las señales dentro del software, debido a la relación de salida que tiene la tarjeta de los sensores de efecto Hall.

Por otro lado, la posición angular del eje del motor se adquiere a través de los puertos dedicados para lectura de encoder. La velocidad es calculada a través de un algoritmo de derivación en el tiempo. La Figura 6.9 muestra los bloques de programación dentro del software MATLAB Simulink <sup>®</sup>.

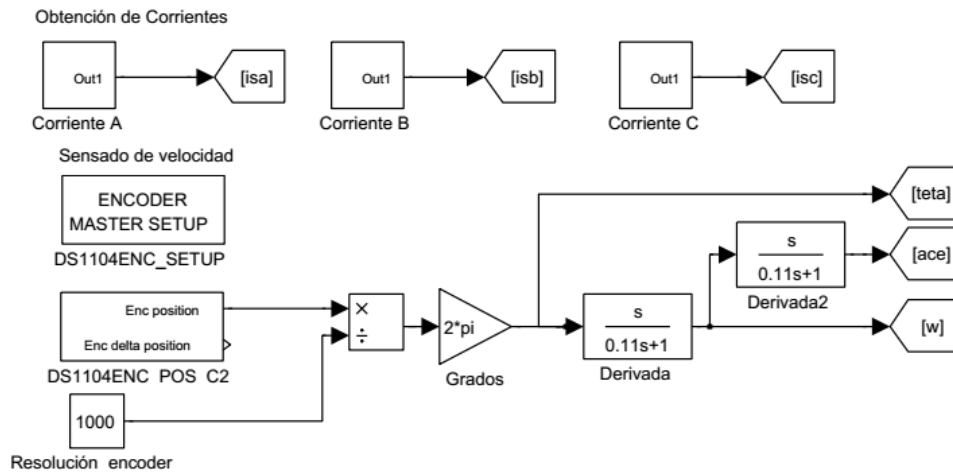


Figura 6.9: Algoritmo de la lectura de las corrientes de estator y cálculo de la velocidad angular del motor.

### Transformaciones $abc - dq$ y $abc - \alpha\beta$

Como se mencionó anteriormente, en el control de campo orientado se emplean el sistema de referencia ortogonal  $dq$ . Para obtener dicho sistema de referencia se emplea la transformada de Clarke y Park, descritas en el Apéndice B. No obstante, es necesario obtener la variable del ángulo de rotación del flujo magnético, ya que es necesaria para calcular las corrientes en  $dq$ . Esta señal se obtiene implementando el estimador de flujo (5.1). La Figura 6.10 muestra la programación de estos bloques en el programa Simulink.

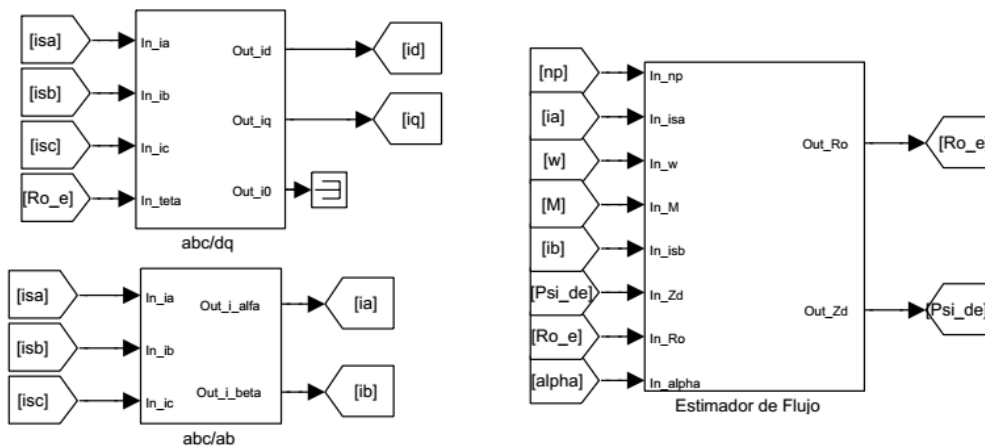


Figura 6.10: Transformadas  $abc - dq$  y  $abc - \alpha\beta$ .

## Parámetros y constantes del motor de inducción

Para el cálculo del estimador de flujo y el control de campo orientado, se emplean algunas constantes que son combinaciones de los parámetros del motor. Se definen los parámetros y se calculan las constantes en los bloques “Parámetros MI”, y “Constantes auxiliares”, mostrados en la Figura 6.11. Los parámetros del motor de inducción AMK DV 4-1-4 se obtuvieron en la sección 2.4.

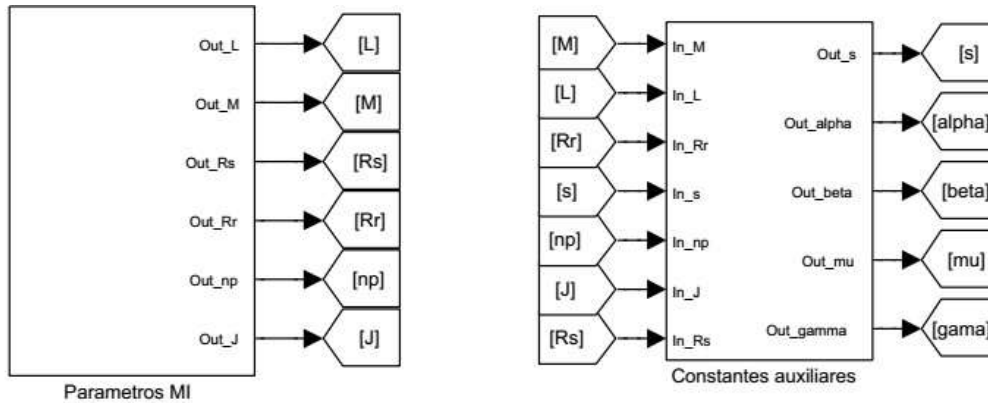


Figura 6.11: Constantes y parámetros referentes al motor de inducción empleado.

## Trayectorias de referencia

Las trayectorias de corriente deseadas están en función de los errores de velocidad y de flujo magnético. La corriente de referencia  $i_{qr}$  está directamente relacionada con la velocidad angular. Mientras que la corriente  $i_{dr}$  lo está con el flujo magnético. La trayectoria de velocidad angular de referencia deseada  $\omega_r$ , se traza a través un polinomio Bezier, donde se indican los valores iniciales y finales de velocidad y tiempo. La trayectoria de flujo magnético se obtiene con el debilitamiento de campo magnético. Los bloques con estas trayectorias se muestran en la Figura 6.12.

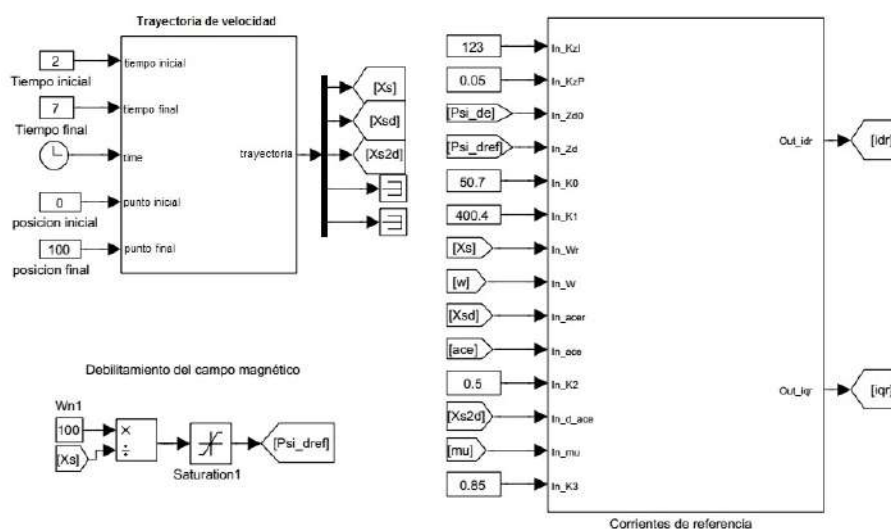


Figura 6.12: Trayectoria de referencia deseada de la velocidad angular y campo magnético.

## Control de velocidad angular de campo orientado

Se aplica un control proporcional integral (PI) a los errores de corriente  $i_d$  e  $i_q$ , de ahí se obtienen las entradas de control  $u_d$  y  $u_q$ . Estas entradas se convierten a un sistema trifásico para poder ser empleadas en el inversor, utilizando las transformadas de Clarke y Park inversas. Las señales  $u_a$ ,  $u_b$  y  $u_c$  se envían hacia el inversor a través de los puertos PWM trifásico de la tarjeta dSPACE, véase Figura 6.13.

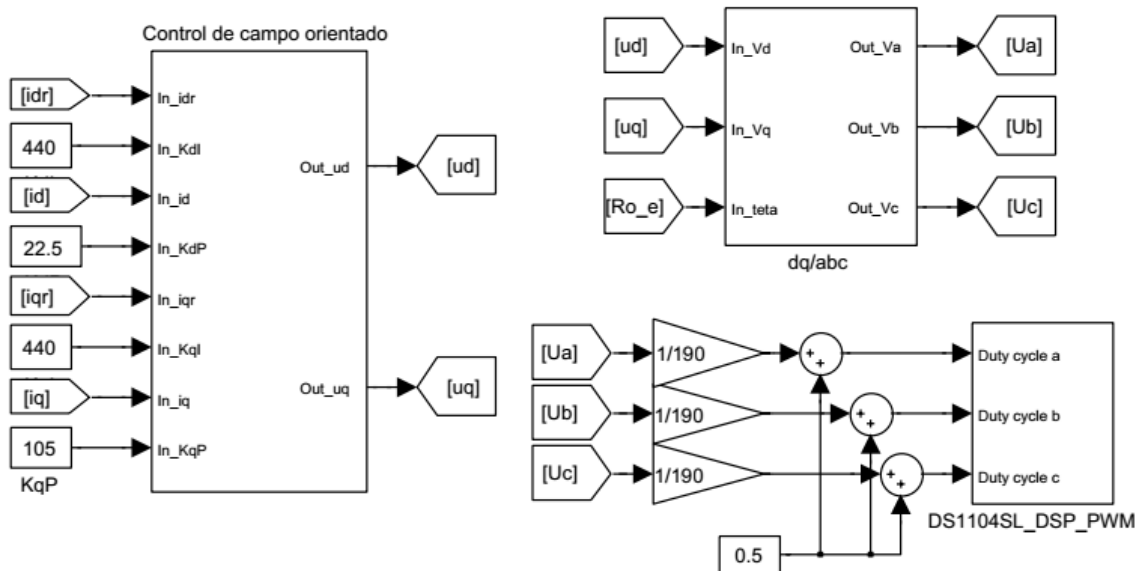


Figura 6.13: Implementación del control de campo orientado.

### 6.1.3. Resultados experimentales del control de campo orientado

En esta sección se presentan los resultados obtenidos a través de la plataforma del control de velocidad de campo orientado del motor de inducción trifásico y se describe en cada una de las gráficas del desempeño del controlador. Durante el desarrollo experimental se consideraron los parámetros de la Tabla 6.3.

Tabla 6.3: Parámetros del control de velocidad angular del motor.

Descripción	Valor
Voltaje de alimentación (CD)	190 V
Frecuencia PWM	100 KHz
Par de carga	0.4 – 1 N.m.
Velocidad inicial	0 rad/s
Velocidad final	100 rad/s
Tiempo inicial	2 s
Tiempo final	7 s

En la Figura 6.14 se muestra la respuesta de velocidad angular del motor junto con la señal de referencia deseada. En esta figura se observa un pequeño cambio en la señal medida de velocidad, provocada por un cambio súbito de par de carga aplicado de 0.4 N m. a 1 N m. en  $t = 7$  s.

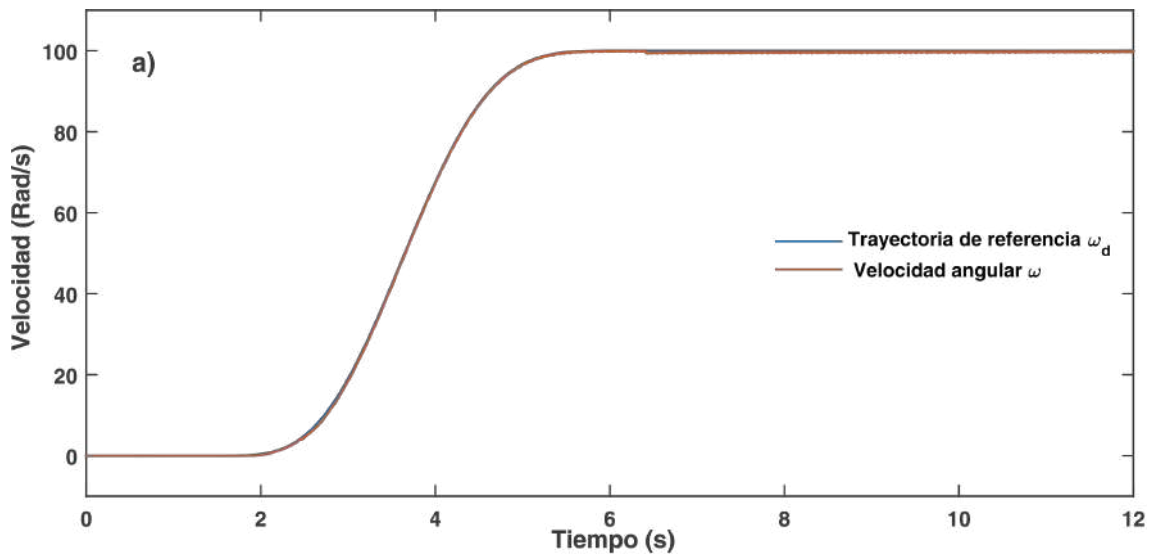


Figura 6.14: Respuesta de velocidad angular.

En la Figura 6.14 se muestran dos variables de velocidad angular: la trayectoria de referencia deseada y la velocidad real del motor medida a través del sensor de velocidad. La trayectoria de referencia deseada se diseñada con la finalidad de tener un aumento gradual de velocidad angular, generando así un arranque suave del motor. Se observa que la velocidad real del motor sigue de manera correcta la trayectoria de referencia deseada.

El error de seguimiento de velocidad angular, se muestra en la Figura 6.15, donde se muestra que existe una pequeña diferencia entre estas dos señales. Cuando el motor empieza a girar existe un aumento significativo de error debido al par aplicado, sin embargo el control obliga a la velocidad a seguir su referencia y la diferencia se reduce, convergiendo a 0. Posteriormente el error vuelve a incrementarse, debido a que en el tiempo  $t = 7$  s, se aplica un par de carga súbito en el eje del motor.

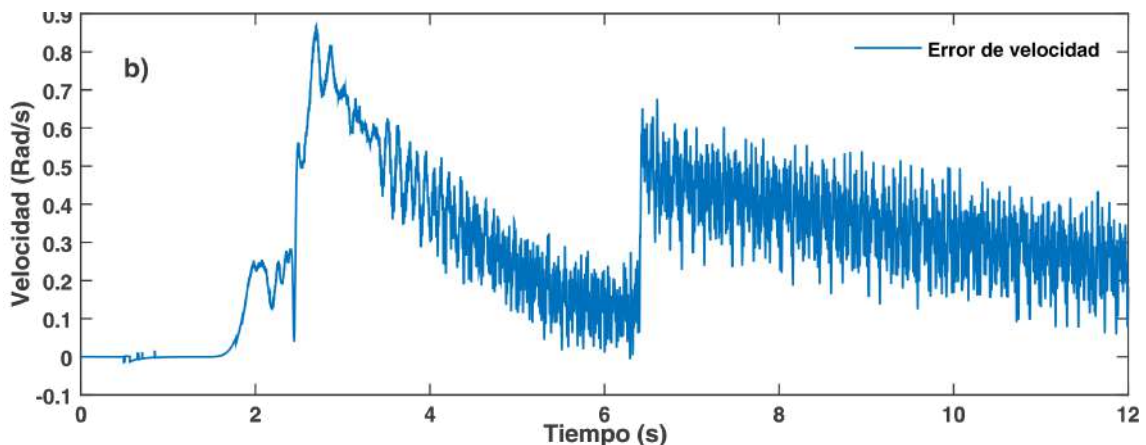


Figura 6.15: Error de seguimiento de velocidad angular.

El par de carga aplicado al eje del motor varía de 0.7 a 1 N m. en el tiempo  $t = 7$  s, las mediciones de este parámetro se muestran en la Figura 6.16. Se observa que el par es igual a 0 Nm. hasta que existe un aumento de la velocidad angular en el motor. Esto se debe a que el par de carga aplicado está definido en términos de potencia y velocidad angular, de manera que al no existir ninguno de ellos en  $\omega = 0$  rad/s, el par también es  $\tau_L = 0$  N.m.

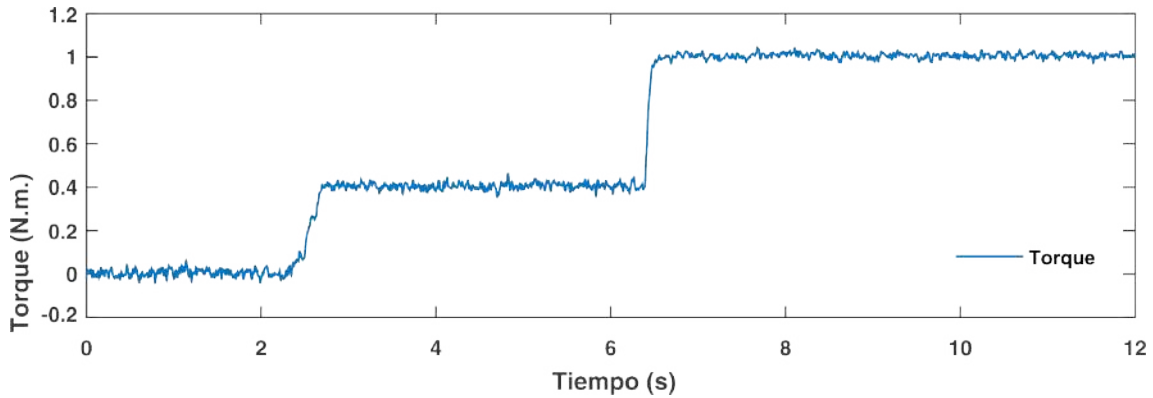


Figura 6.16: Par aplicado al eje del motor.

El flujo magnético es un parámetro tan importante como la velocidad angular en el motor de inducción, aunque menos visible. Si no se traza una trayectoria adecuada y no se realiza un seguimiento correcto de esta variable no se obtendría un funcionamiento adecuado en el control de velocidad del motor de inducción.

Al aumentar la velocidad angular del motor la intensidad del flujo magnético es disminuida. Para ello se realiza un debilitamiento de campo magnético en función de la velocidad angular, como se explicó anteriormente. Esta variable se muestra en la Figura 6.17, donde se examina el flujo magnético [Wb] en función del tiempo [s]. La gráfica muestra dos variables: el flujo magnético de referencia y el flujo magnético estimado. El flujo magnético estimado se muestra con ciertas variaciones, debido a las lecturas de corriente, pero éste converge al valor de referencia deseado.

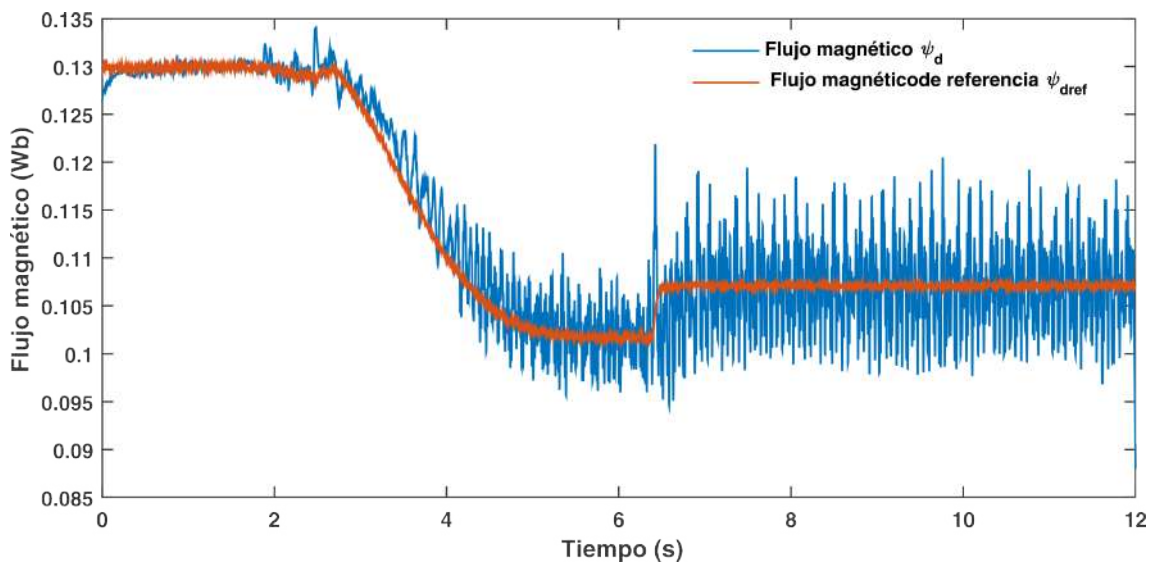


Figura 6.17: Respuesta de estimación del flujo magnético.

El control de campo orientado se basa en el seguimiento de las corrientes en el eje de referencia  $dq$ , corriente directa  $i_d$  y de cuadratura  $i_q$ . En la Figura 6.18 se muestran las respuestas del seguimiento de las trayectorias de estas corrientes. La corriente  $i_d$  converge al valor cercano a 2.2 A, mientras que la corriente  $i_q$  se mantiene a un valor cercano a 0.2 A.

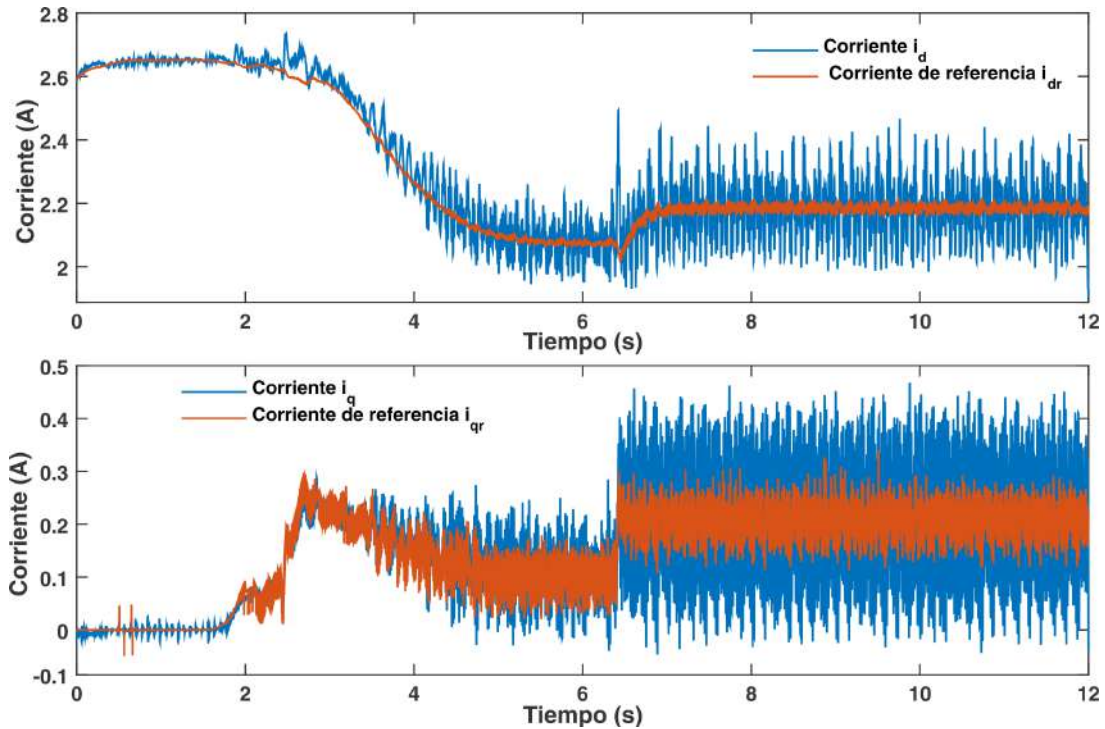


Figura 6.18: a) Respuesta de la corriente  $i_d$  y b) Respuesta de la corriente  $i_q$ .

En la Figura 6.19 se muestran las corrientes medidas en el estator. Se observa que no existe un aumento significativo de las corrientes durante el arranque, por lo que se concluye que el arranque suave del motor se cumple, evitando transitorios abruptos de voltaje y corriente. El aumento de par aplicado en  $t = 7$  s, provoca un ligero aumento en la corriente.

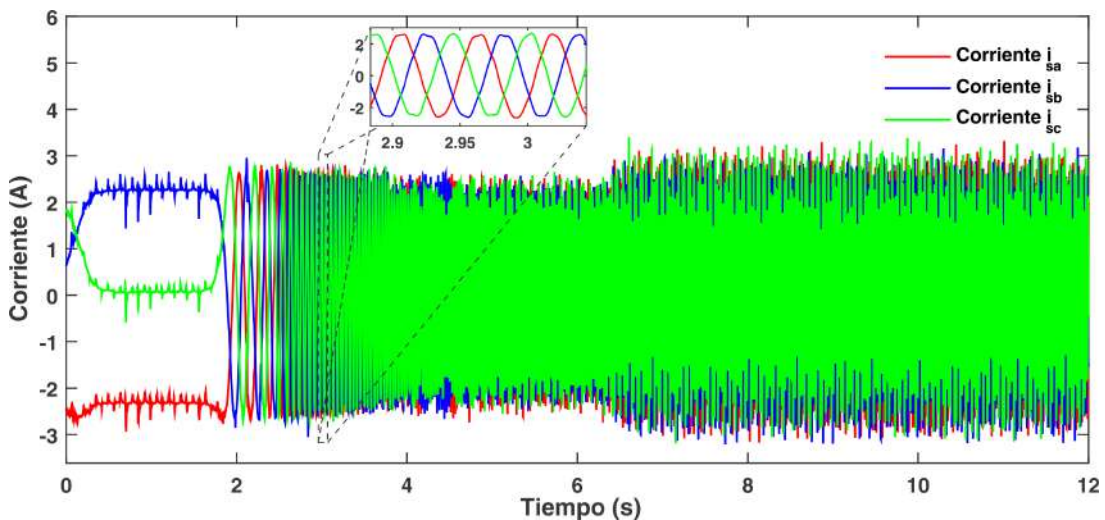


Figura 6.19: Respuesta de las corrientes en el estator del motor.



## 6.2. Control por retroalimentación de la salida pasiva del error exacto

El arreglo en cascada del convertidor CD-CD tipo elevador con el inversor trifásico, son alimentados por un arreglo de paneles solares fotovoltaicos. El dispositivo de enlace entre el arreglo de paneles a la entrada del inversor, es el convertidor elevador, al cual se le diseña un control de seguimiento del máximo punto de potencia. Esta prueba consistió en la implementación del controlador diseñado en (5.30) con una carga de salidad  $R_L$  fija.

### 6.2.1. Plataforma experimental

La plataforma empleada para el seguimiento del punto máximo de potencia en el panel fotovoltaico, se describe a continuación. El diagrama de esta plataforma se muestra en la Figura 6.20.

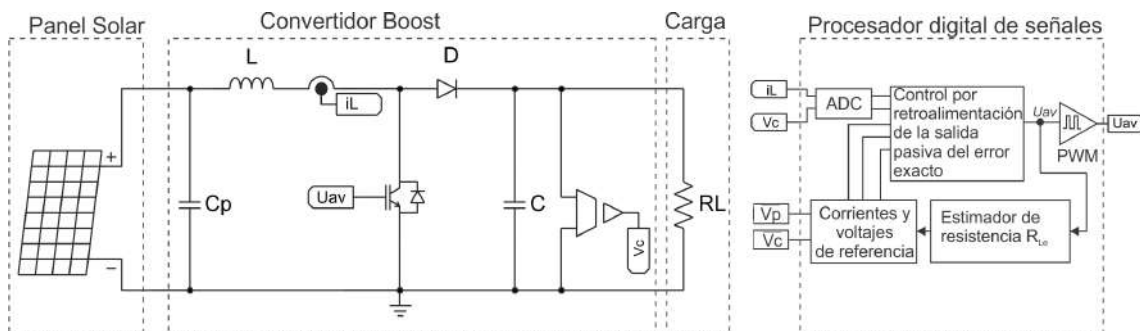


Figura 6.20: Diagrama para el seguimiento del punto máximo de potencia.

A continuación, se describe de manera puntual cada uno de los elementos que conforman al diagrama dado en la Figura 6.20.

### Arreglo de paneles solares fotovoltaicos

Los paneles solares fotovoltaicos constituyen la fuente de alimentación principal del convertidor elevador. Para la realización de esta prueba se emplea un panel solar de 260W. En la Figura 6.21 se muestra la instalación del arreglo de los paneles fotovoltaicos utilizados en este proyecto.



Figura 6.21: Paneles solares fotovoltaicos instalados.

La instalación de los paneles solares se realizó con una orientación hacia el sur y con una inclinación de  $17^\circ$ , correspondiente a la latitud del estado de Oaxaca. De

manera que la incidencia de la luz solar sobre ellos sea mayor. Otro aspecto que se tomó en cuenta, es que no existieran elementos que obstaculizaran la recepción de irradiación solar en los paneles fotovoltaicos.

Los paneles solares fotovoltaicos empleados en las pruebas son de la marca Eco Green Energy. Cada uno de ellos tiene una potencia de 260 W en condiciones de irradiación y temperatura nominales. La Tabla 6.4 contiene las características eléctricas de los paneles solares, proporcionada por el fabricante.

Tabla 6.4: Parámetros nominales del panel solar.

Descripción	Valor
Potencia nominal máxima (Pmax)	260 W
Corriente a Pmax	8.37 A
Voltaje a Pmax	31.1 V
Corriente de corto circuito	8.98 A
Voltaje de circuito abierto	38.1 V
Irradiación estándar	1000 W/m <sup>2</sup>
Temperatura estándar	25 °C

Los parámetros nominales del panel solar son importantes, ya que mediante ellos se realiza la caracterización de los mismos, lo cual permite obtener el voltaje y corriente para el seguimiento del máximo punto de potencia  $V_{MPP}$ ,  $I_{MPP}$ .

### Convertidor Elevador

El convertidor elevador constituye el enlace entre la carga de salida y la fuente de alimentación fotovoltaica, permitiendo el seguimiento del punto máximo de potencia. La plataforma construida en este convertidor se muestra en la Figura 6.22. En la parte superior izquierda se encuentran localizadas en las terminales de entrada del panel solar, las cuales están conectadas al convertidor elevador. Este a su vez, se conecta al inductor y a la resistencia de la derecha.

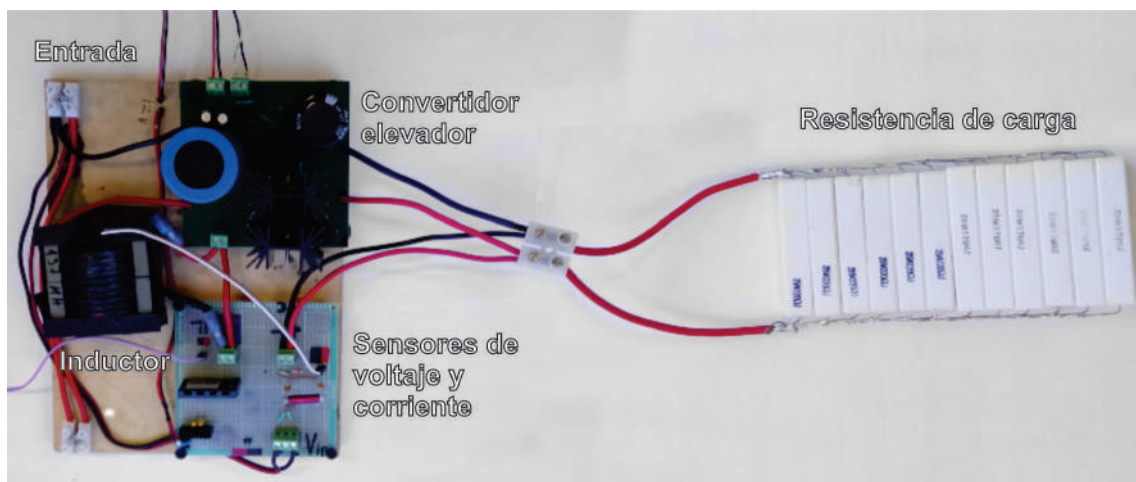


Figura 6.22: Convertidor elevador implementado.

Debido a que el control requiere de la retroalimentación de las variables  $i_L$  y  $v_C$ , donde se emplearon sensores de corriente y voltaje para su medición. En la figura



6.22, se muestra la tarjeta con los sensores de voltaje y corriente. Para la medición de corriente se empleó un sensor de la manera FW Bell NT-15, mientras que para el voltaje se utilizó un divisor de voltaje con un filtro  $\pi$  de tercer orden.

Los valores de los componentes utilizados en el convertidor elevador, se describen en la Tabla 6.5.

Tabla 6.5: Parámetros del convertidor elevador.

Descripción	Valor
Capacitor $C_p$	1000 $\mu\text{F}$
Inductor $L$	48.1 $\mu\text{H}$
Capacitor $C$	460 $\mu\text{F}$
Resistencia $R_L$	102 $\Omega$

Los parámetros del convertidor dados en la tabla 6.5 son empleados para el control del convertidor y el estimador de carga. El valor real de la resistencia de cargar se compara con el valor calculado por el estimador algebraico.

### Procesador digital de señales

El procesador digital de señales C2000 Delfino™ TMS320F28335, se aloja en una tarjeta de desarrollo. Esta tarjeta de la marca Texas Instruments, cuenta con una frecuencia de reloj de 150 MHz, 512 KB de memoria flash, 18 canales de PWM, 16 ADC de 12-bit, interfaz de captura de datos, conexión serial. Para la implementación del control por retroalimentación de salida pasiva del error exacto en esta tarjeta se emplean los siguientes recursos:

- 3 entradas de ADC, obtención de las señales de corriente y voltajes de entrada y salida.
- 1 salida PWM, conmutación del IGBT en el convertidor.
- 1 salida Serial, comunicación con la interfaz de captura de datos.

La Figura 6.23 muestra las conexiones de entrada y salida en la tarjeta TMS320F28335.

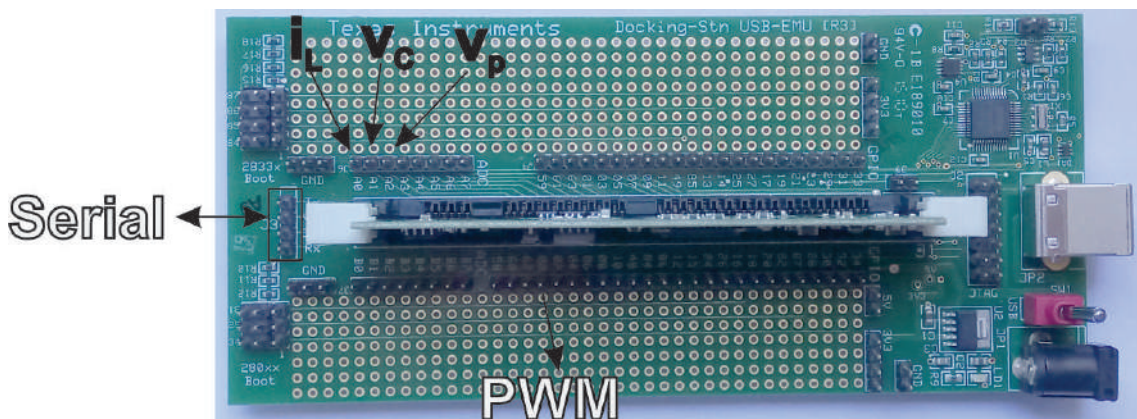


Figura 6.23: Conexiones de entrada y salida en la tarjeta TMS320F28335.

## 6.2.2. Implementación del control del convertidor de seguimiento del máximo punto de potencia

El control por retroalimentación de la salida pasiva (5.30) para el convertidor elevador, se procesa a través del DSP de la marca Texas Instruments ®TMS320F28335. Esta tarjeta es programada por medio de un lenguaje visual gráfico, utilizando los módulos SimCoder del software PSIM®. El módulo SimCoder se encarga de generar el código con la información pertinente del controlador. Posteriormente, se compila en el programa Code Composer Studio®.

### Lectura de corriente y voltaje

Las lecturas de las variables  $i_L$  y  $v_C$  que se utilizan para retroalimentar el control, se realizan a través del convertidor analógico digital (ADC) de la tarjeta. Este recurso se configura con el módulo “A/D converter”. Las señales se envían a la computadora con la interfaz de comunicación serie (SCI), para poder ser visualizadas y almacenadas. En la Figura 6.24 se muestran los bloques de programación en el entorno PSIM.

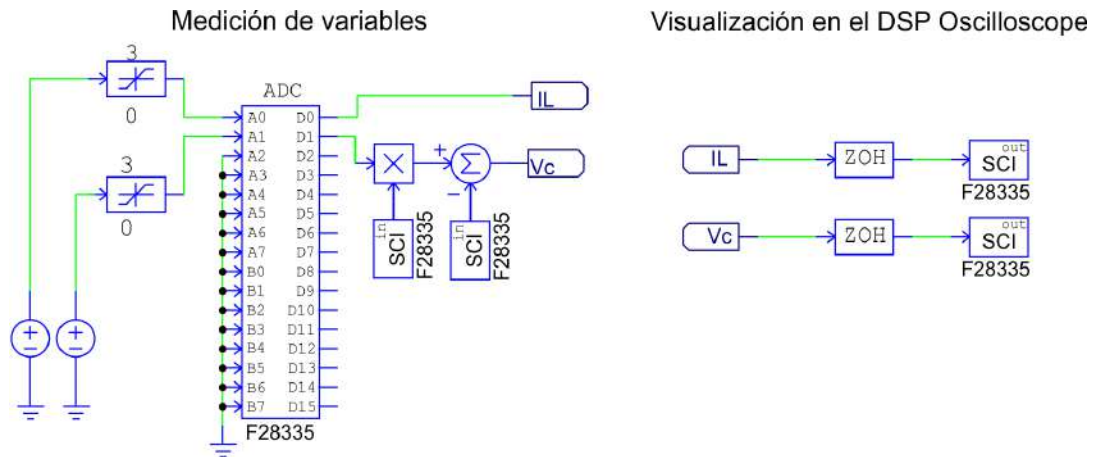


Figura 6.24: Bloques de lectura de corriente  $i_L$  y voltaje  $v_C$  en PSIM.

### DSP Osciloscopio

Con la herramienta DSP Osciloscopio, se puede visualizar y almacenar las señales del DSP, haciendo uso de los bloques SCI. También, es posible cambiar parámetros dentro del DSP en tiempo real. Para utilizar este recurso es necesario conectar los pines dedicados para comunicación serial con el puerto serie de la computadora, como se ilustra en la Figura 6.25.

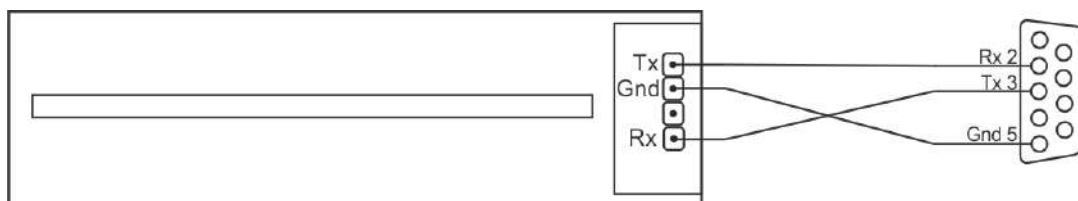


Figura 6.25: Diagrama de conexión para la comunicación serial.

## Implementación del estimador de carga

El estimador algebraico, obtiene la información necesaria acerca de la impedancia de carga conectada a la salida del convertidor elevador. La implementación de este estimador es importante debido a que en ocasiones, éste parámetro no es conocido. Un ejemplo es cuando se conecta a la salida un sistema, el cual no proporciona información acerca de la impedancia de interconexión entre dos sistemas.

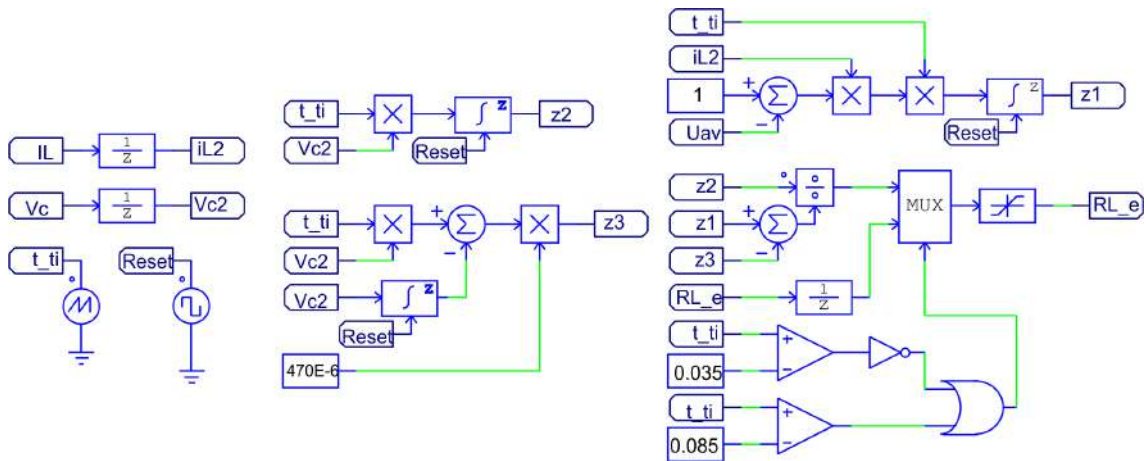


Figura 6.26: Bloques de implementación del estimador algebraico.

## Implementación del controlador de seguimiento del MPP del convertidor

La implementación del controlador, se realizó con la realimentación de la corriente  $i_L$  y el voltaje  $v_C$ , así como la adaptación del parámetro de la estimación de la impedancia de carga. los bloques de implementación se muestra en la Figura 6.27.

### Control Boost

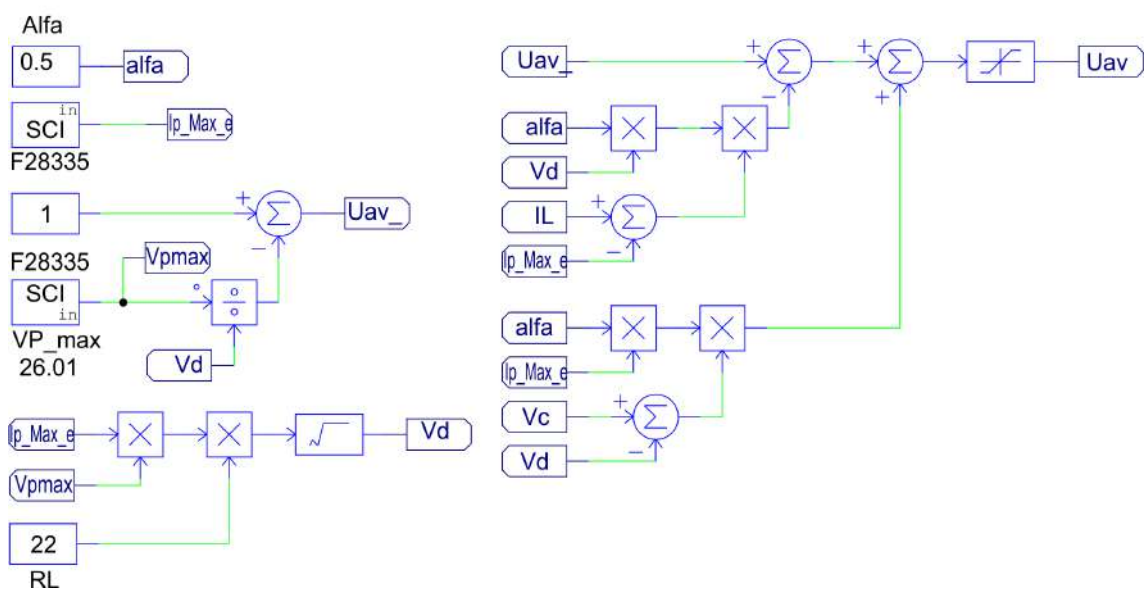


Figura 6.27: Bloques de implementación del controlador del convertidor elevador para el seguimiento del máximo punto de potencia.

La salida de control  $u_{av}$  se envía al IGBT del convertidor a través de un bloque de PWM. La frecuencia empleada para este PWM es de 300 KHz. Véase Figura 6.28

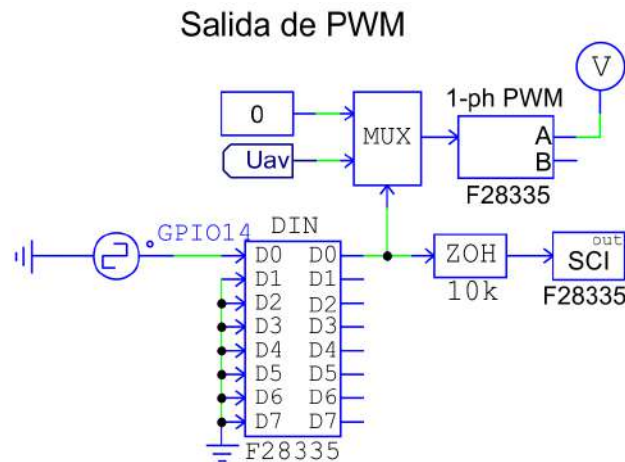


Figura 6.28: Salida del control hacia un PWM de la tarjeta.

### 6.2.3. Resultados experimentales del control de seguimiento del máximo punto de potencia.

Las pruebas experimentales de la plataforma se realizaron en un día soleado aproximadamente a las 12:30 p.m. con el fin de obtener una buena incidencia de irradiancia sobre el panel solar.

Para obtener una buena aproximación realística en la plataforma experimental, se empleó el modelo físico del panel solar de programa PSIM. Donde se obtuvo el voltaje y corriente del punto máximo de potencia  $V_{MPP}$  e  $I_{MPP}$  a partir de las lecturas tomadas de voltaje de circuito abierto  $V_{OC}$  y corriente de circuito cerrado  $I_{SC}$ . La Tabla 6.6 resume los parámetros obtenidos de la hoja de datos del fabricante y de la prueba a nivel simulación del panel solar.

Tabla 6.6: Condiciones de operación del panel solar.

Descripción	Valor
Voltaje de circuito abierto	33.3 V
Corriente de corto circuito	9.14 A
Voltaje de máxima potencia $V_{MPP}$	25.5 V
Corriente de máxima potencia $I_{MPP}$	8.34 A
Temperatura ambiente $T$	31 °C
Irradiancia $S$	990 W/m <sup>2</sup>

Los parámetros de voltaje y corriente en el punto de máxima potencia se emplean como valores constantes dentro del esquema de control. La función del convertidor como seguidor del máximo punto de potencia, es regular el voltaje y corriente a su entrada a los valores nominales de  $V_{MPP}$  y  $I_{MPP}$  del panel solar. El voltaje de salida  $v_C$  se determina en función de éstos parámetros y del valor estimado de la impedancia de carga calculada en línea por el estimador algebraico.

La Figura 6.29 a) muestra la respuesta del voltaje de entrada del convertidor junto con su voltaje de referencia deseado, mientras la Figura 6.29 b) muestra la respuesta de la corriente en la inductancia del convertidor junto con su referencia deseada. Las respuestas en estas figuras se observan que son muy parecidas a sus valores de referencia constantes  $V_{MPP}$  e  $I_{MPP}$ . Esto demuestra que el controlador del convertidor elevador, es efectivo para el seguimiento del máximo punto de potencia.

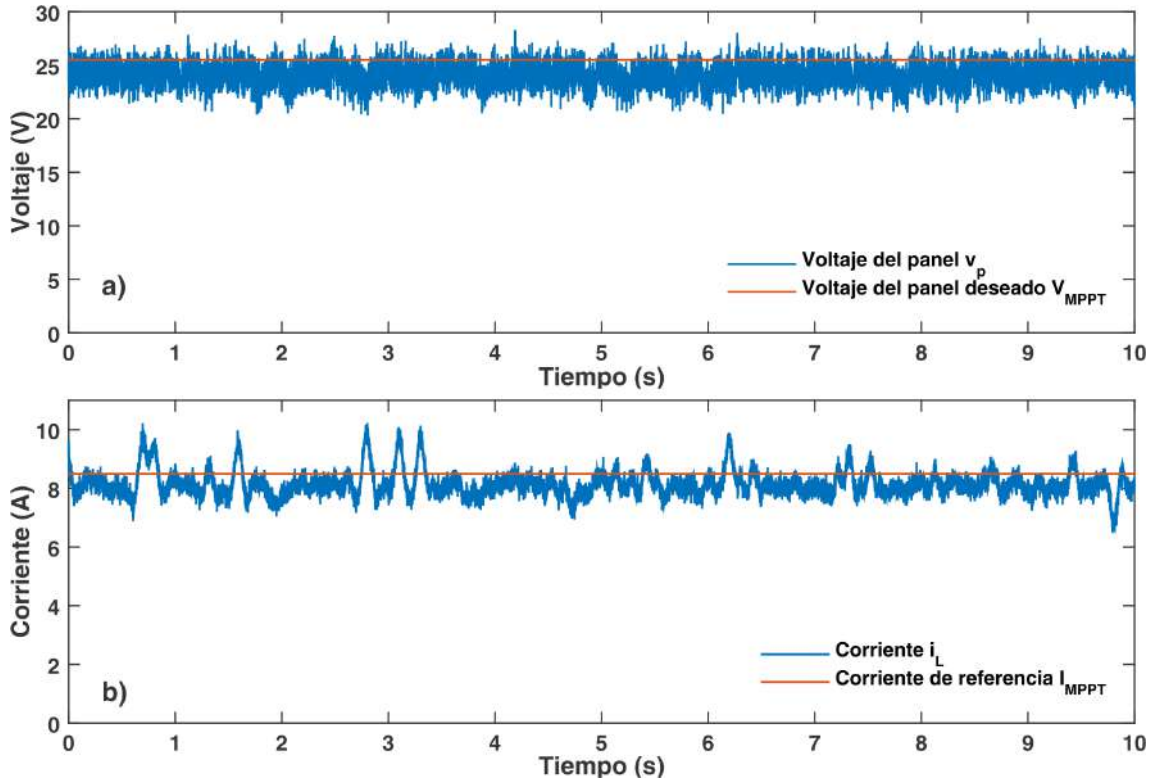


Figura 6.29: Respuesta de a) Voltaje de entrada  $v_p$  y b) Corriente en el inductor  $i_L$ .

La Figura 6.30 muestra el valor estimado de la impedancia de salida. La gráfica muestra que el valor estimado de la resistencia es cercano al valor real de la impedancia conectada a la salida del convertidor elevador.

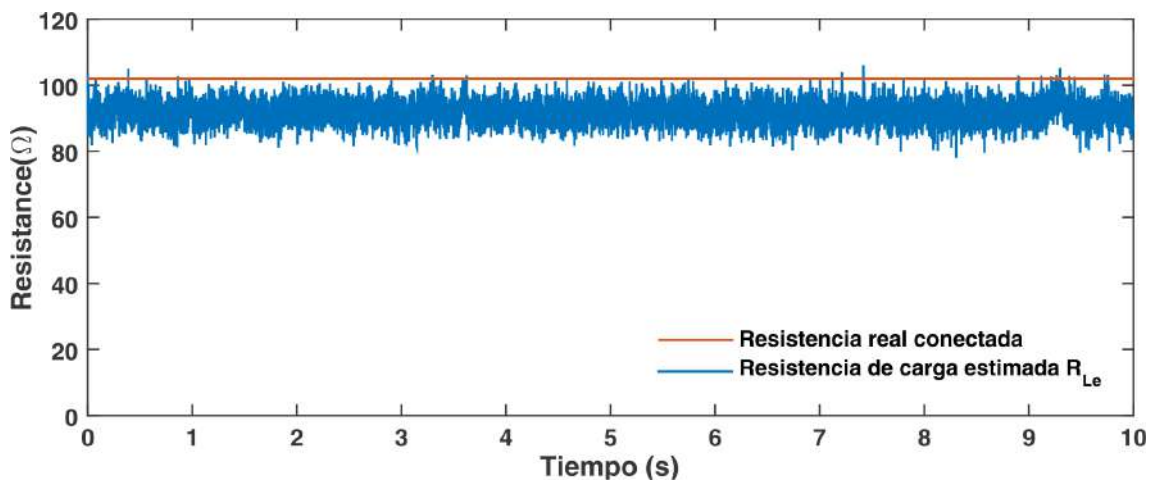


Figura 6.30: Valor estimado de la impedancia de salida del convertidor elevador.



Para aprovechar la máxima potencia extraída del panel solar y colocarla en la carga de salida del convertidor, este transfiere dicha potencia elevando el voltaje de salida con respecto a su entrada. En la Figura 6.31 se muestra la respuesta del voltaje de salida del convertidor elevador  $v_C$ .

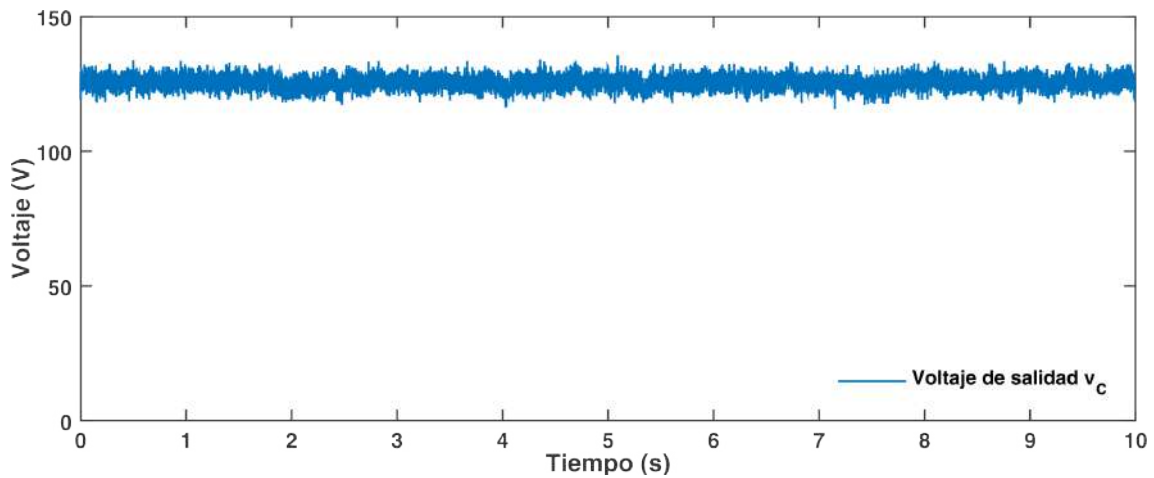


Figura 6.31: Respuesta del voltaje de salida del convertidor,  $v_C$ .

A continuación se presenta desde otra perspectiva de los resultados obtenidos en la plataforma experimental. En la Figura 6.32 se muestra la curva característica  $I - V$  del panel solar, con la irradiancia y temperatura específicos de la Tabla 6.6. La gráfica en la Figura 6.32, muestra el punto B, el cual corresponde a el consumo de potencia de la resistencia de carga conectada de manera directa al panel solar, donde se observa un bajo aprovechamiento de la potencia. Ahora bien, cuando el controlador comienza su funcionamiento en el convertidor, con la misma carga de salida conectada, el punto de operación se ubica en el punto A. La carga conectada a la salida del convertidor, tiene un mejor aprovechamiento de la potencia disponible del panel comparado con la carga conectada directamente, en el punto B. Esto hace evidente los beneficios del acoplamiento de impedancias a través del convertidor CD-CD tipo elevador.

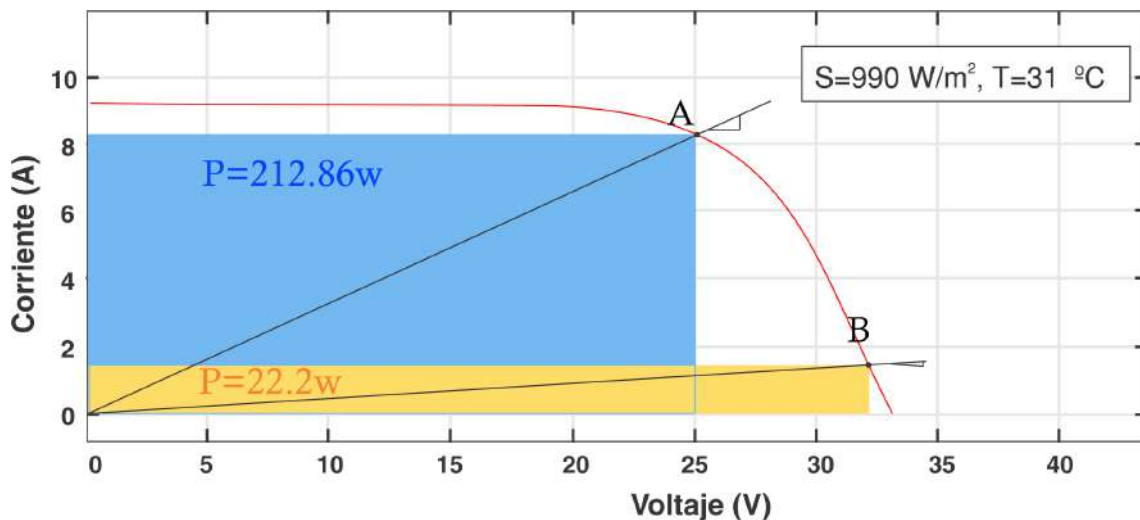


Figura 6.32: Acoplamiento de impedancias.

### 6.3. Control de velocidad de un motor de inducción trifásico alimentado vía paneles solares fotovoltaicos

En la presente sección se describe la implementación experimental del impulsor de velocidad angular para el motor de inducción, el cual es alimentado a través de un arreglo de paneles solares fotovoltaicos. Además, se muestran los resultados obtenidos. Anteriormente se describieron el control de velocidad angular del motor y el control del convertidor elevador por separado. En este capítulo se integran ambos sistemas, donde los controladores operan de manera conjunta.

#### 6.3.1. Plataforma experimental

En la Figura 6.33 se muestra el diagrama completo de la plataforma experimental.

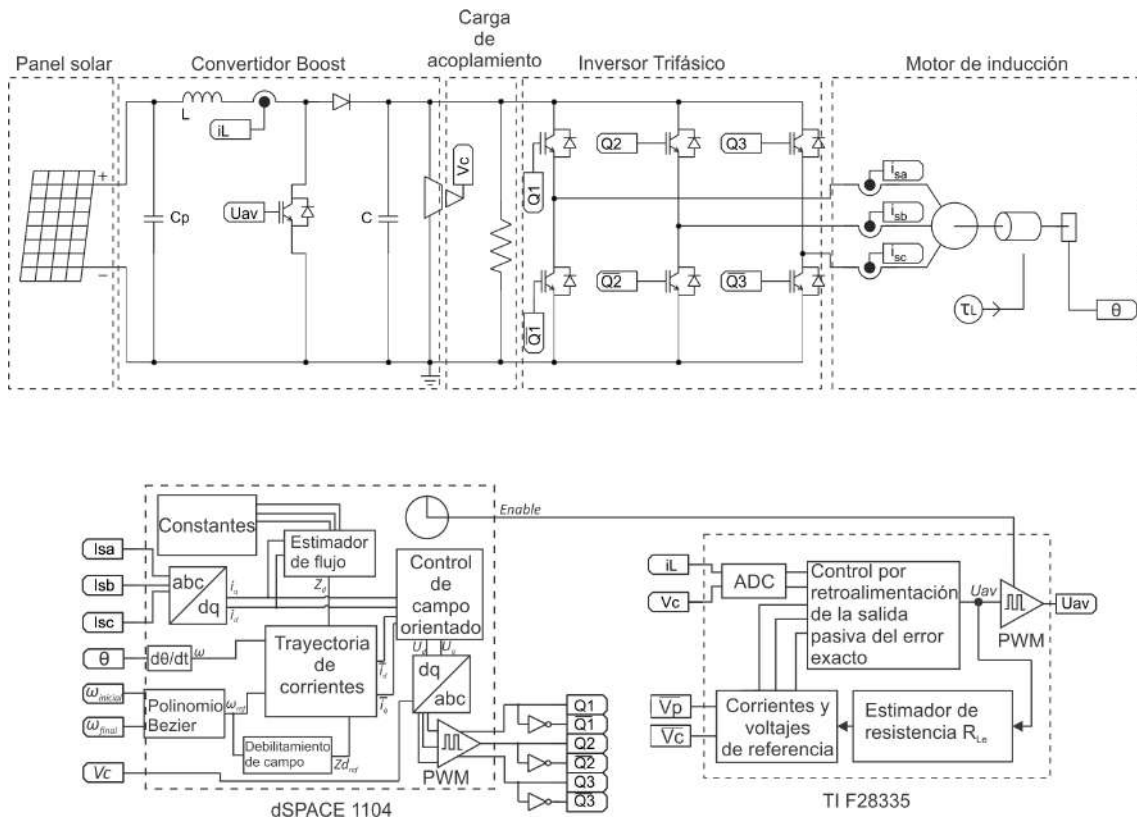


Figura 6.33: Diagrama general del sistema completo.

La plataforma experimental del impulsor de velocidad angular del motor, depende en gran medida del convertidor cd-cd tipo elevador, el cual proporciona el voltaje deseado al bus de CD del inversor. Ya que sirve de enlace entre el arreglo de paneles fotovoltaicos y el inversor trifásico. Por otra parte, una impedancia de carga se conecta entre ambos convertidores con la finalidad de amortiguar los cambios de impedancia producidos por el sistema Inversor-Motor.

Los controladores de cada uno de los sistemas están ligados por una señal de sincronización para comenzar el funcionamiento simultáneo. Se empleó una salida

de habilitación en el equipo dSPACE, el cual indica a la tarjeta DSP modelo TI F28335 el inicio del control de velocidad. Esta sincronización es de gran importancia para evitar daños en el sistema. Además el control de campo orientado lee el voltaje de salida del convertidor  $v_C$ , para adaptar las salidas de control a este voltaje.

En la Figura 6.34 se muestra una fotografía de los sistemas conectados tal como sugiere el diagrama de la figura 6.33. Los paneles solares fotovoltaicos y el motor de inducción se muestran por separado debido a que su localización no permite incluirlos en una misma fotografía.

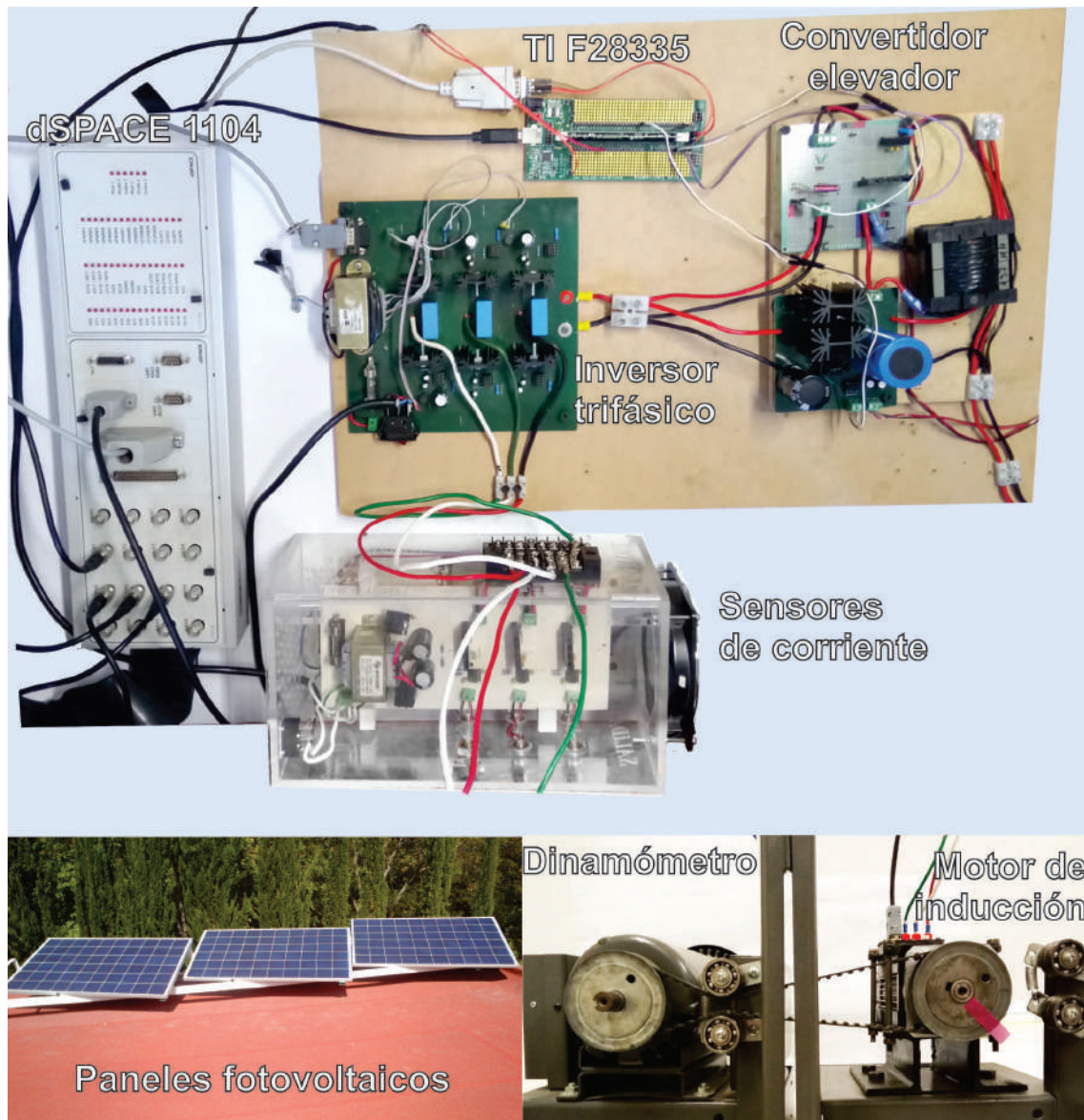


Figura 6.34: Sistema para el control de velocidad de un motor de inducción trifásico alimentado vía paneles solares fotovoltaicos.

En esta prueba se emplearon dos paneles solares de 260 W cada uno conectados en serie. Con la finalidad de alcanzar la potencia requerida por el motor de inducción.



### 6.3.2. Resultados del control de velocidad de un motor de inducción trifásico alimentado vía paneles solares fotovoltaicos

A continuación se muestran los resultados experimentales obtenidos en esta prueba, la Tabla 6.7 resume las configuraciones del control del convertidor elevador y el control de velocidad del motor. Los parámetros de voltaje y corriente en el punto de máxima potencia se obtuvieron de la misma forma que en la sección 6.2.3.

Tabla 6.7: Parámetros de operación.

Descripción	Valor
Control convertidor Boost	
Voltaje de máxima potencia	26.75 V
Corriente de máxima potencia	7.80 A
Temperatura ambiente	27.5 °C
Irradiancia	920 W/m <sup>2</sup>
Control de velocidad	
Voltaje de alimentación (CD)	≈ 190 V
Frecuencia PWM	100 KHz
Par de carga	0.2-0.5 N.m
Velocidad inicial	0 rad/s
Velocidad final	100 rad/s
Tiempo inicial	2 s
Tiempo final	7 s

La Figura 6.35 muestra la respuesta de seguimiento de velocidad angular para una trayectoria de referencia deseada. Se observa en esta gráfica que la velocidad angular del motor sigue de forma idónea la trayectoria de referencia. Donde, la velocidad se incrementa gradualmente desde 0 rad/s a 100 rad/s en un intervalo de tiempo de  $t = 2$  s a  $t = 7$  s.

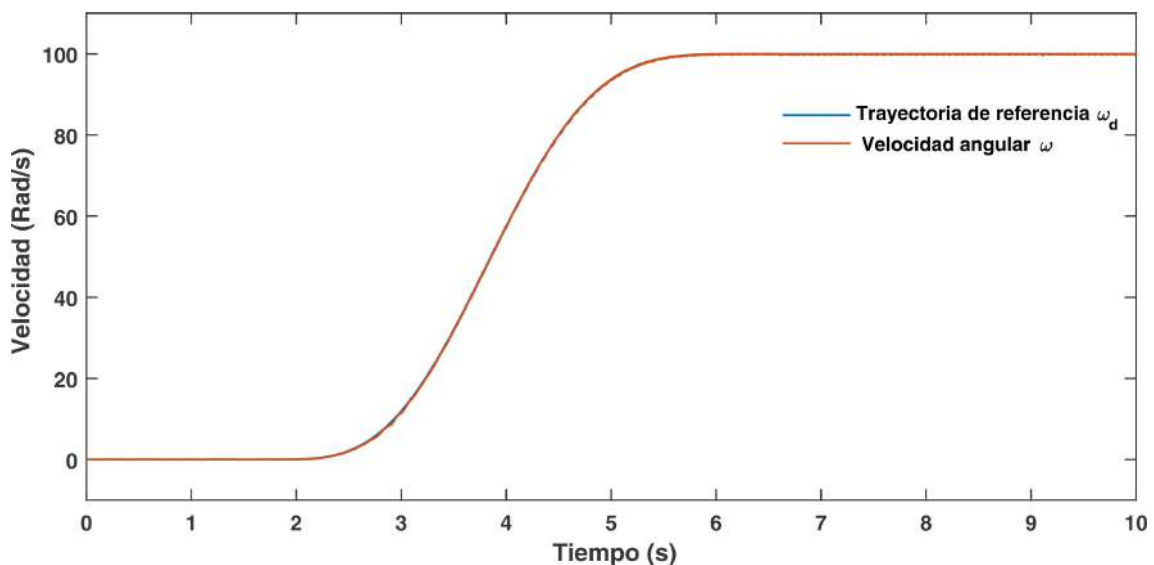


Figura 6.35: Respuesta de seguimiento de velocidad angular del motor de inducción.

La Figura 6.36 muestra el error de seguimiento de velocidad angular. Se observa que la diferencia no es mayor a 1 rad/s, por lo que se considera un error aceptable. Por otro lado, existe un ligero incremento del error en  $t = 7\text{s}$ , debido al aumento de par aplicado al eje del motor aproximadamente de 0.5 N.m. Esto demuestra la robustez del control de velocidad de campo orientado bajo las perturbaciones de par. Las pruebas realizadas con un par variable aplicado al eje del motor, se deben a que en aplicaciones reales se tendrá una carga acoplada a la flecha del motor y en muchas ocasiones éstas cargas pueden variar con respecto al tiempo. Es importante tener un controlador robusto bajo variaciones de par, especialmente en aplicaciones industriales.

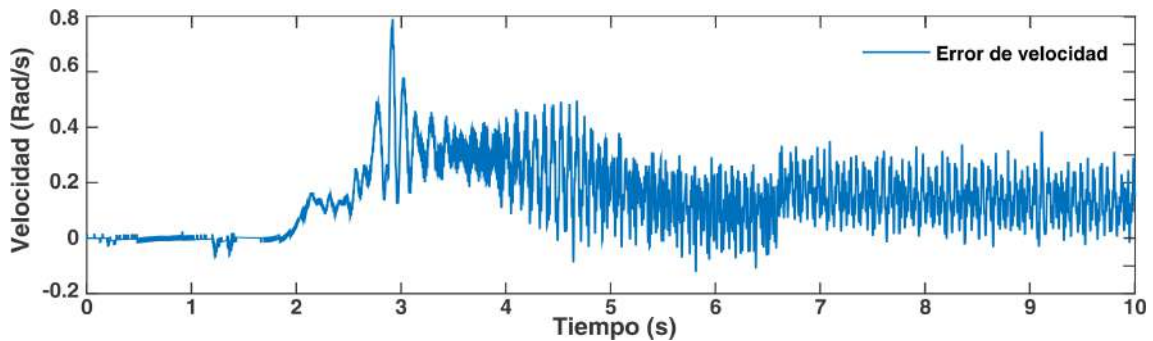


Figura 6.36: Error de velocidad angular del motor de inducción.

El par aplicado al eje del motor de inducción se muestra en la Figura 6.37. Este par tiene una variación de 0.24 N m. a 0.5 N m. siendo un valor significativo, ya que el valor nominal de par del motor es de 0.8 N m.

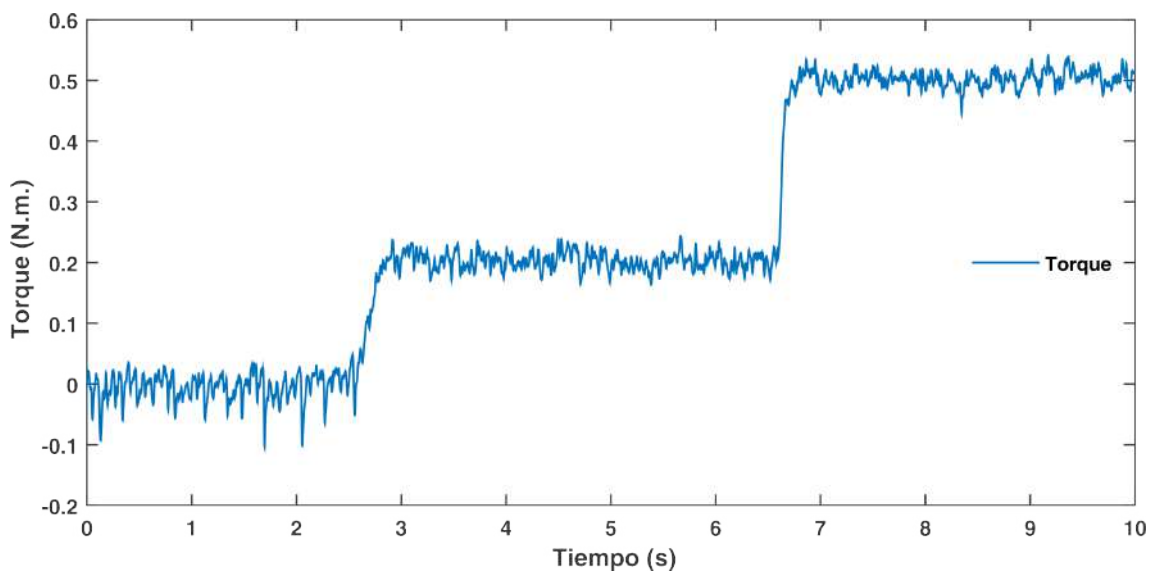


Figura 6.37: Par aplicado al eje del motor.

La señal de par se aplica a través de un dinamómetro. Sin embargo esta señal únicamente corresponde al par aplicado a través este dispositivo. El valor real aplicado al motor de inducción es ligeramente mayor, ya que el acoplamiento entre el motor de inducción y el dinamómetro se realiza mediante una polea, esto también ejerce un par de carga.

La Figura 6.38 muestra el valor estimado del flujo magnético del motor de inducción, este valor es muy próximo al valor de su referencia deseada. Al aumentar la velocidad, el flujo magnético disminuye. Debido al debilitamiento de campo. El flujo magnético estimado tiene una perturbación en  $t = 7$  s, producida por el incremento de par aplicado al eje del motor.

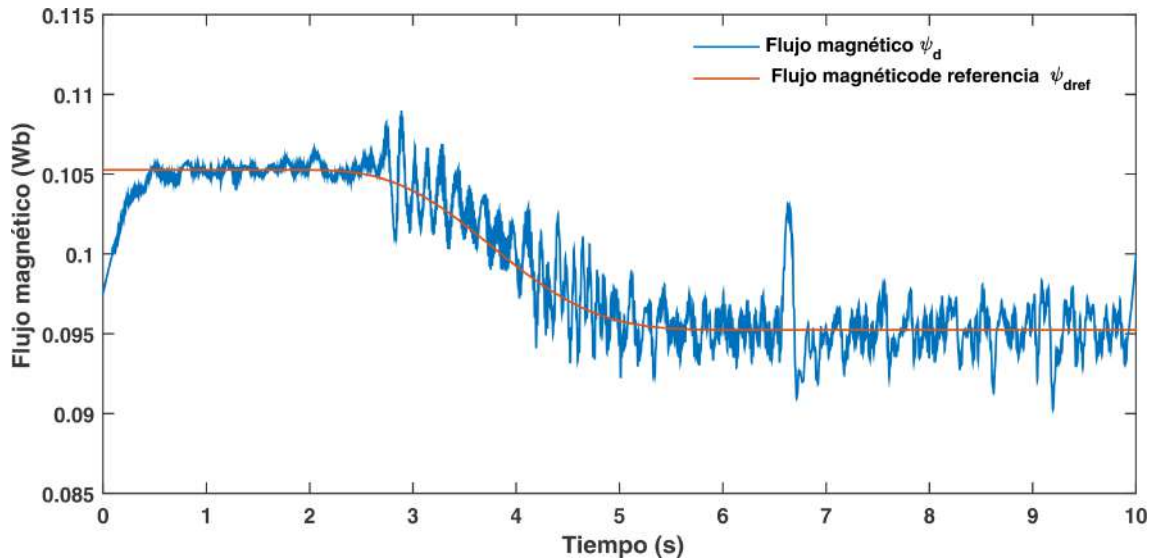


Figura 6.38: Respuesta del flujo magnético del motor de inducción.

La Figura 6.39 muestra la respuesta del voltaje de entrada del convertidor elevador, en el cual el valor de dicho voltaje es muy similar al valor nominal de voltaje en el punto de máxima potencia del arreglo de los paneles fotovoltaicos  $V_{MPP}$ . Se observa que el voltaje no varía, aún cuando el motor inicia su funcionamiento. La principal labor del control por retroalimentación de la salida pasiva del error exacto, es regular el voltaje y corriente de entrada del convertidor elevador al punto máximo de potencia que ofrece el arreglo de los paneles solares fotovoltaicos.

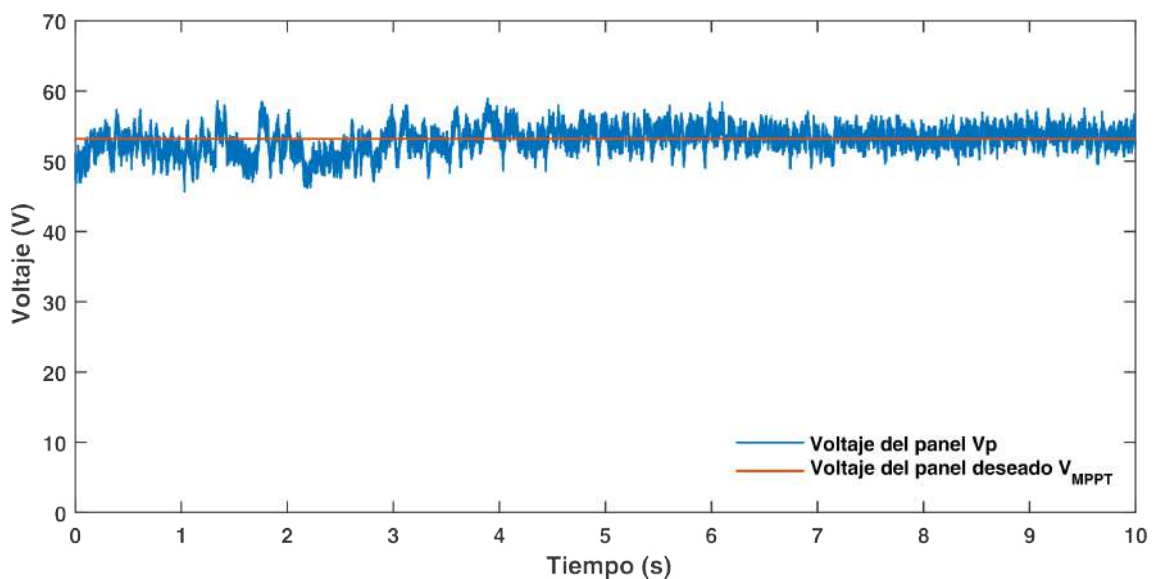


Figura 6.39: Respuesta del voltaje de entrada del convertidor elevador  $v_p$ .

La Figura 6.40 muestra la respuesta de corriente a la entrada del convertidor elevador  $i_L$ , se observa que la corriente llega a su valor de referencia constante  $I_{MPP}$ , por lo que es importante notar que el convertidor trabaja en el seguimiento del máximo punto de potencia.

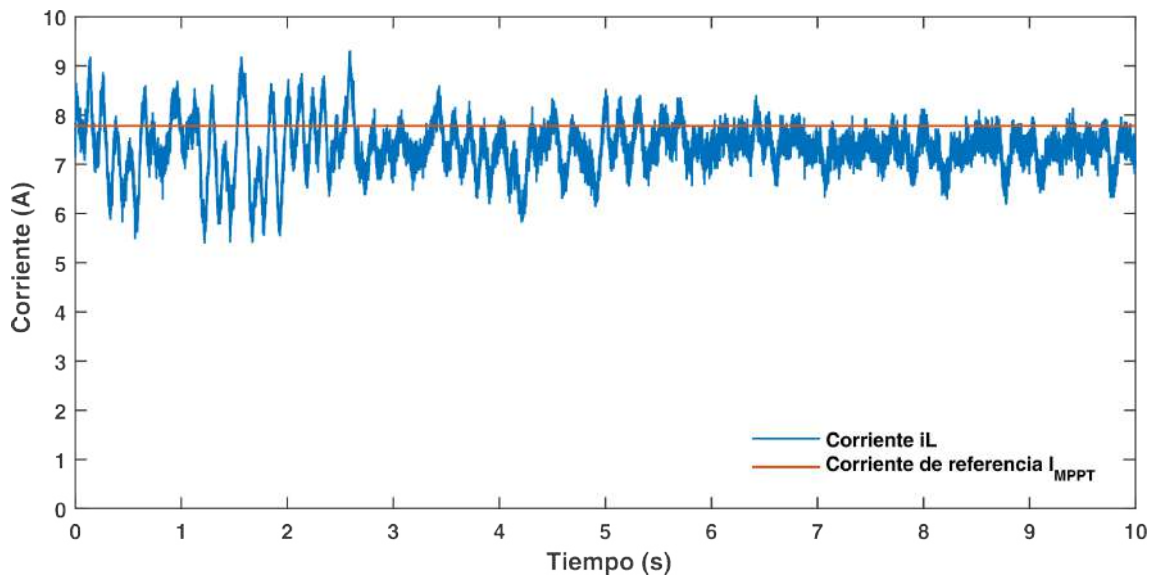


Figura 6.40: Respuesta de la corriente en el inductor  $i_L$ .

Para que el control siga el punto máximo de potencia del arreglo de los paneles solares,  $I_{MPP}$  y  $V_{MPP}$  es necesario tener el conocimiento del valor de la impedancia de salida conectada en el convertidor elevador. La Figura 6.41 muestra el valor de la impedancia conectada a la salida del convertidor. En esta gráfica se observan distintas variaciones del valor nominal de la impedancia. Primero, cuando la velocidad del motor es  $\omega = 0$  rad/s, la impedancia es grande; segundo, al iniciar el giro del rotor, la impedancia disminuye; y tercero, se observa la última variación cuando se aplica un cambio de par súbito.

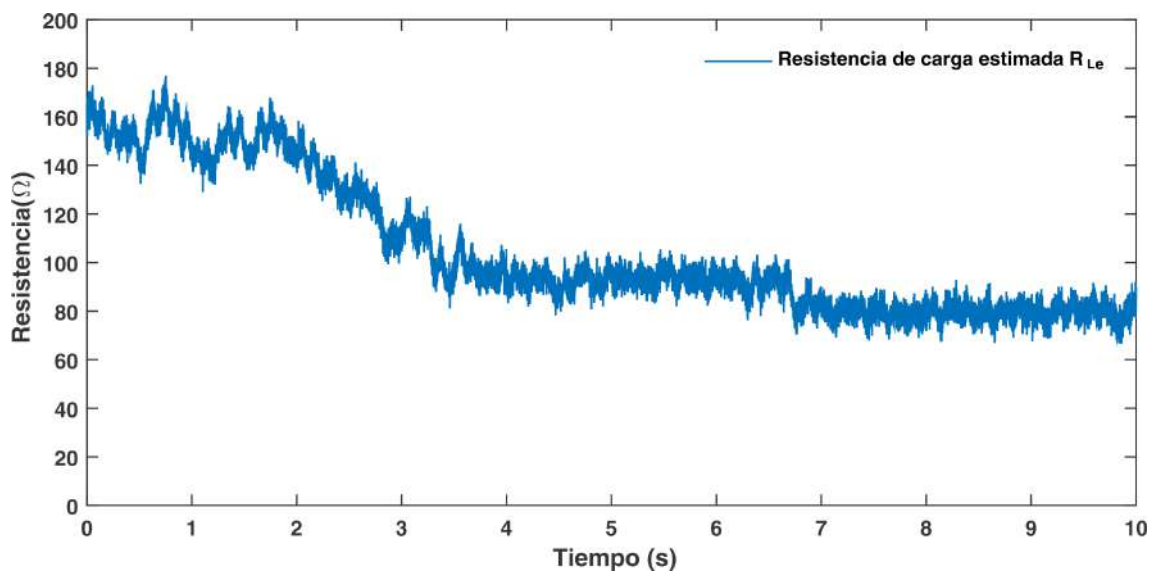


Figura 6.41: Valor estimado de la impedancia de carga del convertidor elevador,  $R_{Lc}$ .

La Figura 6.42 muestra la respuesta del voltaje de salida del convertidor elevador,  $v_C$ . La salida de este voltaje depende de la corriente y voltaje de entrada, así como del valor de la impedancia estimada. El voltaje y corriente de entrada,  $v_p$  e  $i_L$ . Son respuestas que no varían, por lo que las alteraciones de  $v_C$  se deben a la impedancia de carga estimada.

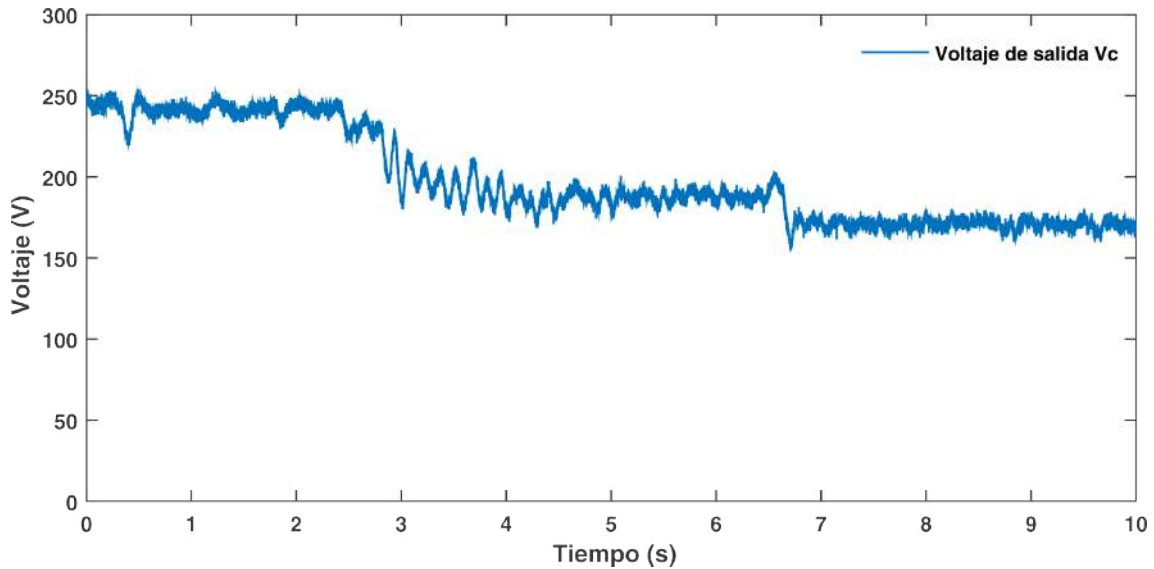


Figura 6.42: Respuesta del voltaje de salida del convertidor elevador,  $v_C$ .

La Figura 6.43 muestra la eficiencia entrada-salida del convertidor elevador, esto con la finalidad de demostrar la eficacia del controlador de seguimiento del punto máximo de potencia del arreglo de los paneles solares fotovoltaicos hacia la carga de salida. La potencia de entrada se calcula como:  $P_{in} = v_p \times i_L$ , mientras que la potencia de salida es:  $P_{out} = \frac{v_C^2}{R_{Le}}$ .

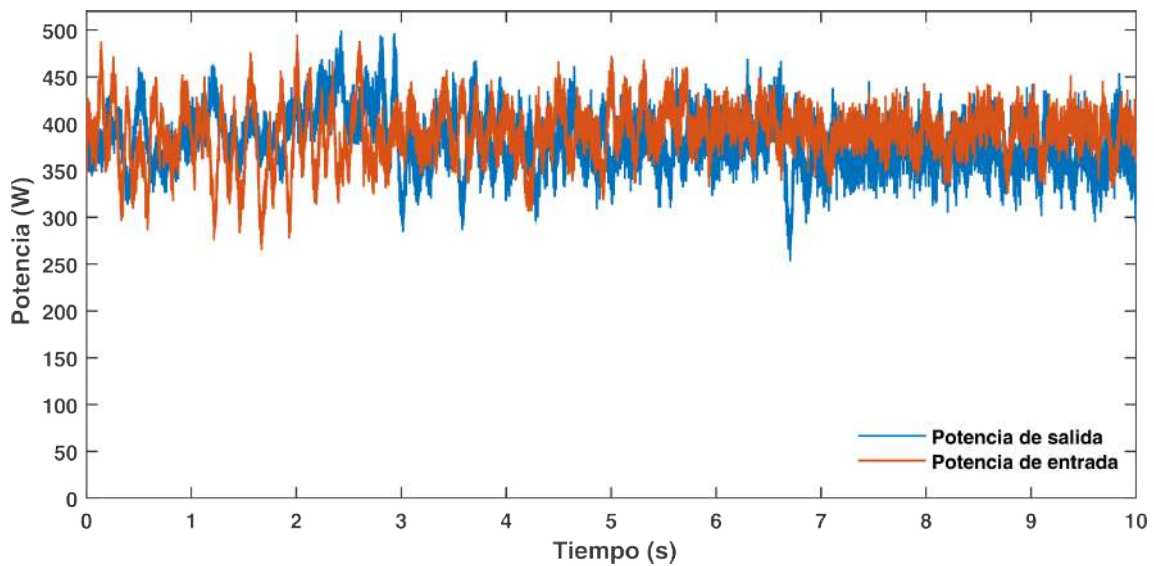


Figura 6.43: Potencia consumida por el sistema.

## 6.4. Análisis costo-beneficio del prototipo “Control de velocidad de un motor de inducción alimentado vía paneles fotovoltaicos”.

Con la premisa de obtener un beneficio a mediano plazo en la instalación del prototipo presentado en este trabajo, se realiza el análisis de costo beneficio que permite saber la viabilidad del proyecto, y el periodo de recuperación de la inversión realizada con la implementación de este sistema que utiliza una energía renovable:

Tabla 6.8: Inversión del sistema.

Artículo	Unidades	Precio	Total
Transistor IGBT FGH40N60SMD	9	\$81.05	\$729.70
Optoacopladores	9	\$345.53	\$409.96
Capacitor de ruido	3	\$1.20	\$53.07
Transistor IGBT FGH40N60SMD	1	\$17.68	\$81.08
Núcleos de ferrita	1	\$10.91	\$10.91
Diodos Schottky	1	\$269.77	\$269.77
Capacitor 1000uF 450V	1	\$817.56	\$817.56
Capacitor 470uF 450V	1	\$157.88	\$157.88
Panel solar 260 W	2	\$4,030.00	\$8,060.00
Interruptor	1	\$200.00	\$200.00
Cable	30	\$10.00	\$300.00
Instalación	1	\$700.00	\$700.00
Total			\$11,789.92 MXN

En éste análisis es necesario mencionar que para la implementación de esta tecnología, se deben contemplar ciertas variables como: inversión inicial, horas de funcionamiento, costo por KWh, KWh generados al día entre otras.

Este tipo de sistemas permite adaptarse de acuerdo a las necesidades de cada usuario, sin embargo es más conveniente el uso de dichos sistemas para aquellas aplicaciones con tarifas de alto consumo de energía eléctrica, para el sector industrial o comercio. También, se realiza la implementación de este tipo de sistemas para aquellos usuarios que habitan en zonas apartadas y que carecen de energía eléctrica convencional.

Como se planteó al inicio del proyecto, la inversión de un sistema de paneles solares para alimentar un impulsor de velocidad angular de un motor de inducción trifásico, es posible que se devengue antes del ciclo de vida útil del arreglo de paneles solares. El proveedor de éste sistema garantiza que los años de vida útil de los paneles solares es de 25 años. El siguiente análisis muestra el periodo de recuperación de la inversión realizada empleando un arreglo dos paneles solares.

La fórmula empleada para determinar el periodo de recuperación es la siguiente:

$$\text{Periodo de recuperación} = \frac{\text{Inversión inicial}}{KWh \times \text{días del mesprecio por KW} \times \text{Meses del año}} \quad (6.1)$$

donde, De ahí, el periodo de recuperación es:

Tabla 6.9: Datos para calcular el periodo de recuperación.

Inversión inicial (\$)	KWh producidos al día	Precio KWh (\$)	Días en el mes	No. de meses
11789.92	2.756	2.777	30	12

$$\text{Periodo de recuperación} = \frac{11789.92}{2.756 \times 30 \times 2.77 \times 12} = 4.27 \text{ años}$$

Con este resultado se concluye que el proyecto es viable, ya que el periodo de recuperación de la inversión (4.27 años), es menor al tiempo de vida útil del arreglo de paneles solares (25 años).

# Capítulo 7

## Conclusiones y trabajo futuro

Con el cumplimiento satisfactorio de los objetivos planteados al inicio del presente trabajo, referente al control de velocidad del motor de inducción alimentado vía paneles solares fotovoltaicos, se presentan las siguientes conclusiones. Adicionalmente, se hacen algunas propuestas para trabajos futuros.

### 7.1. Conclusiones

- Para la elección acertada de los algoritmos de control antes de llegar a la implementación experimental, es necesario generar simulaciones que permitan obtener una aproximación del comportamiento de los sistemas. En el trabajo presentado, éstas simulaciones logran la caracterización del motor y del convertidor de manera satisfactoria.
- El modelo en  $dq$  del motor de inducción trifásico facilita el diseño del control de velocidad. Este control de campo orientado es robusto bajo perturbaciones de par aplicado, manteniendo la trayectoria deseada con un par de hasta 1 Nm.
- El control de la salida pasiva del convertidor elevador, permite regular la corriente y voltaje de entrada (proveniente del panel fotovoltaico) a su punto máximo de potencia.
- El estimador algebraico calcula el valor de la impedancia de salida del convertidor. Se verifica su eficiencia comparando la estimación realizada con una impedancia conocida. Con el estimador se puede hacer un seguimiento del punto máximo de potencia, aún cuando la impedancia de carga tenga variaciones.
- La importancia de un seguidor del punto máximo de potencia es tal que, la carga podría obtener únicamente el 10% de la potencia producida por los paneles si se conecta la carga directamente a los paneles; en cambio al emplear el convertidor elevador como seguidor del MPP se aprovecha una potencia cercana a la máxima producida por los paneles solares.
- El diseño independiente de los controladores de campo orientado y de pasividad permite acoplar ambos sistemas de manera autónoma. Solo se necesita



el conocimiento del voltaje de salida del convertidor elevador,  $v_C$  en el controlador de campo orientado. Así como una variable de sincronización para el comienzo simultáneo de ambos controladores.

- Las variaciones del voltaje de alimentación no afectan el funcionamiento del control de velocidad, siempre y cuando el voltaje de alimentación sea realimentado en el esquema de control de campo orientado.
- El funcionamiento del motor de inducción no interfiere en la regulación del MPP, aun cuando se aplica un par de carga al eje del motor, de 0.5 N m aproximadamente.
- El periodo de recuperación es 5 veces menor al tiempo de vida esperado para el sistema. El análisis de costo beneficio permite conocer que el tiempo de recuperación es de 4.27 años. Por lo tanto se determina que la inversión en el sistema presentado (incluyendo paneles solares, inversor y convertidor elevador) es viable.

## 7.2. Trabajo futuro

- Se considera conveniente comparar el desempeño del control por retroalimentación de la salida pasiva con un esquema de control basado en la técnica de control de Backstepping.
- Para hacer el sistema adaptable, se sugiere implementar ambos controles dentro de un mismo DSP con capacidad para trabajar de manera autónoma, es decir sin la necesidad de usar una computadora.
- En la industria no sólo existen aplicaciones para los motores con velocidades fijas o variables, también se emplean aplicaciones de variación y cambio de posición. Se propone para trabajo futuro, el control de posición angular de un motor de inducción alimentado vía paneles solares fotovoltaicos.

# Apéndice A

## Modelo matemático del motor de inducción trifásico

A continuación se presenta la obtención del modelo matemático del motor, se consulto [8] para escribir este apéndice. Para explicar el diseño del devanado con mayor detalle, la Figura A.1 muestra la fase 1 del estator, donde se ve que un lado del devanado se encuentra embobinado en  $\pi/3$  (el lado opuesto en  $4\pi/3$ ), la segunda parte del devanado de la fase 1 lo esta en  $\pi/2$  (Los otros dos lados a  $3\pi/2$ ), finalmente, el lado restante del devanado se enrolla a  $2\pi/3$  (el otro lado a  $5\pi/3$ ).

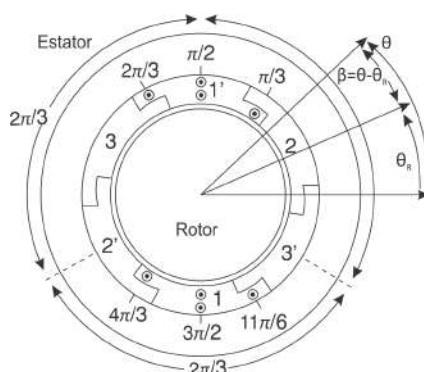


Figura A.1: Vista de la sección transversal del estator fase 1.

La Figura A.1 muestra que los devanados de las fases están enrollados en dos capas, este es un diseño común en máquinas de CA. Usando la ley de Ampere, se puede calcular directamente el campo magnético radial en el entrehierro. La visión desarrollada en la Figura A.2 muestra que el campo magnético radial resultante  $B_{s1}$  en el entrehierro, debido a la corriente  $i_{s1}$  en la fase 1 del estator, es una función escalera aproximadamente sinusoidal.

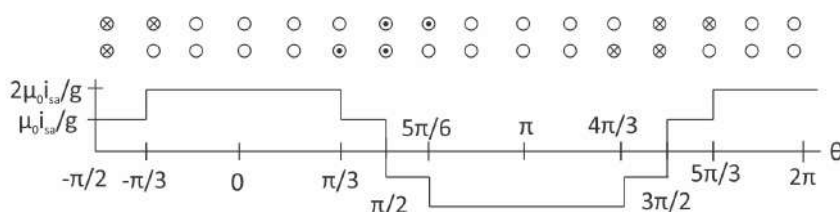


Figura A.2: Vista desarrollada del devanado de estator de la fase 1.

La máquina de la Figura A.1 se conoce como máquina simétrica debido a que las fases del estator son idénticas en estructura, estas mantienen un desfase rotacional  $2\pi/3$  radianes entre sí, la misma estructura se encuentra en las fases del rotor. Para obtener un campo magnético sinusoidal (espacialmente) distribuido en el entrehierro, será necesario que las fases tengan un devanado sinusoidal. Esto se describe a continuación.

### Devanado sinusoidal

Sea  $\theta_R$  la posición del rotor utilizada para coincidir con el eje magnético de la fase 1 del estator, como se muestra en la Figura A.1.  $\theta$  es una posición angular arbitraria en el entrehierro de manera que  $\beta = \theta - \theta_R$  representa el mismo ángulo con respecto a la posición del rotor. Ahora se considera que las tres fases del estator deben ser bobinadas sinusoidalmente, con sus curvas de estator dadas por:

$$N_{s1}(\theta) = \frac{N_s}{2} |\sin(\theta)|$$

$$N_{s2}(\theta) = \frac{N_s}{2} |\sin(\theta - 2\pi/3)|$$

$$N_{s3}(\theta) = \frac{N_s}{2} |\sin(\theta - 4\pi/3)|$$

Las fases del estator 1 y 2 son ilustradas en la Figura A.3(a) y A.3(b), respectivamente.

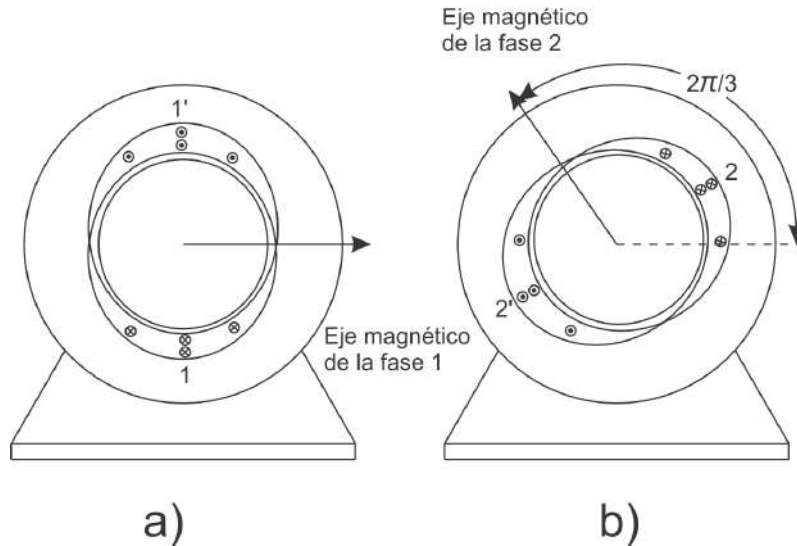


Figura A.3: Fases de estator sinusoidalmente enrolladas. (a) Fase 1 del estator. (b) Fase 2 del estator.

De manera similar, las densidades de las vueltas del rotor son dadas por:

$$N_{R1}(\theta - \theta_R) = \frac{N_s}{2} |\sin(\theta - \theta_R)|$$

$$N_{R2}(\theta - \theta_R) = \frac{N_s}{2} |\sin(\theta - \theta_R - 2\pi/3)|$$

$$N_{R3}(\theta - \theta_R) = \frac{N_s}{2} |\sin(\theta - \theta_R - 4\pi/3)|$$

Esto se conoce como una máquina simétrica, ya que los devanados son todos idénticos en construcción, estos se encuentran separados por  $2\pi/3$  uno con respecto del otro. De manera similar, los devanados del rotor se encuentran separados por  $2\pi/3$ . Como se ilustra en la Figura A.4, los extremos del devanado de estator 1', 2' y 3' están unidos entre sí para formar el neutro del motor  $\hat{N}$  y los extremo 1, 2 y 3 son conectados a las fuentes de voltaje  $u_{s1}$ ,  $u_{s2}$ , Y  $u_{s3}$ , respectivamente.

El otro extremo de las fuentes se unen para formar el neutro de la fuente  $N$ , a esto se le llama una conexión estrella del motor. De forma similar, los extremos del devanado del rotor 1, 2 y 3 están cortocircuitados entre sí y los otros extremos del devanado 1', 2' y 3' también están cortocircuitados, como se muestra en la Figura A.5. Debido a la conexión en estrella de los devanados del estator y del rotor, los puntos neutrales  $N$  y  $\hat{N}$  en las Figuras A.4 y A.5 se encuentran aislados, de manera que  $i_{s1} + i_{s2} + i_{s3} = 0$  y  $i_{R1} + i_{R2} + i_{R3} = 0$ .

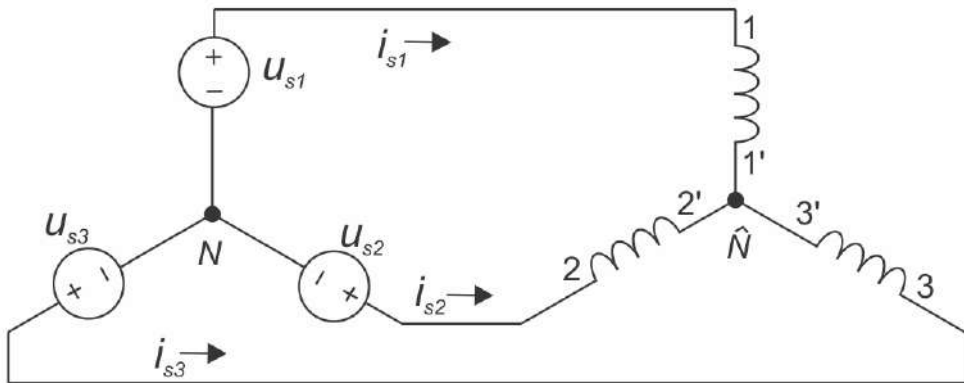


Figura A.4: Devanados del estator en conexión estrella.

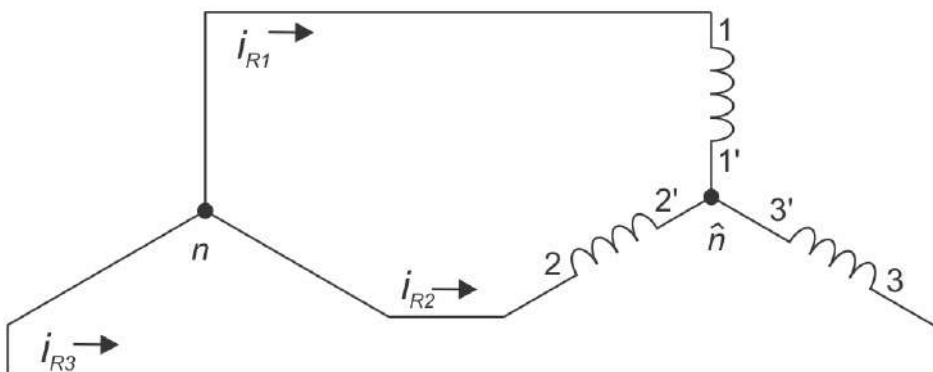


Figura A.5: Devanados del rotor en conexión estrella.

El campo magnético del estator es la suma vectorial de los campos debido a cada una de las fases. Estos campos son:

$$\begin{aligned} B_{S1}(i_{s1}, r, \theta) &= \frac{\mu_0 N_s r_R}{2g} \frac{i_{s1}}{r} \cos(\theta) \hat{r} \\ B_{S2}(i_{s2}, r, \theta) &= \frac{\mu_0 N_s r_R}{2g} \frac{i_{s2}}{r} \cos(\theta - 2\pi/3) \hat{r} \\ B_{S3}(i_{s3}, r, \theta) &= \frac{\mu_0 N_s r_R}{2g} \frac{i_{s3}}{r} \cos(\theta - 4\pi/3) \hat{r} \end{aligned}$$

Por lo tanto:

$$B_S(i_{s1}, i_{s2}, i_{s3}, r, \theta) = \frac{\mu_0 N_s r_R}{2g} \frac{1}{r} \left( i_{s1} \cos(\theta) + i_{s2} \cos(\theta - 2\pi/3) + i_{s3} \cos(\theta - 4\pi/3) \right) \hat{r} \quad (\text{A.1})$$

Si el conjunto equilibrado de corrientes trifásicas:

$$i_{s1} = I_s \cos(\omega_s t) \quad i_{s2} = I_s \cos(\omega_s t - 2\pi/3) \quad i_{s3} = I_s \cos(\omega_s t - 4\pi/3)$$

Son aplicadas a las fases del estator, el correspondiente campo magnético de estator puede ser escrito como:

$$\begin{aligned} B_S(I_s, r, \theta, t) &= \frac{\mu_0 N_s I_s r_R}{2g} \frac{1}{r} \left( \cos(\omega_s t) \cos(\theta) + \cos(\omega_s t - 2\pi/3) \cos(\theta - 2\pi/3) \right. \\ &\quad \left. + \cos(\omega_s t - 4\pi/3) \cos(\theta - 4\pi/3) \right) \hat{r} \\ B_S(I_s, r, \theta, t) &= \frac{\mu_0 N_s I_s r_R}{2g} \frac{3}{r} \frac{1}{2} \cos(\theta - \omega_s t) \hat{r} \end{aligned}$$

Es decir, con corrientes trifásicas equilibradas, se establece un campo magnético gítorio radial en el entrehierro. De forma similar, los campos magnéticos debidos a las corrientes del rotor se encuentran dados por:

$$\begin{aligned} B_{R1}(i_{R1}, r, \theta) &= \frac{\mu_0 N_R r_R}{2g} \frac{i_{R1}}{r} \cos(\theta - \theta_R) \hat{r} \\ B_{R2}(i_{R2}, r, \theta) &= \frac{\mu_0 N_R r_R}{2g} \frac{i_{R2}}{r} \cos(\theta - \theta_R - 2\pi/3) \hat{r} \\ B_{R3}(i_{R3}, r, \theta) &= \frac{\mu_0 N_R r_R}{2g} \frac{i_{R3}}{r} \cos(\theta - \theta_R - 4\pi/3) \hat{r} \end{aligned}$$

Por lo tanto con  $\beta = \theta - \theta_R$ , se tiene:

$$\begin{aligned} B_R(i_{R1}, i_{R2}, i_{R3}, r, \beta) &= \frac{\mu_0 N_R r_R}{2g} \frac{1}{r} \left( i_{R1} \cos(\beta) + i_{R2} \cos(\beta - 2\pi/3) \right. \\ &\quad \left. + i_{R3} \cos(\beta - 4\pi/3) \right) \hat{r} \quad (\text{A.2}) \end{aligned}$$

Existe un factor de acoplamiento  $K$  que se incluye en la expresión para  $B_R$  en el entrehierro del estator y en la expresión para  $B_S$  en el entrehierro del rotor, con el fin de tener en cuenta la dispersión o fuga del campo magnético desde la dirección radial cuando se atraviesa el entrehierro. Es decir, con  $B_S$  y  $B_R$  dados por A.1 y A.2 respectivamente, el campo magnético radial total  $B$  en el lado del entrehierro de estator, se considera como:

$$\begin{aligned}\vec{B}(i_{S1}, i_{S2}, i_{S3}, i_{R1}, i_{R2}, i_{R3}, r_S, \theta, \theta_R) &= \vec{B}_S(i_{s1}, i_{s2}, i_{s3}, r_S, \theta) \\ &+ k\vec{B}_R(i_{R1}, i_{R2}, i_{R3}, r_S, \theta - \theta_R)\end{aligned}\quad (\text{A.3})$$

En el lado del entrehierro del rotor, el campo magnético radial  $B$  total se toma como:

$$\begin{aligned}\vec{B}(i_{S1}, i_{S2}, i_{S3}, i_{R1}, i_{R2}, i_{R3}, r_R, \theta, \theta_R) &= k\vec{B}_S(i_{s1}, i_{s2}, i_{s3}, r_R, \theta) \\ &+ \vec{B}_R(i_{R1}, i_{R2}, i_{R3}, r_R, \theta - \theta_R)\end{aligned}$$

o en términos de  $\beta = \theta - \theta_R$ :

$$\begin{aligned}\vec{B}(i_{S1}, i_{S2}, i_{S3}, i_{R1}, i_{R2}, i_{R3}, r_R, \beta, \theta_R) &= k\vec{B}_S(i_{s1}, i_{s2}, i_{s3}, r_R, \beta + \theta_R) \\ &+ \vec{B}_R(i_{R1}, i_{R2}, i_{R3}, r_R, \beta)\end{aligned}\quad (\text{A.4})$$

### Enlaces de flujo del estator

Usando (A.3) para  $\vec{B}$  en el lado del entrehierro del estator, los enlaces de flujo del estator están dadas por:

$$\begin{aligned}\psi_{S1}(t) &= \int_0^\pi \frac{N_S}{2} \sin(\theta) \\ &\times \left( \int_{\theta-\pi}^\theta \ell_1 r_S B(i_{S1}, i_{S2}, i_{S3}, i_{R1}, i_{R2}, i_{R3}, r_S, \theta', \theta_R) d\theta' \right) d\theta \\ &= \frac{2}{3} L_S (i_{S1} + i_{S2} \cos(2\pi/3) + i_{S3} \cos(4\pi/3)) \\ &+ \frac{2}{3} M \left( i_{R1} \cos(\theta_r) + i_{R2} \cos(\theta_r + 2\pi/3) + i_{R3} \cos(\theta_r + 4\pi/3) \right)\end{aligned}\quad (\text{A.5})$$

$$\begin{aligned}\psi_{S2}(t) &= \int_{2\pi/3}^{2\pi/3+\pi} \frac{N_S}{2} \sin(\theta - 2\pi/3) \\ &\times \left( \int_{\theta-\pi}^\theta \ell_1 r_S B(i_{S1}, i_{S2}, i_{S3}, i_{R1}, i_{R2}, i_{R3}, r_S, \theta', \theta_R) d\theta' \right) d\theta \\ &= \frac{2}{3} L_S (i_{S1} \cos(2\pi/3) + i_{S2} + i_{S3} \cos(2\pi/3)) \\ &+ \frac{2}{3} M \left( i_{R1} \cos(\theta_r - 2\pi/3) + i_{R2} \cos(\theta_r) + i_{R3} \cos(\theta_r + 2\pi/3) \right)\end{aligned}\quad (\text{A.6})$$

$$\begin{aligned}
\psi_{S3}(t) &= \int_{4\pi/3}^{4\pi/3+\pi} \frac{N_S}{2} \sin(\theta - 4\pi/3) \\
&\quad \times \left( \int_{\theta-\pi}^{\theta} \ell_1 r_S B(i_{S1}, i_{S2}, i_{S3}, i_{R1}, i_{R2}, i_{R3}, r_S, \theta', \theta_R) d\theta' \right) d\theta \\
&= \frac{2}{3} L_S (i_{S1} \cos(4\pi/3) + i_{S2} \cos(2\pi/3) + i_{S3}) \\
&\quad + \frac{2}{3} M \left( i_{R1} \cos(\theta_r - 4\pi/3) + i_{R2} \cos(\theta_r - 2\pi/3) + i_{R3} \cos(\theta_r) \right) \quad (A.7)
\end{aligned}$$

donde:

$$\begin{aligned}
L_s &= \frac{3 \pi \mu_0 \ell_1 \ell_2 N_S^2}{2 \quad 8g} \\
M &= \frac{3 \pi \mu_0 \ell_1 \ell_2 N_S N_R}{2 \quad 8g} \\
L_R &= \frac{3 \pi \mu_0 \ell_1 \ell_2 N_R^2}{2 \quad 8g}
\end{aligned} \quad (A.8)$$

La razón del factor 2/3 en las ecuaciones (A.5), (A.6) y (A.7), y el factor 3/2 en las expresiones para L, M y LR en (A.8) son debido a que las expresiones de (A.8) representan los coeficientes de inductancias equivalentes en el modelo bifásico, como se muestra a continuación. Los enlaces de flujo pueden escribirse de forma matricial como:

$$\begin{aligned}
\begin{pmatrix} \psi_{S1}(t) \\ \psi_{S2}(t) \\ \psi_{S3}(t) \end{pmatrix} &= \frac{2}{3} L_S \begin{pmatrix} 1 & \cos(2\pi/3) & \cos(4\pi/3) \\ \cos(2\pi/3) & 1 & \cos(2\pi/3) \\ \cos(4\pi/3) & \cos(-2\pi/3) & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{S1}(t) \\ i_{S2}(t) \\ i_{S3}(t) \end{pmatrix} + \\
\frac{2}{3} M &\begin{pmatrix} \cos(\theta_R) & \cos(\theta_R + 2\pi/3) & \cos(\theta_R + 4\pi/3) \\ \cos(\theta_R - 2\pi/3) & \cos(\theta_R) & \cos(\theta_R + 2\pi/3) \\ \cos(\theta_R - 4\pi/3) & & \\ \cos(\theta_R - 2\pi/3) & \cos(\theta_R) & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{R1}(t) \\ i_{R2}(t) \\ i_{R3}(t) \end{pmatrix} \quad (A.9)
\end{aligned}$$

Observe que  $\theta_R - 4\pi/3 = \theta_R - 2\pi - 2\pi/3$  de manera que  $\cos(\theta_R - 4\pi/3) = \cos(\theta_R + 2\pi/3)$ . Con las definiciones de las matrices  $C1$  y  $C2(\theta_R)$ , los enlaces de flujo se representan de forma más compacta:

$$\begin{pmatrix} \psi_{S1}(t) \\ \psi_{S2}(t) \\ \psi_{S3}(t) \end{pmatrix} = C1 \begin{pmatrix} i_{S1}(t) \\ i_{S2}(t) \\ i_{S3}(t) \end{pmatrix} + C2(\theta_R) \begin{pmatrix} i_{R1}(t) \\ i_{R2}(t) \\ i_{R3}(t) \end{pmatrix} \quad (A.10)$$

### Enlaces de flujo del rotor

Utilizando A.7 para  $\vec{B}$  en el lado del entrehierro de rotor, los enlaces de flujo del rotor quedan definidos por:

$$\begin{aligned}
\psi_{R1}(t) &= \int_0^\pi \frac{N_R}{2} \sin(\beta) \\
&\quad \times \left( \int_{\beta-\pi}^\beta \ell_1 r_R B(i_{S1}, i_{S2}, i_{S3}, i_{R1}, i_{R2}, i_{R3}, r_R, \beta', \theta_R) d\beta' \right) d\beta \\
&\quad = \frac{2}{3} L_R (i_{R1} + i_{R2} \cos(2\pi/3) + i_{R3} \cos(4\pi/3)) \\
&\quad + \frac{2}{3} M \left( i_{S1} \cos(\theta_r) + i_{S2} \cos(\theta_r - 2\pi/3) + i_{S3} \cos(\theta_r - 4\pi/3) \right) \quad (\text{A.11})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\psi_{R2}(t) &= \int_{2\pi/3}^{2\pi/3+\pi} \frac{N_R}{2} \sin(\beta - 2\pi/3) \\
&\quad \times \left( \int_{\beta-\pi}^\beta \ell_1 r_R B(i_{S1}, i_{S2}, i_{S3}, i_{R1}, i_{R2}, i_{R3}, r_R, \beta', \theta_R) d\beta' \right) d\beta \\
&\quad = \frac{2}{3} L_R (i_{R1} \cos(2\pi/3) + i_{R2} + i_{R3} \cos(2\pi/3)) \\
&\quad + \frac{2}{3} M \left( i_{S1} \cos(\theta_r + 2\pi/3) + i_{S2} \cos(\theta_r) + i_{S3} \cos(\theta_r - 2\pi/3) \right) \quad (\text{A.12})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\psi_{R3}(t) &= \int_{4\pi/3}^{4\pi/3+\pi} \frac{N_R}{2} \sin(\beta - 4\pi/3) \\
&\quad \times \left( \int_{\beta-\pi}^\beta \ell_1 r_R B(i_{S1}, i_{S2}, i_{S3}, i_{R1}, i_{R2}, i_{R3}, r_R, \beta', \theta_R) d\beta' \right) d\beta \\
&\quad = \frac{2}{3} L_R (i_{R1} \cos(4\pi/3) + i_{R2} \cos(2\pi/3) + i_{R3}) \\
&\quad + \frac{2}{3} M \left( i_{S1} \cos(\theta_r + 4\pi/3) + i_{S2} \cos(\theta_r + 2\pi/3) + i_{S3} \cos(\theta_r) \right) \quad (\text{A.13})
\end{aligned}$$

En su forma matricial, los enlaces de flujo de rotor pueden escribirse como:

$$\begin{aligned}
\begin{pmatrix} \psi_{R1}(t) \\ \psi_{R2}(t) \\ \psi_{R3}(t) \end{pmatrix} &= \frac{2}{3} L_R \begin{pmatrix} 1 & \cos(2\pi/3) & \cos(4\pi/3) \\ \cos(2\pi/3) & 1 & \cos(2\pi/3) \\ \cos(4\pi/3) & \cos(2\pi/3) & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{R1}(t) \\ i_{R2}(t) \\ i_{R3}(t) \end{pmatrix} + \\
\frac{2}{3} M &\begin{pmatrix} \cos(\theta_r) & \cos(\theta_r - 2\pi/3) & \cos(\theta_r - 4\pi/3) \\ \cos(\theta_r + 2\pi/3) & \cos(\theta_r) & \cos(\theta_r - 2\pi/3) \\ \cos(\theta_r + 4\pi/3) & \cos(\theta_r + 2\pi/3) & \cos(\theta_r) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{S1}(t) \\ i_{S2}(t) \\ i_{S3}(t) \end{pmatrix} \quad (\text{A.14})
\end{aligned}$$

O de forma más compacta:

$$\begin{pmatrix} \psi_{R1}(t) \\ \psi_{R2}(t) \\ \psi_{R3}(t) \end{pmatrix} = C1 \begin{pmatrix} i_{R1}(t) \\ i_{R2}(t) \\ i_{R3}(t) \end{pmatrix} + C2(-\theta_R) \begin{pmatrix} i_{S1}(t) \\ i_{S2}(t) \\ i_{S3}(t) \end{pmatrix} \quad (\text{A.15})$$

donde C1 y C2 se definen como en (A.10).



## Condiciones de equilibrio

Como se ha descrito anteriormente, las tensiones de fuente  $u_{s1}(t), u_{s2}(t)$  y  $u_{s3}(t)$  están conectadas en estrella, así como también lo están las fases de estator y rotor (Figuras A.4 y A.5). En consecuencia se cumple que:

$$\begin{aligned} i_{S1}(t) + i_{S2}(t) + i_{S3}(t) &= 0 \\ i_{R1}(t) + i_{R2}(t) + i_{R3}(t) &= 0 \\ \psi_{R1}(t) + \psi_{R2}(t) + \psi_{R3}(t) &= 0 \end{aligned}$$

Las corrientes se dicen estar balanceadas ya que la suma de estas es igual a 0.

Usando A.10 y A.15 resulta sencillo demostrar que los flujos del estator y del rotor están siempre equilibrados, es decir:

$$\begin{aligned} \psi_{S1}(t) + \psi_{S2}(t) + \psi_{S3}(t) &= 0 \\ \psi_{R1}(t) + \psi_{R2}(t) + \psi_{R3}(t) &= 0 \end{aligned}$$

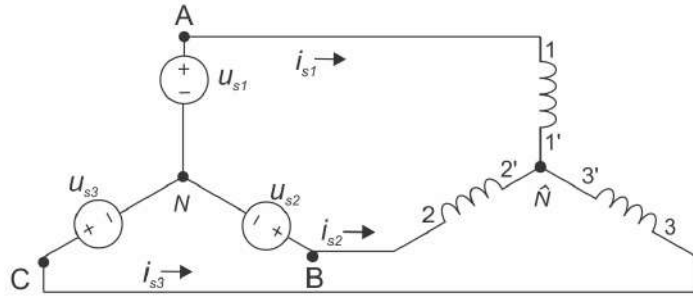


Figura A.6: Conexión estrella de los devanados de estator.

Refiriéndose a la Figura A.6, sea  $v_{A\hat{N}} = v_A - v_{\hat{N}}$ ,  $v_{B\hat{N}} = v_B - v_{\hat{N}}$  y  $v_{C\hat{N}} = v_C - v_{\hat{N}}$  la notación del voltaje de fase a neutro del motor. Con ayuda de la ley de Faraday y Ohm se tiene:

$$\begin{aligned} v_{A\hat{N}} &= R_S i_{S1} + \frac{d\psi_{S1}(t)}{dt} \\ v_{B\hat{N}} &= R_S i_{S2} + \frac{d\psi_{S2}(t)}{dt} \\ v_{C\hat{N}} &= R_S i_{S3} + \frac{d\psi_{S3}(t)}{dt} \end{aligned}$$

Sumando estos tres términos resulta:

$$v_{A\hat{N}} + v_{B\hat{N}} + v_{C\hat{N}} = R_S (i_{S1} + i_{S2} + i_{S3}) + \frac{d}{dt} (\psi_{S1}(t) + \psi_{S2}(t) + \psi_{S3}(t)) = 0$$

Es decir, los voltajes de fase a neutro del motor siempre están equilibrados. Los voltajes aplicados al motor son: de la fase al neutro de la fuente de voltaje  $u_{S1}(t), u_{S2}(t)$  y  $u_{S3}(t)$ . El siguiente teorema relaciona los voltajes del motor  $v_{A\hat{N}}$ ,  $v_{B\hat{N}}$  y  $v_{C\hat{N}}$  con los voltajes de la fuente  $u_{S1}(t), u_{S2}(t)$  y  $u_{S3}(t)$  en términos de la caída de tensión  $v_{\hat{N}N}$ , desde el neutro del motor hasta el neutro de la fuente.

## Teorema

Sea  $v_{\hat{N}N} = v_{\hat{N}} - v_N$ , entonces:

$$v_{\hat{N}N} = \frac{u_{s1}(t) + u_{s2}(t) + u_{s3}(t)}{3}$$

## Prueba

Referente a la Figura A.6, se escribe:

$$u_{S1} = v_A - v_N = v_{A\hat{N}} + v_{\hat{N}N}$$

$$u_{S2} = v_B - v_N = v_{B\hat{N}} + v_{\hat{N}N}$$

$$u_{S3} = v_C - v_N = v_{C\hat{N}} + v_{\hat{N}N}$$

Sumando estas tres ecuaciones se tiene:

$$\begin{aligned} u_{S1} + u_{S2} + u_{S3} &= v_{A\hat{N}} + v_{B\hat{N}} + v_{C\hat{N}} + 3v_{\hat{N}N} \\ &= 3v_{\hat{N}N} \end{aligned}$$

Ó:

$$v_{\hat{N}N} = \frac{u_{S1} + u_{S2} + u_{S3}}{3}$$

De este resultado, el siguiente corolario es sencillo de demostrar:

## Corolario

Si la fuente se encuentra balanceada, esto es:

$$u_{S1}(t) + u_{S2}(t) + u_{S3}(t) = 0$$

Entonces el voltaje  $V_{\hat{N}N}$  es nulo:

$$v_{\hat{N}N} = 0$$

Por lo tanto se cumple que:

$$u_{S1} = v_{A\hat{N}}$$

$$u_{S2} = v_{B\hat{N}}$$

$$u_{S3} = v_{C\hat{N}}$$

Por el teorema anterior, se puede deducir que para un motor en conexión estrella:

$$\begin{aligned} v_{A\hat{N}} &= u_{S1} - v_{\hat{N}N} = R_S i_{S1} + \frac{d\psi_{S1}(t)}{dt} \\ v_{B\hat{N}} &= u_{S2} - v_{\hat{N}N} = R_S i_{S2} + \frac{d\psi_{S2}(t)}{dt} \\ v_{C\hat{N}} &= u_{S3} - v_{\hat{N}N} = R_S i_{S3} + \frac{d\psi_{S3}(t)}{dt} \end{aligned} \tag{A.16}$$

donde  $v_{\hat{N}N} = 0$  si la fuente de voltaje esta balanceada.

## Transformación de dos fases a tres fases

Se define una transformación de dos fases a tres fases de voltaje como:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} u_{Sa}(t) \\ u_{Sb}(t) \\ u_{Sc}(t) \end{pmatrix} &= \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{pmatrix} 1 & \cos(2\pi/3) & \cos(4\pi/3) \\ 0 & \sin(2\pi/3) & \sin(2\pi/3) \\ 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{S1}(t) \\ u_{S2}(t) \\ u_{S3}(t) \end{pmatrix} \\ &= \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{pmatrix} 1 & -1/2 & -1/2 \\ 0 & \sqrt{3}/2 & -\sqrt{3}/2 \\ 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{S1}(t) \\ u_{S2}(t) \\ u_{S3}(t) \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Si la fuente de voltaje es balanceada:

$$u_{S0}(t) = \frac{1}{\sqrt{3}}(u_{S1}(t) + u_{S2}(t) + u_{S3}(t)) = 0$$

La transformada inversa se encuentra definida por:

$$\begin{pmatrix} u_{S1}(t) \\ u_{S2}(t) \\ u_{S3}(t) \end{pmatrix} = \sqrt{\frac{3}{2}} \begin{pmatrix} 2/3 & 0 & \sqrt{2}/3 \\ -1/3 & 1/\sqrt{3} & \sqrt{2}/3 \\ -1/3 & -1/\sqrt{3} & \sqrt{2}/3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{Sa}(t) \\ u_{Sb}(t) \\ u_{Sc}(t) \end{pmatrix}$$

Se denota la matriz de transformación 3-2 como  $Q$ , es decir:

$$Q = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{pmatrix} 1 & -1/2 & -1/2 \\ 0 & \sqrt{3}/2 & -\sqrt{3}/2 \\ 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{pmatrix} \quad (\text{A.17})$$

Con su inversa:

$$Q^{-1} = \sqrt{\frac{3}{2}} \begin{pmatrix} 2/3 & 0 & \sqrt{2}/3 \\ -1/3 & 1/\sqrt{3} & \sqrt{2}/3 \\ -1/3 & -1/\sqrt{3} & \sqrt{2}/3 \end{pmatrix} \quad (\text{A.18})$$

$Q$  es una matriz ortogonal, es decir  $Q^{-1} = Q^T$ , considere:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} i_{Sa}(t) \\ i_{Sb}(t) \\ i_{Sc}(t) \end{pmatrix} &= Q \begin{pmatrix} i_{S1}(t) \\ i_{S2}(t) \\ i_{S3}(t) \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} i_{Ra}(t) \\ i_{Rb}(t) \\ i_{Rc}(t) \end{pmatrix} = Q \begin{pmatrix} i_{R1}(t) \\ i_{R2}(t) \\ i_{R3}(t) \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \lambda_{Sa}(t) \\ \lambda_{Sb}(t) \\ \lambda_{Sc}(t) \end{pmatrix} &= Q \begin{pmatrix} \psi_{S1}(t) \\ \psi_{S2}(t) \\ \psi_{S3}(t) \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \lambda_{Ra}(t) \\ \lambda_{Rb}(t) \\ \lambda_{Rc}(t) \end{pmatrix} = Q \begin{pmatrix} \psi_{R1}(t) \\ \psi_{R2}(t) \\ \psi_{R3}(t) \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Se sabe que:

$$\begin{aligned} \lambda_{S0}(t) &= \frac{1}{\sqrt{3}}(\psi_{S1}(t) + \psi_{S2}(t) + \psi_{S3}(t)) = 0 \\ \lambda_{R0}(t) &= \frac{1}{\sqrt{3}}(\psi_{R1}(t) + \psi_{R2}(t) + \psi_{R3}(t)) = 0 \end{aligned}$$

Como las fases tienen una conexión estrella, entonces:

$$i_{S0}(t) = \frac{1}{\sqrt{3}}(i_{S1}(t) + i_{S2}(t) + i_{S3}(t)) = 0$$

$$i_{R0}(t) = \frac{1}{\sqrt{3}}(i_{R1}(t) + i_{R2}(t) + i_{R3}(t)) = 0$$

Aunado a esto, si se tiene una fuente balanceada, entonces:

$$u_{S0}(t) = \frac{1}{\sqrt{3}}(u_{S1}(t) + u_{S2}(t) + u_{S3}(t)) = 0$$

Es decir, cuando las fuentes de voltaje son equilibradas, todas las así llamadas cantidades de secuencia cero  $i_{S0}(t)$ ,  $i_{R0}(t)$ ,  $\lambda_{S0}(t)$ ,  $\lambda_{R0}$  y  $u_{S0}(t)$  son idénticamente cero bajo la transformación Q y el modelo trifásico original de fases 1, 2 y 3 se reduce ahora a un modelo bifásico equivalente con fases a y b. Esto no es sorprendente, ya que las condiciones de equilibrio implican que sólo hay dos variables independientes (por ejemplo, si  $u_{S1}(t)$  y  $u_{S2}(t)$  son dadas, entonces se puede determinar  $u_{S3}(t) = -(u_{S1}(t) + u_{S2}(t))$ ).

En el caso de que las fuentes de voltaje no estén balanceadas, los voltajes de fase a neutro de la máquina  $V_{A\hat{N}}$ ,  $V_{B\hat{N}}$  y  $V_{C\hat{N}}$  se transforman como:

$$\begin{pmatrix} u_{Sa}(t) \\ u_{Sb}(t) \\ u_{S0}(t) - \sqrt{3}v_{\hat{N}N} \end{pmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{pmatrix} 1 & -1/2 & -1/2 \\ 0 & \sqrt{3}/2 & -\sqrt{3}/2 \\ 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{S1}(t) - v_{\hat{N}N} \\ u_{S2}(t) - v_{\hat{N}N} \\ u_{S3}(t) - v_{\hat{N}N} \end{pmatrix}$$

Y las ecuaciones dinámicas para el flujo de estator A.16 se convierten en:

$$\begin{aligned} u_{Sa}(t) &= R_S i_{Sa} + \frac{d\lambda_{Sa}(t)}{dt} \\ u_{Sb}(t) &= R_S i_{Sb} + \frac{d\lambda_{Sb}(t)}{dt} \\ u_{S0}(t) - \sqrt{3}v_{\hat{N}N} &= R_S i_{S0} + \frac{d\lambda_{S0}(t)}{dt} \end{aligned} \tag{A.19}$$

Para encontrar las expresiones los flujos de enlace bifásico, recuerde que:

$$\begin{pmatrix} \psi_{S1}(t) \\ \psi_{S2}(t) \\ \psi_{S3}(t) \end{pmatrix} = C1 \begin{pmatrix} i_{S1}(t) \\ i_{S2}(t) \\ i_{S3}(t) \end{pmatrix} + C2(\theta_R) \begin{pmatrix} i_{R1}(t) \\ i_{R2}(t) \\ i_{R3}(t) \end{pmatrix}$$

Entonces:

$$\begin{pmatrix} \lambda_{Sa}(t) \\ \lambda_{Sb}(t) \\ \lambda_{S0}(t) \end{pmatrix} = QC_1 Q^{-1} \begin{pmatrix} i_{Sa}(t) \\ i_{Sb}(t) \\ i_{S0}(t) \end{pmatrix} + QC_2(\theta_R) Q^{-1} \begin{pmatrix} i_{Ra}(t) \\ i_{Rb}(t) \\ i_{R0}(t) \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} L_S & 0 & 0 \\ 0 & L_S & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{Sa}(t) \\ i_{Sb}(t) \\ i_{S0}(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} M \cos(\theta_R) & -M \sin(\theta_R) & 0 \\ M \sin(\theta_R) & M \cos(\theta_R) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{Ra}(t) \\ i_{Rb}(t) \\ i_{R0}(t) \end{pmatrix} \tag{A.20}$$

O bien:

$$\begin{aligned}
\lambda_{S_a}(t) &= L_S i_{S_a}(t) + M(i_{R_a}(t) \cos(\theta_R) - i_{R_b}(t) \sin(\theta_R)) \\
\lambda_{S_b}(t) &= L_S i_{S_b}(t) + M(i_{R_a}(t) \sin(\theta_R) + i_{R_b}(t) \cos(\theta_R)) \\
\lambda_{S_0} &= 0
\end{aligned} \tag{A.21}$$

Similarmente los flujos de enlace del rotor satisface el sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned}
0 &= R_R i_{R_1} + \frac{d\psi_{R_1}(t)}{dt} \\
0 &= R_R i_{R_2} + \frac{d\psi_{R_2}(t)}{dt} \\
0 &= R_R i_{R_3} + \frac{d\psi_{R_3}(t)}{dt}
\end{aligned}$$

De modo que al multiplicar este sistema de ecuaciones por Q resulta en:

$$\begin{aligned}
0 &= R_R i_{R_a} + \frac{d\lambda_{R_a}(t)}{dt} \\
0 &= R_R i_{R_b} + \frac{d\lambda_{R_b}(t)}{dt} \\
0 &= R_R i_{R_0} + \frac{d\lambda_{R_0}(t)}{dt}
\end{aligned} \tag{A.22}$$

Donde  $i_{R_0}$ ,  $\lambda_{R_0}(t) = 0$ , así también:

$$\begin{pmatrix} \psi_{R_1}(t) \\ \psi_{R_2}(t) \\ \psi_{R_3}(t) \end{pmatrix} = C_1 \begin{pmatrix} i_{R_1}(t) \\ i_{R_2}(t) \\ i_{R_3}(t) \end{pmatrix} + C_2(\theta_R) \begin{pmatrix} i_{S_1}(t) \\ i_{S_2}(t) \\ i_{S_3}(t) \end{pmatrix}$$

Y por consiguiente:

$$\begin{pmatrix} \lambda_{R_a}(t) \\ \lambda_{R_b}(t) \\ \lambda_{R_0}(t) \end{pmatrix} = Q C_1 Q^{-1} \begin{pmatrix} i_{R_a}(t) \\ i_{R_b}(t) \\ i_{R_0}(t) \end{pmatrix} + Q C_2(-\theta_R) Q^{-1} \begin{pmatrix} i_{S_a}(t) \\ i_{S_b}(t) \\ i_{S_0}(t) \end{pmatrix} = \tag{A.23}$$

$$\begin{pmatrix} L_R & 0 & 0 \\ 0 & L_R & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{R_a}(t) \\ i_{R_b}(t) \\ i_{R_0}(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} M \cos(\theta_R) & M \sin(\theta_R) & 0 \\ -M \sin(\theta_R) & M \cos(\theta_R) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{S_a}(t) \\ i_{S_b}(t) \\ i_{S_0}(t) \end{pmatrix}$$

O bien:

$$\begin{aligned}
\lambda_{R_a}(t) &= L_R i_{R_a}(t) + M(i_{S_a}(t) \cos(\theta_R) + i_{S_b}(t) \sin(\theta_R)) \\
\lambda_{R_b}(t) &= L_R i_{R_b}(t) + M(-i_{S_a}(t) \sin(\theta_R) + i_{S_b}(t) \cos(\theta_R)) \\
\lambda_{R_0}(t) &= 0
\end{aligned} \tag{A.24}$$

Reuniendo conjuntamente las ecuaciones A.19, A.21 y A.24, el modelo equivalente de dos fases para las corrientes del estator y del rotor de un motor trifásico

conectado en estrella es:

$$\begin{aligned}
u_{Sa} &= L_S \frac{d}{dt} i_{Sa} + M \frac{d}{dt} ((i_{Ra} \cos(\theta_R) - i_{Rb} \sin(\theta_R))) + R_S i_{Sa} \\
u_{Sb} &= L_S \frac{d}{dt} i_{Sb} + M \frac{d}{dt} ((i_{Ra} \sin(\theta_R) + i_{Rb} \cos(\theta_R))) + R_S i_{Sb} \\
u_{S0} &= \sqrt{3} v_{\hat{N}N} \\
0 &= L_R \frac{d}{dt} i_{Ra} + M \frac{d}{dt} (i_{Sa} \cos(\theta_R) + i_{Sb} \sin(\theta_R)) + R_R i_{Ra} \\
0 &= L_R \frac{d}{dt} i_{Rb} + M \frac{d}{dt} (-i_{Sa} \sin(\theta_R) + i_{Sb} \cos(\theta_R)) + R_R i_{Rb}
\end{aligned} \tag{A.25}$$

Donde  $i_{S0} = 0$ ,  $i_{R0} = 0$ . Lo siguiente es asumir que los voltajes están en equilibrio de modo que  $u_{S0} = \sqrt{3} v_{\hat{N}N} = 0$ . En este caso, existe una correspondencia uno a uno entre las variables bifásicas  $i_{Sa}$ ,  $i_{Sb}$ ,  $i_{Ra}$ ,  $i_{Rb}$ ,  $u_{Sa}$  y  $u_{Sb}$ , así como en las variables trifásicas  $i_{S1}$ ,  $i_{S2}$ ,  $i_{S3}$ ,  $i_{R1}$ ,  $i_{R2}$ ,  $i_{R3}$ ,  $u_{S1}$ ,  $u_{S2}$  y  $u_{S3}$ .

## Torque

Se mostró anteriormente que las corrientes del estator forman un campo magnético radial en el entrehierro. Ahora se calcula el par producido por este campo magnético sobre las corrientes de fase del rotor. Es importante recordar que el campo magnético del estator en términos de  $\beta = \theta - \theta_r$  en  $r = r_R$  viene dado por:

$$\begin{aligned}
\vec{B}_S(i_{s1}, i_{s2}, i_{s3}, r, \beta, \theta_R) &= k \frac{\mu_0 N_S r_R}{2g r_R} \times \\
&\left( i_{s1} \cos(\beta + \theta_R) + i_{s2} \cos(\beta + \theta_R - 2\pi/3) + i_{s3} \cos(\beta + \theta_R - 4\pi/3) \right) \hat{r}
\end{aligned}$$

El torque entonces es:

$$\begin{aligned}
\vec{\tau}_{R1} &= \int_{\beta=0}^{2\pi} (r_R \hat{r}) \times \left( i_{R1}(t) \frac{N_R}{2} \sin(\beta) d\beta (+\ell_1 \hat{z}) \times (B_{S|r=r_R} \hat{r}) \right) \\
&= \int_{\beta=0}^{2\pi} r_R i_{R1}(t) \frac{\ell_1 N_R}{2} \sin(\beta) \left( k \frac{\mu_0 N_S}{2g} \right) \left( i_{S1} \cos(\beta + \theta_R) \right. \\
&\quad \left. + (i_{S2} \cos(\beta + \theta_R - 2\pi/3) + i_{S3} \cos(\beta + \theta_R - 4\pi/3)) d\beta \right) \hat{z} \\
&= k \frac{r_R \ell_1 \mu_0 N_R N_S}{4g} i_{R1}(t) \left( i_{S1} (-\pi \sin(\theta_R)) + i_{S2} \pi \cos(\theta_R - \frac{\pi}{6}) \right. \\
&\quad \left. + i_{S3} (-\pi \cos(\theta_R + \frac{\pi}{6})) \right) \hat{z} \\
&= \frac{2}{3} M i_{R1}(t) \left( -i_{S1} \sin(\theta_R) + i_{S2} \cos(\theta_R - \frac{\pi}{6}) - i_{S3} \cos(\theta_R + \frac{\pi}{6}) \right) \hat{z}
\end{aligned} \tag{A.26}$$

Donde:

$$M = \frac{3 k \pi \mu_0 \ell_1 \ell_2 N_S N_R}{2 \cdot 8g}$$

El torque en la fase dos del rotor es:

$$\begin{aligned}
\vec{\tau}_{R2} &= \int_{\beta=0}^{2\pi} (r_R \hat{r}) \times \left( i_{R2}(t) \frac{N_R}{2} \sin(\beta - 2\pi/3) d\beta (+\ell_1 \hat{z}) \times (B_{S|r=r_R} \hat{r}) \right) \\
&= \int_{\beta=0}^{2\pi} r_R i_{R2}(t) \frac{\ell_1 N_R}{2} \sin(\beta - 2\pi/3) \left( k \frac{\mu_0 N_S}{2g} \right) \times \left( i_{S1} \cos(\beta + \theta_R) \right. \\
&\quad \left. + i_{S2} \cos(\beta + \theta_R - 2\pi/3) + i_{S3} \cos(\beta + \theta_R - 4\pi/3) \right) d\beta \hat{z} \\
&= k \frac{r_R \ell_1 \mu_0 N_R N_S}{4g} i_{R2}(t) \left( i_{S1} \left( -\pi \cos(\theta_R) + \frac{\pi}{6} \right) + i_{S2} \left( -\pi \sin(\theta_R) \right) \right. \\
&\quad \left. + i_{S3} \pi \sin(\theta_R + \frac{\pi}{3}) \right) \hat{z} \\
&= \frac{2}{3} M i_{R2}(t) \left( -i_{S1} \cos(\theta_R + \frac{\pi}{6}) - i_{S2} \sin(\theta_R) + i_{S3} \sin(\theta_R + \frac{\pi}{3}) \right) \hat{z}
\end{aligned} \tag{A.27}$$

Finalmente, el torque en la fase 3 se calcula como:

$$\begin{aligned}
\vec{\tau}_{R3} &= \int_{\beta=0}^{2\pi} (r_R \hat{r}) \times \left( i_{R3}(t) \frac{N_R}{2} \sin(\beta - 4\pi/3) d\beta (+\ell_1 \hat{z}) \times (B_{S|r=r_R} \hat{r}) \right) \\
&= \int_{\beta=0}^{2\pi} r_R i_{R3}(t) \frac{\ell_1 N_R}{2} \sin(\beta - 4\pi/3) \left( k \frac{\mu_0 N_S}{2g} \right) \times \left( i_{S1} \cos(\beta + \theta_R) \right. \\
&\quad \left. + i_{S2} \cos(\beta + \theta_R - 2\pi/3) + i_{S3} \cos(\beta + \theta_R - 4\pi/3) \right) d\beta \hat{z} \\
&= k \frac{r_R \ell_1 \mu_0 N_R N_S}{4g} i_{R3}(t) \left( i_{S1} \pi \cos(\theta_R - \frac{\pi}{6}) + i_{S2} \pi \sin(\theta_R - \frac{\pi}{3}) \right. \\
&\quad \left. + i_{S3} (-\pi \sin(\theta_R)) \right) \hat{z} \\
&= \frac{2}{3} M i_{R3}(t) \left( i_{S1} \cos(\theta_R - \frac{\pi}{6}) + i_{S2} \sin(\theta_R - \frac{\pi}{3}) - i_{S3} \sin(\theta_R) \right) \hat{z}
\end{aligned} \tag{A.28}$$

El torque total entonces es:

$$\begin{aligned}
\tau_R &= \tau_{R1} + \tau_{R2} + \tau_{R3} \\
&= \frac{2}{3} M \left( i_{R1}(t) \left( -i_{S1} \sin(\theta_R) + i_{S2} \cos(\theta_R - \frac{\pi}{6}) - i_{S3} \cos(\theta_R + \frac{\pi}{6}) \right) \right. \\
&\quad \left. + i_{R2}(t) \left( -i_{S1} \cos(\theta_R + \frac{\pi}{6}) - i_{S2} \sin(\theta_R) + i_{S3} \sin(\theta_R + \frac{\pi}{3}) \right) \right. \\
&\quad \left. + i_{R3}(t) \left( i_{S1} \cos(\theta_R - \frac{\pi}{6}) + i_{S2} \sin(\theta_R - \frac{\pi}{3}) - i_{S3} \sin(\theta_R) \right) \right)
\end{aligned} \tag{A.29}$$

Con  $i_{S0}(t) = 0$ ,  $i_{R0} = 0$ , se sustituye:

$$\begin{aligned}
\begin{pmatrix} i_{S1}(t) \\ i_{S2}(t) \\ i_{S3}(t) \end{pmatrix} &= Q^{-1} \begin{pmatrix} i_{Sa}(t) \\ i_{Sb}(t) \\ i_{S0}(t) \end{pmatrix} = \sqrt{\frac{3}{2}} \begin{pmatrix} 2/3 & 0 & \sqrt{2}/3 \\ -1/3 & 1/\sqrt{3} & \sqrt{2}/3 \\ -1/3 & -1/\sqrt{3} & \sqrt{2}/3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{Sa}(t) \\ i_{Sb}(t) \\ i_{S0}(t) \end{pmatrix} \\
\begin{pmatrix} i_{R1}(t) \\ i_{R2}(t) \\ i_{R3}(t) \end{pmatrix} &= Q^{-1} \begin{pmatrix} i_{Ra}(t) \\ i_{Rb}(t) \\ i_{R0}(t) \end{pmatrix} = \sqrt{\frac{3}{2}} \begin{pmatrix} 2/3 & 0 & \sqrt{2}/3 \\ -1/3 & 1/\sqrt{3} & \sqrt{2}/3 \\ -1/3 & -1/\sqrt{3} & \sqrt{2}/3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{Ra}(t) \\ i_{Rb}(t) \\ i_{R0}(t) \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

Dentro de A.29 y se obtiene:

$$\tau_R = M \left( -i_{Ra}(t)i_{Sa}(t) \sin(\theta_R) + i_{Ra}(t)i_{Sb}(t) \cos(\theta_R) - i_{Rb}(t)i_{Sa}(t) \cos(\theta_R) - i_{Rb}(t)i_{Sb}(t) \sin(\theta_R) \right) \quad (\text{A.30})$$

Con la sustitución de los enlaces de flujo de estator de dos fases (A.21) en (A.19) y los enlaces de flujo de rotor de dos fases (A.24) en (A.22) junto con la ecuación de par (A.30), se obtiene el siguiente modelo matemático equivalente de dos fases para el motor de inducción trifásico con conexión de estrella:

$$\begin{aligned} u_{Sa} &= L_S \frac{d}{dt} i_{Sa} + M \frac{d}{dt} ( +i_{Ra} \cos(\theta_R) - i_{Rb} \sin(\theta_R) ) + R_S i_{Sa} \\ u_{Sb} &= L_S \frac{d}{dt} i_{Sb} + M \frac{d}{dt} ( +i_{Ra} \sin(\theta_R) + i_{Rb} \cos(\theta_R) ) + R_S i_{Sb} \\ 0 &= L_R \frac{d}{dt} i_{Ra} + M \frac{d}{dt} ( +i_{Sa} \cos(\theta_R) + i_{Sb} \sin(\theta_R) ) + R_R i_{Ra} \\ 0 &= L_R \frac{d}{dt} i_{Rb} + M \frac{d}{dt} ( -i_{Sa} \sin(\theta_R) + i_{Sb} \cos(\theta_R) ) + R_R i_{Rb} \\ J \frac{d\omega_R}{dt} &= M \left( -i_{Ra}(t)i_{Sa}(t) \sin(\theta_R) + i_{Ra}(t)i_{Sb}(t) \cos(\theta_R) - i_{Rb}(t)i_{Sa}(t) \cos(\theta_R) - i_{Rb}(t)i_{Sb}(t) \sin(\theta_R) \right) - \tau_L \\ \frac{d\theta_R}{dt} &= \omega_R \end{aligned} \quad (\text{A.31})$$



# Apéndice B

## Transformada de Clarke y Park

Las transformadas de Clarke y Park son comúnmente empleadas en el control vectorial relacionado con motores síncronos de imanes permanentes y motores asíncronos. A continuación se explica estos conceptos.

### B.1. Transformación de Clarke

Esta transformación, también conocida como transformada alpha-beta ( $\alpha\beta$ ), convierte los sistemas trifásicos equilibrados en sistemas equilibrados en cuadratura de dos fases, véase B.1. Este sistema de referencia se define como:

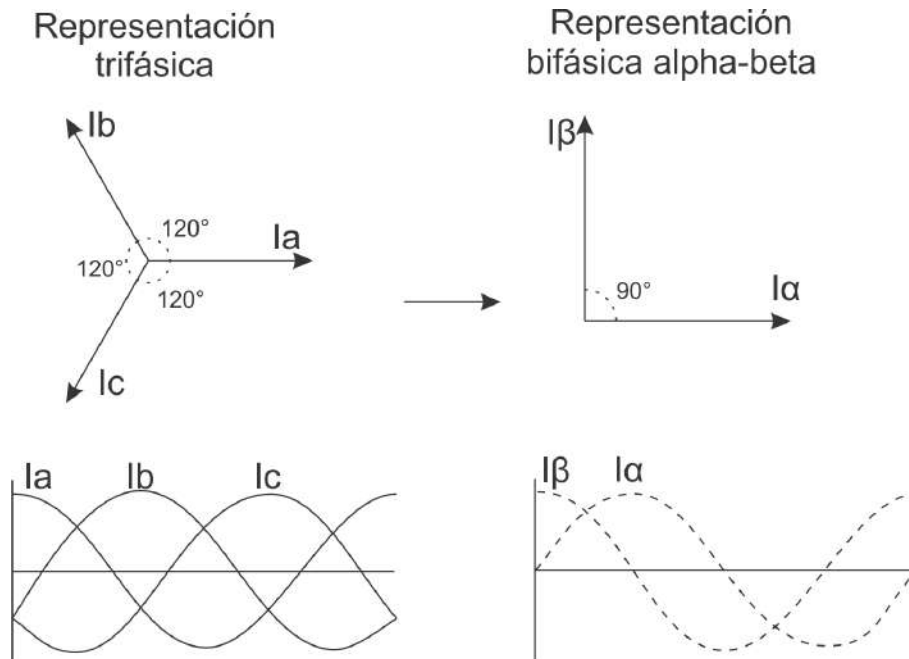


Figura B.1: Transformada de Clarke.

$$\begin{pmatrix} I_\alpha(t) \\ I_\beta(t) \\ I_\gamma(t) \end{pmatrix} = \frac{2}{3} \begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_a(t) \\ I_b(t) \\ I_c(t) \end{pmatrix} \quad (\text{B.1})$$

Donde  $I_a$ ,  $I_b$ ,  $I_c$  constituyen el sistema trifásico e  $I_\alpha$ ,  $I_\beta$  son el sistema de referencia estacionario ortogonal. Recordando que en un sistema trifásico balanceado se cumple

$$I_a + I_b + I_c = 0.$$

La transformada inversa  $\alpha$ - $\beta$  es:

$$\begin{pmatrix} I_a(t) \\ I_b(t) \\ I_c(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_\alpha \\ I_\beta \\ I_\gamma \end{pmatrix} \quad (\text{B.2})$$

## B.2. Transformación de Park

La transformada de Park también conocida como transformada  $dq$ . Permite, a partir de un sistema trifásico, obtener un sistema de referencia ortonormal giratorio. Lo cual nos brinda un sistema invariante en el tiempo, tal como lo muestra la Figura B.2.

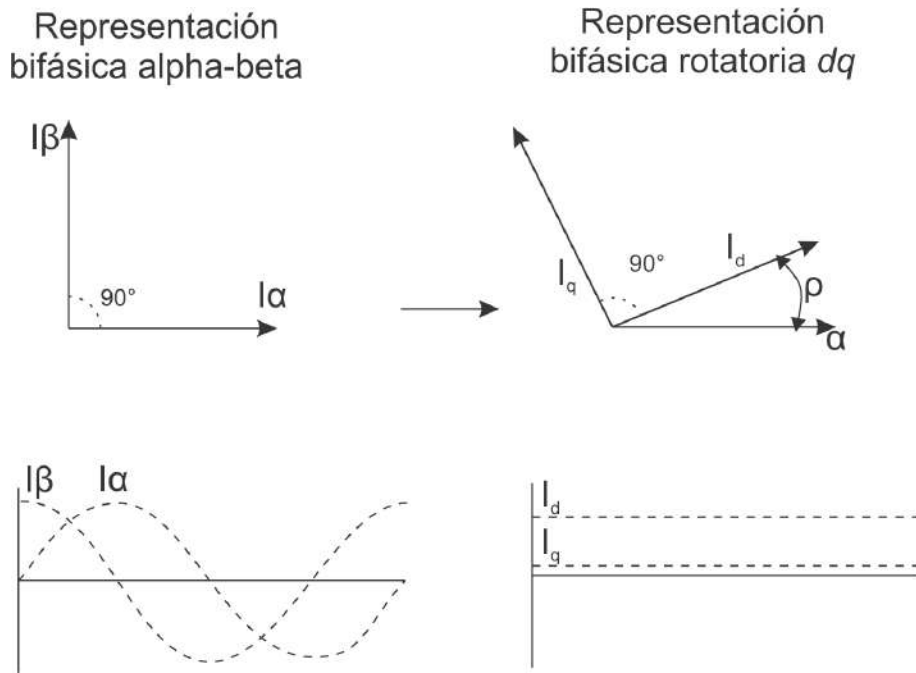


Figura B.2: Transformada de Park.

La ecuación de la proyección  $dq$  en función del eje de referencia  $\alpha - \beta$ , se expresa como:

$$\begin{pmatrix} I_d \\ I_q \\ I_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\rho) & \sin(\rho) & 0 \\ -\sin(\rho) & \cos(\rho) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_\alpha(t) \\ I_\beta(t) \\ I_\gamma(t) \end{pmatrix} \quad (\text{B.3})$$

La transformada inversa  $dq$  esta dada por:

$$\begin{pmatrix} I_\alpha \\ I_\beta \\ I_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\rho) & \sin(\rho) & 0 \\ -\sin(\rho) & \cos(\rho) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} I_d \\ I_q \\ I_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\rho) & -\sin(\rho) & 0 \\ \sin(\rho) & \cos(\rho) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_d \\ I_q \\ I_0 \end{pmatrix} \quad (\text{B.4})$$

Sustituyendo (B.1) en (B.3) obtenemos:

$$\begin{pmatrix} I_d \\ I_q \\ I_0 \end{pmatrix} = \frac{2}{3} \begin{pmatrix} \cos(\rho) & \cos(\rho - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\rho + \frac{2\pi}{3}) \\ -\sin(\rho) & -\sin(\rho - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\rho + \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{pmatrix} \quad (\text{B.5})$$

# Apéndice C

## Artículos generados por este trabajo de investigación

1. R. Lescas-Hernández, J. Linares-Flores, R. J. Márquez-Contreras, and A. Hernández-Méndez, “Angular Speed Control of an Induction Motor via Solar Powered Boost Converter-Voltage Source Inverter Combination”, *Publicación en proceso en, 10th International Conference on Sustainable Energy and Environmental Protection (SEEP2017)*, Junio 2017.
2. J. C. Martínez-Ramírez, R. Lescas-Hernández, J. Linares-Flores, C. García-Rodríguez, “Adaptive Nonlinear Zero-Dynamic Tracking Controller for the Three-Phase Squirrel-Cage Induction Motor Positioning System”, *en 13th International Conference on Power Electronics (CIEP)*, Junio 2016.

# Angular Speed Control of an Induction Motor via a Solar Powered Boost Converter-Voltage Source Inverter Combination

R. Lescas-Hernández, J. Linares-Flores, R. Márquez, and A. Hernández-Méndez

## Abstract

This paper presents a maximum power point tracking using a passivity based control for a three phase induction motor speed drive. The cascade arrangement of the DC-AC inverter and the DC-to-DC boost power converter are powered by a PV solar panel array. The input and output average power of boost converter is regulated by means of the MPPT controller. This MPPT controller is based on the exact static error dynamics passive output feedback (ESEDPOF) controller technique, and an algebraic estimator. To estimate the impedance that exists between the boost power converter and the DC-AC inverter, and like this, we adapt this estimated value to the desired references of the MPPT controller. On the other hand, the speed tracking controller of the induction motor is based on the current-command field-oriented control technique. Experiment results at low-speed, at load/ no-load conditions are presented to show the effectiveness and robustness of the two proposed control schemes.

# Adaptive Nonlinear Zero-Dynamic Tracking Controller for the Three-Phase Squirrel-Cage Induction Motor Positioning System

Julio Cesar Martínez-Ramírez,  
Rodrigo Lescas-Hernandez

Departamento de Posgrado,  
Universidad Tecnológica de la Mixteca,  
Oaxaca 69000, México

Emails: julio.cesar.martinez.ramirez.1@gmail.com  
rodrigolescas@hotmail.com

Jesús Linares-Flores, *Senior Member, IEEE*  
and Carlos García-Rodríguez, *Member, IEEE*

Instituto de Electrónica y Mecatrónica,  
Universidad Tecnológica de la Mixteca,  
Oaxaca 69000, México

Emails: jlinares@mixteco.utm.mx  
sofosmaster@mixteco.utm.mx

**Abstract**—This paper is concerned with the design and implementation of a position adaptive nonlinear zero-dynamic tracking controller (ANZTC) for a three phase squirrel-cage induction motor (IM). This controller is designed for a fifth-order model of an induction motor which includes both electrical and mechanical dynamics under the assumptions of linear magnet circuits, written in  $d-q$  coordinates. A linear extended state observer (LESO) is derived for the online estimation of the disturbances related to the internal parameters of the induction motor, such as mutual inductance, stator resistance, rotor resistance, stator inductance, rotor inductance, and flux linkage. The estimated value of LESO observer is adapted to controller in order to minimize the unknown disturbance effects present in the system. Experimental results of the proposed control are compare to a classical field oriented control at the same operation conditions. Both control techniques were implemented in a dSPACE®1104 equipment.

**Index Terms**—Adaptive nonlinear zero-dynamic tracking controller, Three-phase induction motor, Linear extended state observer, Field oriented control.

## I. INTRODUCTION

The induction motor is the most commonly used and it is considered to be the workhorse of industry. It is an alternating current motor, either three-phase or single phase. Industrial induction motors may run at constant speed or at variable speed through the use of a power electronic converter [1]. The applications who required a variable speed or position tracking has a fast expansion. That make investigation about induction motor more suitable for implementation in real industry [2]. There are several approaches to design a speed or position controllers that including magnetic saturation effects,

parameter uncertainties, and load torque variations, such as input-output linearization control [3], passivity-based control [4], variable structure control [5]-[6], and adaptive control [6]-[7].

The induction motor operation at low speed causes a reduction in air circulation in the stator windings, and this produces a heating in the mutual inductance, stator inductance, stator resistance, rotor inductance, and rotor resistance. Thus, all the internal parameters of induction motor change their value. The high-performance position tracking controllers for the induction motors have to take account all the time the internal parameters variations, in order to reduce the internal disturbances effects produced by the increase of temperature [3]-[7]. Therefore, we develop an adaptive nonlinear zero dynamic tracking controller based on a linear extended state observer (LESO), which estimates the internal parameters variations of motor, and reduces the effects causes by the internal and external disturbances present in the system. The main contributions of this paper are: 1) The design and implementation of a LESO observer to estimate and compensate the internal perturbations effects in the induction motor system, 2) the design and implementation of a robust angular position tracking control based on zero dynamics design method, and 3) the comparison between adaptive nonlinear zero-dynamic tracking controller and field oriented controller. This paper is organized as follows. Section II presents the mathematical model of the three-phase induction motor and the problem formulation. The classic field oriented controller (FOC) and the adaptive nonlinear zero-dynamic tracking controller are presented in the

section III. In Section IV, the experimental setup is explained, and the experimental results are shown, where the static and dynamic performance of the position tracking error of both controllers are compared. Finally, Section V presents the conclusions of all the work.

## II. INDUCTION MOTOR MODEL

This paper is referred to [9], [10] for the general theory of electric machines and induction motors, to [11] for related control problems. The symbols used, their meaning and their value are listed in the Appendix A. Consider the following nonlinear state-space model in the field-oriented coordinates system given by,

$$\begin{aligned}
\frac{d\theta}{dt} &= \omega \\
\frac{d\omega}{dt} &= \mu\psi_d i_q - \frac{B}{J}\omega - \frac{\tau_L}{J} \\
\frac{d\psi_d}{dt} &= -\eta\psi_d + \eta M i_d \\
\frac{di_d}{dt} &= -\gamma i_d + (\eta M / \sigma L_R L_S) \psi_d \\
&\quad + n_p \omega i_q + \eta M i_q^2 / \psi_d + u_d / \sigma L_S \\
\frac{di_q}{dt} &= -\gamma i_q - (M / \sigma L_R L_S) n_p \omega \psi_d \\
&\quad - n_p \omega i_d - \eta M i_q i_d / \psi_d + u_q / \sigma L_S \\
\frac{d\rho}{dt} &= n_p \omega + \eta M i_q / \psi_d
\end{aligned} \tag{1}$$

where the state vector is defined by  $x = (\theta, \omega, \psi_d, i_d, i_q, \rho)^T$  and  $(u_d, u_q)^T$  the voltage control inputs.

Let  $\sigma = 1 - M^2 / L_R L_S$ ,  $\alpha = R_R / L_R$ ,  $\beta = M / \sigma L_R L_S$ ,  $\mu = n_p M / J L_R$ ,  $\gamma = M^2 R_R / \sigma L_R^2 L_S + R_S / \sigma L_S$ , a parameterization of the induction motor model, where  $\sigma$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\mu$  are known parameters depending on the nominal value of electrical and mechanical parameters shown in the Appendix A. The dynamic model shown in (1) is used to develop a very effective method of control. In the sections below a classic method of current-command field-oriented control and the design of a ANZTC is shown.

## III. INDUCTION MOTOR CONTROL

### A. Field Oriented Control

A classical control technique for induction motors is by the field oriented control. Chiasson [12] shown that the effect of the nonlinear terms in (1) can be eliminated by forcing the system into *current-command* mode using high-gain feedback. That is, one applies the PI current loops

$$u_d = K_{dI} \int_0^t (i_{dr} - i_d) + K_{dP} (i_{dr} - i_d) \tag{2}$$

$$u_q = K_{qI} \int_0^t (i_{qr} - i_q) + K_{qP} (i_{qr} - i_q) \tag{3}$$

directly to (1) to force the currents to track their corresponding references  $i_{dr}$  and  $i_{qr}$ , respectively. The control of position is then done through the input  $i_{qr}$  chosen by

$$\begin{aligned}
i_{qr} &= \left( K_0 \int_0^t (\theta_{ref} - \theta) + K_1 (\theta_{ref} - \theta) \right. \\
&\quad \left. + K_2 (\omega_{ref} - \omega) + \dot{\omega}_{ref} + B / J \omega \right) / \mu \psi_0.
\end{aligned} \tag{4}$$

The flux linkage  $\psi_d$  is forced to a constant value  $\psi_{d0}$  by

$$i_{dr} = K_{\psi I} \int_0^t (\psi_{d0} - \psi_d) + K_{\psi P} (\psi_{d0} - \psi_d) \tag{5}$$

Equations (4) and (5) ensure that  $\theta \rightarrow \theta_{ref}$ ,  $\omega \rightarrow \omega_{ref}$ ,  $\psi_d \rightarrow \psi_{d0} = M i_{d0}$  (Appendix B) even with a constant load torque  $\tau_L$  acting on the motor.

### B. Nonlinear Zero-Dynamic Tracking Controller

Note that equation of (1), corresponding to the flux angle can be omitted from the original set of equations without altering the dynamics of the system, moreover its value has already been taken into account in the transformation from the  $\alpha - \beta$  stationary coordinate system to the  $d - q$  rotating coordinate system. Consequently, and omitting also the load torque for convenience, the model (1) can be written as

$$\dot{x} = f(x) + g_1(x)u_d + g_2(x)u_q \tag{6}$$

where

$$\begin{aligned}
f(x) &= \begin{bmatrix} \omega \\ \mu\psi_d i_q - \frac{B}{J}\omega \\ -\eta\psi_d + \eta M i_d \\ -\gamma i_d + \frac{\eta M}{\sigma L_R L_S} \psi_d + n_p \omega i_q + \frac{\eta M i_q^2}{\psi_d} \\ -\gamma i_q - \frac{M}{\sigma L_R L_S} n_p \omega \psi_d - n_p \omega i_d - \frac{\eta M i_q i_d}{\psi_d} \end{bmatrix} \\
g_1(x) &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{\sigma L_S} \\ 0 \end{bmatrix} \quad g_2(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{\sigma L_S} \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

The new state vector is  $x(t) = (\theta, \omega, \psi_d, i_d, i_q)^T$ . Selecting the currents  $i_d$  and  $i_q$  as system outputs

$$y_1(t) = h_1(x) = i_d \quad (7)$$

$$y_2(t) = h_2(x) = i_q, \quad (8)$$

these outputs are relative degree  ${}^\circ R = 1$  and the remaining dynamics  $\theta, \omega, \psi_d$  are guaranteed stable. As the relative degree ( ${}^\circ R = 2$ ) is less than the order ( $n=5$ ) of the system, so we can propose a nonlinear zero-dynamic tracking controller (NZTC) for the induction motor. Then, the reduced normal form (See [14]) for this system is

$$z_1 = L_f^0 h_1(x) = h_1(x) = i_d \quad (9)$$

$$z_2 = L_f^0 h_2(x) = h_2(x) = i_q \quad (10)$$

$$\dot{z}_1 = \underbrace{L_f h_1(x)}_{\alpha_1} + \underbrace{L_{g_1} L_f h_1(x)}_{\beta_1} u_d + \underbrace{L_{g_2} L_f h_1(x)}_{\beta_2} u_q \quad (11)$$

$$= \alpha_1 + \beta_1 u_d + \beta_2 u_q$$

$$\dot{z}_2 = \underbrace{L_f h_2(x)}_{\alpha_2} + \underbrace{L_{g_1} L_f h_2(x)}_{\beta_3} u_d + \underbrace{L_{g_2} L_f h_2(x)}_{\beta_4} u_q \quad (12)$$

$$= \alpha_2 + \beta_3 u_d + \beta_4 u_q$$

where  $\alpha_1, \alpha_2, \beta_n, n = 1 \dots 4$ , are calculated as

$$\alpha_1 = -\gamma i_d + \alpha \beta \psi_d + n_p \omega i_q + \alpha M i_q^2 / \psi_d \quad (13)$$

$$\alpha_2 = -\gamma i_q - \beta n_p \omega \psi_d - n_p \omega i_d - \alpha M i_q i_d / \psi_d \quad (14)$$

$$\beta_1 = \beta_4 = 1 / \sigma L_S \quad (15)$$

$$\beta_2 = \beta_3 = 0 \quad (16)$$

Therefore, the NZTC is defined as

$$u_{daux} = \dot{z}_1 + \alpha_1 + \beta_1 u_d \Leftrightarrow u_d = \frac{u_{daux} - \alpha_1}{\beta_1} \quad (17)$$

$$u_{qaux} = \dot{z}_2 + \alpha_2 + \beta_4 u_d \Leftrightarrow u_q = \frac{u_{qaux} - \alpha_2}{\beta_4} \quad (18)$$

where the variables  $u_{daux}, u_{qaux}$  are referred to equations (4) and (5) respectively.

### C. LESO for the unknown nonlinear internal parameters estimation

In this section, a LESO is proposed to estimate the internal uncertainties induction motor. The estimated value of the heating the rotor resistance and the possible saturation of the magnetic inductance link is considered to be time variang and unknow, but uniformly absolutely bounded so that existence of solutions for the estimation error dynamics are guaranteed to exist according to [13]. The corresponding LESO observer is obtained within a reduced order observer philosophy via the artificial

injection of exact differentials. Let  $\zeta_1 = \hat{\alpha}_1, \zeta_2 = \frac{d\hat{\alpha}_1}{dt}, \xi_1 = \hat{\alpha}_2$  and  $\xi_2 = \frac{d\hat{\alpha}_2}{dt}$  the observer state variables. The LESO estimates for internal uncertainties are, for  $\alpha_1$ ,

$$\frac{d\zeta_1}{dt} = \zeta_2 + \beta_1 u_d + \lambda_{1a}(i_d - \zeta_1) \quad (19)$$

$$\frac{d\zeta_2}{dt} = \lambda_{1b}(i_d - \zeta_1) \quad (20)$$

and for  $\alpha_2$ ,

$$\frac{d\xi_1}{dt} = \xi_2 + \beta_4 u_q + \lambda_{2a}(i_q - \xi_1) \quad (21)$$

$$\frac{d\xi_2}{dt} = \lambda_{2b}(i_q - \xi_1), \quad (22)$$

where  $\lambda_{1a}, \lambda_{1b}, \lambda_{2a}$  and  $\lambda_{2b}$  are gains tuned by a polynomial Hurwitz. Now the Adaptive Nonlinear Zero-Dynamic Tracking Controller (ANZTC) is redefined with the inclusion of observers LESO (20) and (22) the equations (17) and (18) respectively, as,

$$u_d = \frac{u_{daux} - \zeta_2}{\beta_1} \quad (23)$$

$$u_q = \frac{u_{qaux} - \xi_2}{\beta_4} \quad (24)$$

This estimator guarantees that the estimation errors are uniformly asymptotically converges to a small neighborhood of the origin of the phase space estimation error. This dynamic estimation error will remain bounded under parametric uncertainties in the induction motor.

## IV. EXPERIMENTAL RESULTS

The experimental results were preceded by computer simulations of the FOC and ANZTC position tracking controllers for the IM. There were using realistic MATLAB/Simulink-PSIM package [15]. The parameter values of the IM with AMK-DV4 series number (Baldor®Electric Company) used in the simulation environment and controller desing are shown in Table I (Appendix A). Moreover, in Figure 1, shows the block diagram of the plant, which is constituted by the following elements: 1) a three-phase IM with encoder device (EM1-Trasmisible Optical Encoder); 2) a prime mover/dynamometer (Model 8960-1X) which consists of a dynamometer (for applying a mechanical load to the IM) and a tachogenerator; 3) a three-phase diode bridge rectifier ( $3\phi - DBR$ ); 4) a 2.4 kW voltage source inverter (VSI); 5) two current sensors (BELL®NT-50) were added to the plataform for measuring the phase



currents  $i_a$  (CS1) and  $i_b$  (CS2); and 6) the PWM device (10kHz), flux linkage observer (see Appendix C), internal parameters LESO, bézier polynomial, reference trajectories,  $ab/\alpha\beta$ ,  $ab/dq$ , and  $dq/abc$  transformation blocks, and Adaptive Nonlinear Zero-Dynamic Tracking Controller are implemented into the DS1104 dSPACE controller card (see laboratory setup Fig. 2).

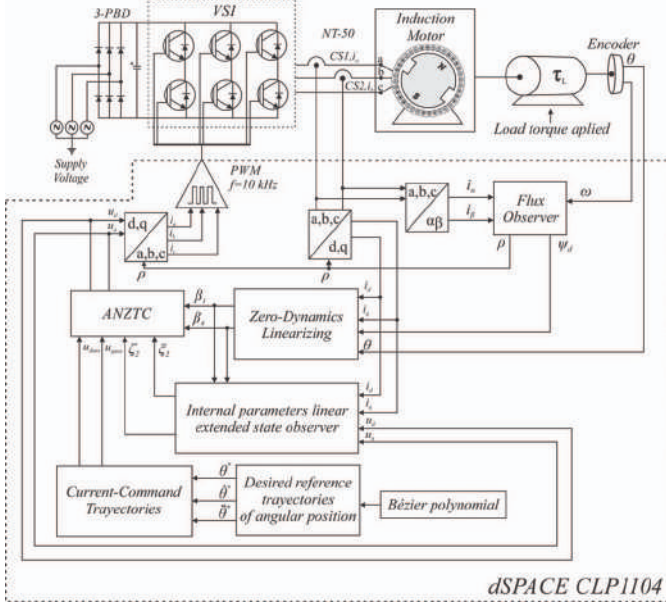


Fig. 1. Schematic of the experimental setup for the IM system and DS1104 dSPACE controller card in closed loop.

### A. Comparison Between Current-Command FOC and Adaptive Nonlinear Zero-Dynamic Tracking Controller

In this section, we compare the static and dynamic performance of the proposed controller [14] versus a classical field oriented control [12]. Fig. 3(a) shows the angular position response for a desired trajectory, specified via a suitable Bézier polynomial of order ten. The initial and final values of desired reference trajectory are defined as  $\theta_i^*(t = 1\text{seg}) = 0.1(\text{rad})$  and  $\theta_f^*(t = 5\text{seg}) = 4\pi(\text{rad})$ , where the desired reference trajectory  $\theta^*(t)$  was defined by the following function [8]:

$$\theta^*(t) = \begin{cases} \bar{\theta}_i^*, & \text{for } t < t_0 \\ \bar{\theta}_i^* + (\bar{\theta}_f^* - \bar{\theta}_i^*)\phi(t, t_0, T) & \text{for } t_0 \leq t \leq T \\ \bar{\theta}_f^*, & \text{for } t > T \end{cases} \quad (25)$$

where  $\phi(t, t_0, T)$  is a polynomial function of time, exhibiting a sufficient number of zero derivatives at times,  $t_0$  and  $T$ , while also satisfying:  $\phi(t, t_0, T) = 0$

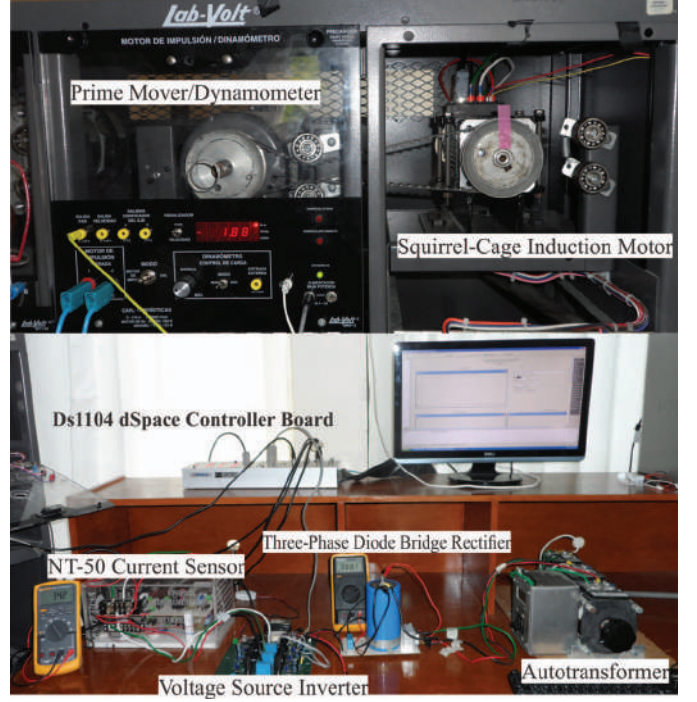


Fig. 2. Photograph of the laboratory setup of the test system with indicated devices.

and  $\phi(t, t_0, T) = 1$ . For instance, one such polynomial may be given by

$$\phi(t, t_0, T) = \nu^5[r_1 - r_2\nu + r_3\nu^2 - r_4\nu^3 + r_5\nu^4 - r_6\nu^5] \quad (26)$$

with  $\nu = \frac{t-t_0}{T-t_0}$  and  $r_1 = 252$ ,  $r_2 = 1050$ ,  $r_3 = 1800$ ,  $r_4 = 1575$  and  $r_6 = 126$ .

Both controllers show a good performance in the tracking position. This result is corroborated in Fig. 3b, where show the error dynamics of both controllers. In Fig.3(b) shows that in steady-state the performance of the controller ANZTC remains constant, while the FOC controller varies on an error value bounded. Under normal temperature conditions ( $30^\circ\text{C}$ ), both error dynamics remain bounded in very small values ( $\leq 5 \times 10^{-3}$ ), so it is not possible to establish a significant difference between the two performances in the tracking position.

On the other hand, when the IM remains in operation under constant position and low external ventilation it occurs a heating effect due to: 1) under low or zero speed, 2) high frequency in the PEC, and 3) load torque applied to IM; where they cause variations in the internal parameters of the motor. Experiments were performed at high temperature ( $\geq 30^\circ\text{C}$ ), to test the

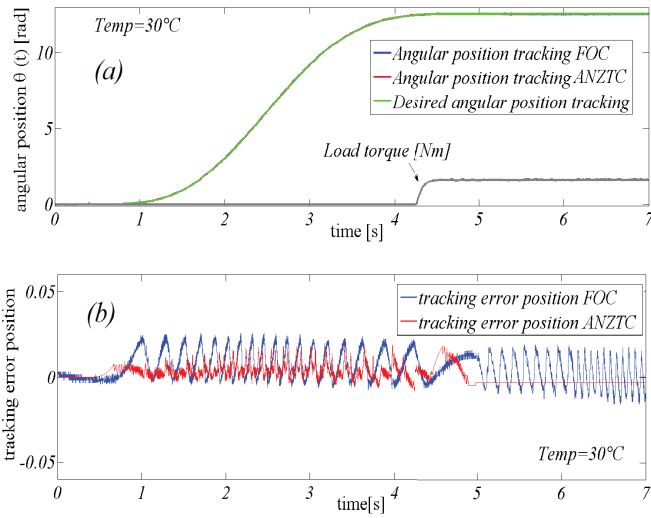


Fig. 3. Experimental results: (a) angular position response, desired reference (green line), zero-dynamic linearizing control response (red line) and field oriented control response (blue line); (b) dynamic error for a desired angular position trajectory tracking task with external load torque applied  $\tau_L \neq 0$ . Operating temperature 30°C.

performance of the motor in the tracking position, the results are shown in Fig. 4(a).

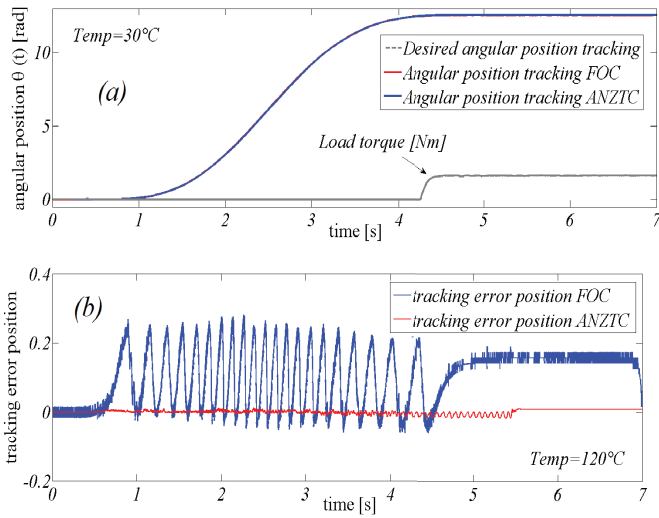


Fig. 4. Experimental results: (a) angular position response, desired reference (dashed line), zero-dynamic linearizing control response (blue line) and field oriented control response (red line); (b) dynamic error for a desired angular position trajectory tracking task with external load torque applied  $\tau_L \neq 0$ . Operating temperature 120°C.

In Fig. 4(a) shown angular position response for the same desired trajectory which in the case above. The

result of the tracking position is not well appreciated in the Fig. 4(a), however, the dynamics of the error in Fig. 4(b) shows an increase by ten in tracking error position of FOC controller ( $\geq 0.1$ ), while the ANZTC controller remains small error dynamics ( $\leq 5 \times 10^{-3}$ ). This is because the LESO estimator attenuates the parametric variations of induction motor associated with exogenous and endogenous unknown disturbances.

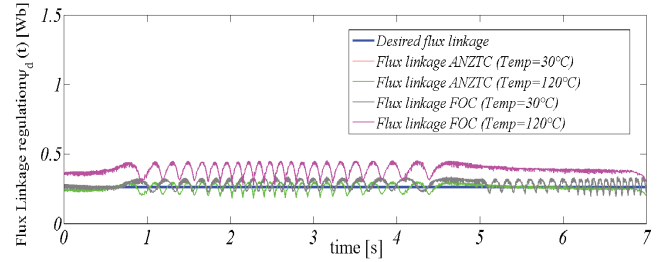


Fig. 5. Experimental results: flux linkage observer ANZTC response, temperature: 30°C (green line) and 120°C (red line); flux linkage observer FOC response, temperature: 30°C (gray line) and 120°C (pink line).

Heating reflects an imbalance in the motor parametric variables. Therefore, there is a significant error in the flux linkage observer (Fig. 5), which is necessary to perform  $d - q$  transformations on both controllers.

## V. CONCLUSION

The zero-dynamic design method allows the design of a robust tracking controller for the position regulation of the three-phase induction motor. Both control strategies (FOC and ANZTC) track the desired trajectory of angular velocity with a minimum error, when the induction motor is working at standard temperature. When the temperature rises up to 100°C into the stator windings, the position tracking error gets higher in the field oriented controller, while adaptive nonlinear zero-dynamic controller keeps a minimum error. The experimental results of control proposed show a high-performance in the tracking trajectory of angular position, when the motor is subjected to a nominal load torque, or a high temperature, which causes variations in the motor's parameters.

## APPENDIX A

TABLE I

ELECTRICAL AND MECHANICAL PARAMETERS OF THE INDUCTION MOTOR

Induction Motor Data (Baldor®AMK-DV4)		
$\theta$	Angular position	
$\omega$	Angular speed	
$\psi_d$	Flux linkage in a frame ( $d, q$ )	(0.26 Wb) rated
$i_d, i_q$	Currents in a frame ( $d, q$ )	
$u_d, u_q$	Voltage inputs in a frame ( $d, q$ )	
$R_S$	Stator resistance	2.25 $\Omega$
$R_R$	Rotor resistance	6.62 $\Omega$
$L_S$	Stator inductance	7.47 mH
$L_R$	Rotor inductance	7.47 mH
$M$	Mutual inductance	$24.4 \times 10^{-3}$ H
$n_p$	number of pole pairs	2
$J$	Rotor inertia	$0.9 \times 10^{-3}$ Kg $m^2$
$\tau_L$	Load torque	(1.5 Nm) rated
	PTC Thermistor (integrated in the motor)	5 – 155°C

## APPENDIX B MAXIMUM TORQUE

In steady state the currents in a two-phase motor are of the form  $i_{Sa} = I \cos(\omega st + \phi_S)$ ,  $i_{Sb} = I \cos(\omega st + \phi_S - \pi/2)$  so that  $i_{d0}^2 + i_{q0}^2 = i_{Sa}^2 + i_{Sb}^2 = I^2$ . Shown that the steady-state torque  $\tau = J\mu\psi_{d0}i_{q0} = J\mu\psi_{d0}i_{d0}i_{q0}$  subject to  $i_{d0}^2 + i_{q0}^2 \leq I_{max}^2$  is maximized by choosing  $i_{d0} = i_{q0} = I_{max}/\sqrt{2}$ . This is used only at lower speeds where the voltage constraint  $u_{Sa}^2 + u_{Sb}^2 \leq V_{max}$  will not be violated. (In this case,  $I_{max} = 2.3A$ , then one might choose  $i_{d0} = 1.5/\sqrt{2} = 1.06A$  so as to not operate at the current limit [12].)

## APPENDIX C FLUX LINKAGE OBSERVER

The flux linkage observer used is development on a dynamic model of induction motor in polar coordinates (See Chiasson [12]). The flux linkage observer is defined as,

$$\frac{d\hat{\rho}}{dt} = n_p\omega + \alpha M (-i_\alpha \sin(\hat{\rho}) + i_\beta \cos(\hat{\rho})) / \hat{\psi}_d \quad (27)$$

$$\frac{d\hat{\psi}_d}{dt} = -\alpha \hat{\psi}_d + \alpha M (i_\alpha \cos(\hat{\rho}) + i_\beta \sin(\hat{\rho}))$$

The usefulness of the representation (25) is that the variables  $\psi_d, i_d$ , and  $i_q$ , vary much slower than variables in coordinates  $\alpha - \beta$ . For example, if the motor is running at a constant speed, the variables  $\psi_d, i_d$ , and  $i_q$ , are constant no matter how high the speed.

## REFERENCES

- [1] S. A. Nasar and I. Boldea, *Electric Machines Steady-State Operation*, Lexington, Kentucky: CRC Taylor and Francis, 1990
- [2] I. Boldea and S. A. Nasar, *Electric Drives*, 2nd ed. Timisoara, Romania: CRC Taylor and Francis, 2014.
- [3] D. Dolinar, P. Ljusev, and G. Stumberger, "Inputoutput linearising tracking control of an induction motor including magnetic saturation effects, IEEE Proc.-Electr. Power Appl., Vol. 150, No. 6, November 2003.
- [4] Wen-Jieh Wang and Jenn-Yih Chen, "Passivity-based sliding mode position control for induction motor drives", in IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. 20, no. 2, pp. 316-321, June 2005.
- [5] O. Barambones, P. Alkorta, J. M. Gonzalez de Durana, and E. Kremers, "A Robust Position Control for Induction Motors using a Load Torque Observer", IEEE Proc. 20th Mediterranean Conference on Control & Automation, Barcelona, Spain, July 3-6, 2012.
- [6] P. Alkorta Eiguren and B. C. Oscar, "Robust position control of induction motor drives," Industrial Electronics (ISIE), 2010 IEEE International Symposium on, Bari, 2010, pp. 1468-1473.
- [7] R. Shahnaizi, H. Shanechi, and N. Pariz, "Position Control of Induction and DC Servomotors: A Novel Adaptive Fuzzy PI Sliding Mode Control", IEEE Transactions on energy conversion, vol. 23, no. 1, March 2008.
- [8] Biagiotti and C. Melchiorri, *Trajectory Planning for Automatic Machines and Robots*. Berlin, Germany: Springer-Verlag, 2008.
- [9] A. E. Fitzgerald, C. Kingsley, and S. D. Umans, *Electric Machinery*, New York: McGraw-Hill, 1983.
- [10] P. C. Krause, *Analysis of Electric Machinery*, New York: McGraw-Hill, 1986.
- [11] W. Leonhard, *Control of Electrical Drives*, Berlin: Springer-Verlag, 1985.
- [12] J. Chiasson, *Modeling and High-Performance Control of Electric Machines*, New York: Wiley-Interscience, 2005.
- [13] Y.E. Gliklikh, "Necessary and sufficient conditions for global -intime existence of solutions of ordinary, stochastic and parabolic differential equations," Abstr. Appl. Anal., vol. 2006, pp. 117, 2006.
- [14] Q.Lu, Y. Sun, and S. Mei, *Nonlinear Control Systems and Power System Dynamics*, Boston/Dordrecht/London: Kluwer Academic Publishers, 2001.
- [15] PSIM, *Users Guide Version 9.0 Release 3*, Powersim, May 2010 [Online]. Available: [https://www.myway.co.jp/products/psim/dlles/pdf/PSIM\\_User\\_Manual\\_V9.0.2.pdf](https://www.myway.co.jp/products/psim/dlles/pdf/PSIM_User_Manual_V9.0.2.pdf)

# Bibliografía

- [1] International Energy Agency. (dic. de 2015). “Statistics”, dirección: <http://www.iea.org/statistics/>.
- [2] Sistema de Información Energética. (oct. de 2015). “Generación bruta de energía por tecnología”, dirección: <https://goo.gl/RKTGJO>.
- [3] Cámara de Diputados del H. Congreso de la Unión de México, “*Ley para el aprovechamiento de energías renovables y el financiamiento de la transición energética*”, Diario Oficial de la Federación, nov. de 2008.
- [4] *NOM-016-ENER-2010*, Eficiencia energética de motores de corriente alterna, trifásicos, de inducción, tipo jaula de ardilla, en potencia nominal de 0,746 a 373 kW. Límites, método de prueba y mercado, Norma Oficial Mexicana, Secretaría de Energía de México.
- [5] *NOM-014-ENER-2004*, Eficiencia energética de motores de corriente alterna, monofásicos, de inducción, tipo jaula de ardilla, enfriados con aire, en potencia nominal de 0,180 a 1,500 kW. Límites, método de prueba y marcado, Norma Oficial Mexicana, Secretaría de Energía de México.
- [6] G. Bone y X. Chen, «Position control of hybrid pneumatic-electric actuators», *IEEE American Control Conference*, págs. 1793-1799, jun. de 2012.
- [7] K. Jezernik, «Speed sensorless torque control of induction motor for EV's», *Advanced Motion Control, 2002. 7th International Workshop*, págs. 236-241, nov. de 2002.
- [8] J. Chiasson, *Modeling and High Performance Control of Electric Machines*, ép. IEEE Press Series on Power Engineering. Wiley, 2005, ISBN: 9780471722342.
- [9] H. Wang, J. Su, C. Nayar y P. Zhang, «Adaptive maximum power point tracker in photovoltaic grid-connected system», en *The 2nd International Symposium on Power Electronics for Distributed Generation Systems*, jun. de 2010, págs. 374-377. DOI: 10.1109/PEDG.2010.5545740.
- [10] K. Ranjan y N. Kumar, «Modelling and simulation of perturb and observe algorithm on solar PV system using different converters in MATLAB/ SIMULINK», en *IEEE 1st International Conference on Power Electronics, Intelligent Control and Energy Systems (ICPEICES)*, jul. de 2016, págs. 1-6. DOI: 10.1109/ICPEICES.2016.7853373.
- [11] A. Trivedi, A. Gupta, R. K. Pachauri e Y. K. Chauhan, «Comparison of Perturb Observe and Ripple correlation control MPPT algorithms for PV array», en *IEEE 1st International Conference on Power Electronics, Intelligent Control and Energy Systems (ICPEICES)*, jul. de 2016, págs. 1-5. DOI: 10.1109/ICPEICES.2016.7853459.

- [12] Q. A. Sias e I. Robandi, «Recurrence Perturb and Observe algorithm for MPPT optimization under shaded condition», en *International Seminar on Intelligent Technology and Its Applications (ISITIA)*, jul. de 2016, págs. 533-538. DOI: 10.1109/ISITIA.2016.7828716.
- [13] M. W. Rahman, C. Bathina, V. Karthikeyan y R. Prasanth, «Comparative analysis of developed incremental conductance (IC) and perturb observe (P O) MPPT algorithm for photovoltaic applications», en *10th International Conference on Intelligent Systems and Control (ISCO)*, jun. de 2016, págs. 1-6. DOI: 10.1109/ISCO.2016.7726991.
- [14] F. Kazan, S. Karaki, R. A. Jabr y M. Mansour, «Maximum power point tracking using ripple correlation and incremental conductance», en *47th International Universities Power Engineering Conference (UPEC)*, sep. de 2012, págs. 1-6. DOI: 10.1109/UPEC.2012.6398604.
- [15] M. Abdelmoula, S. Moughamir y B. Robert, «Design and modeling of a stand-alone photovoltaic system», en *15th International Conference on Sciences and Techniques of Automatic Control and Computer Engineering (STA)*, dic. de 2014, págs. 825-834. DOI: 10.1109/STA.2014.7086746.
- [16] S. M. Chen, T. J. Liang y K. R. Hu, «Design, Analysis, and Implementation of Solar Power Optimizer for DC Distribution System», *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 28, n.º 4, págs. 1764-1772, abr. de 2013, ISSN: 0885-8993. DOI: 10.1109/TPEL.2012.2213270.
- [17] S. Sangeetha y J. Joseph, «Design and implementation of SEPIC converter based PV system using modified incremental conductance algorithm», en *2016 International Conference on Electrical, Electronics, and Optimization Techniques (ICEEOT)*, mar. de 2016, págs. 1262-1267. DOI: 10.1109/ICEEOT.2016.7754886.
- [18] Z. Ye y X. Wu, «Compensation Loop Design of a Photovoltaic System Based on Constant Voltage MPPT», en *2009 Asia-Pacific Power and Energy Engineering Conference*, mar. de 2009, págs. 1-4. DOI: 10.1109/APPEEC.2009.4918231.
- [19] Y. Xiong, S. Qian y J. Xu, «Research on Constant Voltage with Incremental Conductance MPPT Method», en *2012 Asia-Pacific Power and Energy Engineering Conference*, mar. de 2012, págs. 1-4. DOI: 10.1109/APPEEC.2012.6307155.
- [20] A. W. Leedy, L. Guo y K. A. Aganah, «A constant voltage MPPT method for a solar powered boost converter with DC motor load», en *2012 Proceedings of IEEE Southeastcon*, mar. de 2012, págs. 1-6. DOI: 10.1109/SECon.2012.6196885.
- [21] J. A. Santiago-Gonzalez, J. Cruz-Colon, R. Otero-De-Leon, V. Lopez-Santiago y E. I. Ortiz-Rivera, «Three phase induction motor drive using flyback converter and PWM inverter fed from a single photovoltaic panel», en *IEEE Power and Energy Society General Meeting*, jul. de 2011, págs. 1-6. DOI: 10.1109/PES.2011.6039808.

- [22] S. Pandey, B. Dwivedi y A. Tripathi, «Closed loop boost converter control of induction motor drive fed by solar cells», en *International Conference on Emerging Trends in Electrical Electronics Sustainable Energy Systems (ICETEESES)*, mar. de 2016, págs. 286-291. DOI: 10.1109/ICETEESES.2016.7581395.
- [23] R. K. Rao, P. Srinivas y S. Kranthikumar, «Simulation and analysis of electrical water pumping system using solar energy», en *International Conference on Smart Electric Grid (ISEG)*, sep. de 2014, págs. 1-6. DOI: 10.1109/ISEG.2014.7005605.
- [24] A. S. Abdel-Khalik, A. Elserougi, A. M. Massoud y S. Ahmed, «A cascaded boost inverter-based open-end winding three-phase induction motor drive for photovoltaic-powered pumping applications», en *4th International Conference on Electric Power and Energy Conversion Systems (EPECS)*, nov. de 2015, págs. 1-6. DOI: 10.1109/EPECS.2015.7368541.
- [25] J. Srikakolapu, B. Singh, T. Sharma y H. Ahmed, «Solar water pumping system employing induction drive with high level boost converter», en *IEEE Power India International Conference (PIICON)*, dic. de 2014, págs. 1-7. DOI: 10.1109/POWERI.2014.7117675.
- [26] A. Mathew y A. I. Selvakumar, «MPPT based stand-alone water pumping system», en *International Conference on Computer, Communication and Electrical Technology (ICCCET)*, mar. de 2011, págs. 455-460. DOI: 10.1109/ICCCET.2011.5762518.
- [27] J. Linares-Flores, J. Reger y H. Sira-Ramirez, «Load Torque Estimation and Passivity-Based Control of a Boost-Converter/DC-Motor Combination», *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 18, n.º 6, págs. 1398-1405, nov. de 2010, ISSN: 1063-6536. DOI: 10.1109/TCST.2009.2037809.
- [28] J. Linares, J. L. Barahona y C. A. Bautista, «Passivity-Based Controller and Online Algebraic Estimation of the Load Parameter of the DC-to-DC power converter Cuk Type», *IEEE Latin America Transactions*, vol. 9, n.º 1, págs. 784-791, mar. de 2011, ISSN: 1548-0992. DOI: 10.1109/TLA.2011.5876420.
- [29] P. J. Coldwell y L. B. Rodríguez, *Programa Nacional para el Aprovechamiento Sustentable de la Energía 2014-2018*, Secretaría de energía de México, 2014.
- [30] F. Torres y E. Gomez, *Energías renovables para el desarrollo sustentable en México*, Secretaría de energía de México, 2006.
- [31] G. M. Kessel, *Programa especial para el aprovechamiento del energías renovables*, Secretaría de energía de México, 2009.
- [32] R. Alexandri, R. J. Herrera, G. O. Ojeda y R. Beltrán, *Balance Nacional de Energía de México 2013*, Secretaria de energía de México, 2013.
- [33] I. Boldea y S. A. Nasar, *The induction machine handbook*. CRC press, 2010.
- [34] A. H. Donate, *Principios de electricidad y electrónica II*. Marcombo, 1999, vol. 1.
- [35] L. H. Carr, «Recent progress in induction-motor construction», *Journal of the Institution of Electrical Engineers*, vol. 78, n.º 472, págs. 383-391, 1936.
- [36] I. L. Kosow, *Máquinas eléctricas y transformadores*. Pearson Educación, 1993.



- [37] Learn Engineering. (oct. de 2015). “How does an Induction Motor Work?”, dirección: [goo.gl/QP41nf](https://goo.gl/QP41nf).
- [38] A. M. Trzynadlowski, *Control of induction motors*. Academic press, 2000.
- [39] F. Córcoles, J. Pedra, M. Salichs y L. Sainz, «Analysis of the induction machine parameter identification», *IEEE transactions on Energy conversion*, vol. 17, n.º 2, págs. 183-190, 2002.
- [40] H. A. A. Fattah, K. A. Loparo y H. M. Emara, «Induction motor control system performance under magnetic saturation», en *Proceedings of the 1999 American Control Conference (Cat. No. 99CH36251)*, vol. 3, 1999, 1668-1672 vol.3. DOI: 10.1109/ACC.1999.786114.
- [41] E. Franco, M. Amaya y J. Ramirez, «A new model for induction motor with induced saliencies», en *International Conference on Industrial Electronics and Control Applications*, 2005, págs. 6. DOI: 10.1109/ICIECA.2005.1644349.
- [42] P. Gilreath y B. N. Singh, «A New Centroid Based Fault Detection Method for 3-Phase Inverter-Fed Induction Motors», en *2005 IEEE 36th Power Electronics Specialists Conference*, jun. de 2005, págs. 2664-2669. DOI: 10.1109/PESC.2005.1582009.
- [43] M. Rodic, K. Jezernik y A. Sabanovic, «Speed sensorless sliding mode torque control of induction motor», en *Conference Record of the 2000 IEEE Industry Applications Conference. Thirty-Fifth IAS Annual Meeting and World Conference on Industrial Applications of Electrical Energy (Cat. No.00CH37129)*, vol. 3, 2000, 1820-1827 vol.3. DOI: 10.1109/IAS.2000.882127.
- [44] T. Ameid, A. Menacer, H. Talhaoui, I. Harzelli y A. Ammar, «Simulation and real-time implementation of sensorless field oriented control of induction motor at healthy state using rotor cage model and EKF», en *8th International Conference on Modelling, Identification and Control (ICMIC)*, nov. de 2016, págs. 695-700. DOI: 10.1109/ICMIC.2016.7804201.
- [45] J. C. Martínez, R. Lescas, J. Linares y C. García, «Adaptive nonlinear zero-dynamic tracking controller for the three-phase squirrel-cage induction motor positioning system», en *13th International Conference on Power Electronics (CIEP)*, jun. de 2016, págs. 1-6. DOI: 10.1109/CIEP.2016.7530721.
- [46] AMKASYN. (jun. de 2016). “AC-Servo- and Main Spindle Motors”, dirección: <https://goo.gl/TUoJD3>.
- [47] F. M. Gonzales, A. Ríos, A. Strauss y R. Terán, «Estimación Experimental de los Parámetros Eléctricos de una Máquina de Inducción Tipo Jaula de Ardilla», en *3er Congreso Iberoamericano de estudiantes de ingeniería eléctrica*, 2008.
- [48] S. S. Waters y R. D. Willoughby, «Modeling induction motors for system studies», *IEEE transactions on industry applications*, n.º 5, págs. 875-878, 1983.
- [49] J. Pedra, «On the determination of induction motor parameters from manufacturer data for electromagnetic transient programs», *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 23, n.º 4, págs. 1709-1718, 2008.
- [50] A. E. Fitzgerald, C. Kingsley, S. D. Umans y B. James, *Electric machinery*. McGraw-Hill New York, 2003, vol. 5.

- [51] Z. A. Smith y K. D. Taylor, *Renewable and alternative energy resources: a reference handbook*. ABC-CLIO, 2008.
- [52] D. Rekioua y E. Matagne, *Optimization of photovoltaic power systems: modeling, simulation and control*. Springer Science & Business Media, 2012.
- [53] L. Cerna, V. Benda y Z. Machacek, «A note on irradiance dependence of photovoltaic cell and module parameters», en *28th International Conference on Microelectronics (MIEL)*, IEEE, 2012, págs. 273-276.
- [54] R. Messenger y A. Abtahi, *Photovoltaic systems engineering*. CRC press, 2010.
- [55] J. Li y H. Wang, «Maximum power point tracking of photovoltaic generation based on the fuzzy control method», en *International Conference on Sustainable Power Generation and Supply*, IEEE, 2009, págs. 1-6.
- [56] P. Barrade, S. Delalay y A. Rufer, «Direct connection of supercapacitors to photovoltaic panels with on-off maximum power point tracking», *IEEE Transactions on Sustainable Energy*, vol. 3, n.º 2, págs. 283-294, 2012.
- [57] PSIM, *How to Use Solar Module Physical Model*, 3.ª ed., Powersim Inc, jul. de 2013.
- [58] S. Ang y A. Oliva, *Power-switching converters*. CRC press, 2005.
- [59] L. Castaner y S. Silvestre, *Modelling photovoltaic systems using PSpice*. John Wiley & Sons, 2002.
- [60] M. Rashid, *Alternative Energy in Power Electronics*. Elsevier Science, 2014, ISBN: 9780124095342.
- [61] M. H. Rashid, M. R. V. González, P. A. S. Fernández y V. González, *Electrónica de potencia: circuitos, dispositivos y aplicaciones*. Pearson Educación, 2004.
- [62] N. Mohan, T. M. Undeland y W. P. Robbins, *Power electronics: converters, applications, and design*. John Wiley & Sons, 2003.
- [63] T. White y J. Hinton, «Improved dynamic performance of the 3-phase induction motor using equivalent circuit parameter correction», en *International Conference on Control*, IET, vol. 2, 1994, págs. 1210-1214.
- [64] F. Blaschke, «The principle of field orientation as applied to the new transvektor closed-loop control system for rotating field machines», 1972.
- [65] M. Bodson, J. Chiasson y R. Novotnak, «High-performance induction motor control via input-output linearization», *IEEE control systems*, vol. 14, n.º 4, págs. 25-33, 1994.
- [66] H. S. Ramirez, R. A. P. Moreno, R. Ortega y M. E. Garcia, «Passivity-based controllers for the stabilization of DC-to-DC power converters», *Automatica*, vol. 33, n.º 4, págs. 499-513, 1997.
- [67] H. Sira-Ramírez y R. Silva-Ortigoza, *Control design techniques in power electronics devices*. Springer Science & Business Media, 2006.
- [68] R. Ortega, J. A. L. Perez, P. J. Nicklasson y H. S. Ramirez, *Passivity-based control of Euler-Lagrange systems: mechanical, electrical and electromechanical applications*. Springer Science & Business Media, 2013.



- [69] S. R. Sanders y G. C. Verghese, «Lyapunov-based control for switched power converters», *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 7, n.º 1, págs. 17-24, ene. de 1992, ISSN: 0885-8993. DOI: 10.1109/63.124573.
- [70] S. Diop y M. Fliess, «Nonlinear observability, identifiability, and persistent trajectories», en *Proceedings of the 30th IEEE Conference on Decision and Control*, dic. de 1991, 714-719 vol.1. DOI: 10.1109/CDC.1991.261405.
- [71] A. Hernández, «Control robusto para un convertidor Boost mediante linealización exacta y estimadores algebraicos», Tesis de mtría., Universidad Tecnológica de la mixteca, Huajuapán de león, Oaxaca, dic. de 2013.
- [72] C. E. Noriega, «Control de seguimiento de velocidad basado en pasividad de un motor síncrono de imanes permanentes sin sensor de posición», Tesis de mtría., Huajuapán de León, Oaxaca, ago. de 2015.
- [73] G. Harper, *Curso de transformadores y motores de inducción*. Limusa, 2000, ISBN: 9789681859930.