



UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE LA MIXTECA  
DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO

Controladores lineales adaptativos de velocidad para el  
convertidor ca-cd-motor cd y convertidor buck-motor cd

TESIS

PARA OBTENER EL GRADO DE  
DOCTOR EN ELECTRÓNICA Y COMPUTACIÓN

PRESENTA

M. E. C. Edgardo Yescas Mendoza

DIRECTOR DE TESIS  
Dr. Jesús Linares Flores

Huajuapán de León, Oaxaca, 28 de Noviembre de 2014



**Tesis presentada el 28 de Noviembre de 2014 ante los sinodales:**

*Universidad Tecnológica de la Mixteca*

Dr. Carlos García Rodríguez

Dr. Marco Antonio Contreras Ordaz

*Benemérita Universidad Autónoma de Puebla*

Dr. Germán Ardul Muñoz Hernández

Dr. José Fermi Guerrero Castellanos

Dr. Gerardo Mino Aguilar

*CINVESTAV*

Dr. Hebertt Sira Ramírez

**Director de tesis:**

Dr. Jesús Linares Flores



*Dedicado con todo mi cariño y esfuerzo  
a toda mi Familia.*



# Resumen

En este trabajo, se desarrolló el modelado, análisis, diseño e implementación de controladores de velocidad angular para motores cd de imán permanente, accionados mediante convertidores tipo ca-cd y cd-cd. Para el primer sistema, se diseñó un convertidor ca-cd tipo boost/motor cd, donde la velocidad angular del motor es regulada mediante un controlador por retroalimentación de la salida pasiva, mientras que el parámetro de par de carga aplicado al eje del motor se estima vía un observador de orden reducido y un estimador algebraico en línea, el valor obtenido a través de éstos se adapta a las variables de referencia del controlador, con la finalidad de disminuir los efectos producidos por el par de carga aplicado al eje considerado constante, y por otro lado, pre-compensar el factor de potencia en la alimentación principal del sistema, evitando de esta manera el uso de fuentes cd para este tipo de motores. Aunado a lo anterior, se presenta el desarrollo del análisis del desempeño del sistema, cuando las estimaciones son adaptadas a las referencias del controlador, mencionando las ventajas y desventajas que presentan ambas técnicas de estimación.

En el segundo sistema, se diseñó un convertidor cd-cd tipo Buck/motor cd, donde la velocidad angular es regulada a través de un controlador de arranque suave, basado en la técnica Backstepping, el cual adapta el parámetro de par de carga estimado dentro de sus variables de referencia, con la finalidad de eliminar los efectos que produce el par de carga aplicado al eje; además de esto, el controlador evita tener transitorios abruptos en el circuito de armadura del motor durante el arranque, mediante la planeación de la trayectoria de referencia de velocidad angular, construida a través de un polinomio Bézier de alto orden. Mientras que la estimación del par de carga se realiza mediante un observador de orden reducido basado en la técnica PIG, la cual consiste de la copia del sistema (dinámica del motor) más extensiones dinámicas del error de estimación, lo que permiten tener una mejor aproximación del valor del parámetro de par de carga desconocido.



## Abstract

In this work, was developed the modeling, analysis, design and implementation of angular velocity drivers for a dc magnet permanent motor, powered through converters ac-dc and dc-dc. For the first system, it was designed a ac-dc type boost/motor-dc converter, where the motor angular velocity is regulated by an passive output feedback driver, meanwhile the load torque parameter applied to the motor axis is estimated by an observer of order reduced and an algebraic estimator online, the value obtained through these are adapted to the controller references variables, in order to decrease the effects produced for the load torque applied to the axe considered constant and on the other hand, pre-compensate the power factor in the principal system alimentation, in this way avoid the use direct of dc sources for this type of motor. Additionally, it is presented the analysis development for the system performance, when the estimations are adapted to the controller references, mentioning the advantages and disadvantages of both estimation techniques.

In the second system, it was designed a converter dc-dc buck/motor-dc, where the angular velocity is regulated through a smooth boot driver, based in the Backstepping technique, which adapts the load torque estimated within the variables reference of the controller; also, the controller prevents to have abrupt transients in the motor armature circuit during the startup, through trajectory planning of the angular velocity reference, built through a polynomial Bezier of high order. Meanwhile the estimation of the load torque is realized by an order reduced observer based in the PIG technique, which consists in the system copy (motor dynamics), plus extensions dynamic of the error estimation, this allow to have a better approximation of the parameter value of the unknown load torque.



# Índice general

<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Estado del arte	2
1.1.1. Regulación de velocidad angular con convertidores ca-cd	2
1.1.2. Regulación de velocidad angular con convertidores cd-cd	7
1.1.2.1. Control Backstepping en la regulación de velocidad de motores de cd	7
1.1.3. Estimación de parámetros y estados	9
1.1.3.1. Observador PIG	10
1.1.3.2. Estimador algebraico	12
1.1.3.3. Observador de orden reducido	13
1.2. Planteamiento del problema	15
1.3. Hipótesis	15
1.4. Objetivos de la investigación	16
1.4.1. Objetivo general	16
1.4.2. Objetivos específicos	16
1.4.2.1. Objetivos específicos para el sistema convertidor ca-cd	16
1.4.2.2. Objetivos específicos para el sistema convertidor cd-cd	16
1.5. Justificación de la Tesis Doctoral	16
1.6. Contribuciones	18
1.6.1. Contribuciones del sistema convertidor ca-cd	18
1.6.2. Contribuciones del sistema convertidor cd-cd	18
1.7. Alcances y límites de la tesis	19
1.7.1. Alcances y límites para el sistema convertidor ca-cd	19
1.7.2. Alcances y límites para el sistema convertidor cd-cd	19
1.8. Organización de la tesis	20
<b>2. Marco teórico</b>	<b>21</b>
2.1. Planitud Diferencial	21
2.1.1. Sistemas representados con función de transferencia	21
2.1.2. Sistemas representados en el espacio de estados	22
2.1.3. Usos de la Parametrización Diferencial	22
2.1.4. Sistemas diferencialmente planos	23
2.2. Estabilidad de Laypunov	24
2.2.1. Definiciones	24
2.2.2. Funciones definidas positivas	25
2.2.2.1. Teoremas de estabilidad	26

2.3.	Backstepping . . . . .	27
2.4.	Pasividad . . . . .	29
2.5.	Observadores de estado . . . . .	33
2.5.1.	Estimador algebraico . . . . .	33
2.5.1.1.	Método algebraico en el dominio de la frecuencia . . . . .	33
2.5.2.	Observador proporcional de orden reducido . . . . .	34
2.5.2.1.	Planteamiento del problema . . . . .	34
2.5.2.2.	Síntesis del observador . . . . .	35
2.5.2.3.	Metodología propuesta para el observador proporcional de orden reducido . . . . .	36
2.5.3.	Observador PIG . . . . .	36
<b>3.</b>	<b>Modelos promedio de los convertidores ca-cd y cd-cd</b>	<b>41</b>
3.1.	Modelo promedio del convertidor ca-cd/motor cd . . . . .	41
3.1.1.	Condiciones de solución . . . . .	42
3.2.	Modelo promedio del convertidor Buck-motor cd . . . . .	44
<b>4.</b>	<b>Diseño de los controladores</b>	<b>47</b>
4.1.	Control robusto por retroalimentación de la salida pasiva del error para el sistema convertidor ca-cd/motor cd vía estimadores de par . . . . .	47
4.1.1.	Formulación del problema . . . . .	47
4.1.2.	Suposiciones . . . . .	47
4.1.3.	Diseño del controlador . . . . .	48
4.1.4.	Generación de las señales de referencia deseadas . . . . .	50
4.2.	Controlador backstepping para el sistema convertidor cd-cd/motor cd . . . . .	51
4.2.1.	Formulación del problema . . . . .	51
4.2.2.	Suposiciones . . . . .	52
4.2.3.	Diseño del controlador . . . . .	52
4.2.4.	Análisis de estabilidad en lazo cerrado . . . . .	60
4.2.5.	Trayectorias de referencia . . . . .	61
4.2.6.	Prueba de estabilidad en lazo cerrado controlador-observador . . . . .	63
4.2.6.1.	Principio de separación . . . . .	63
4.2.6.2.	Análisis de estabilidad . . . . .	64
<b>5.</b>	<b>Diseño de observadores para el par de carga</b>	<b>67</b>
5.1.	Diseño del estimador algebraico . . . . .	67
5.2.	Diseño del observador proporcional de orden reducido . . . . .	69
5.3.	Diseño del observador PIG . . . . .	70
<b>6.</b>	<b>Plataformas experimentales y resultados experimentales</b>	<b>73</b>
6.1.	Justificación de las plataformas experimentales de los convertidores . . . . .	73
6.2.	Diseño y construcción de la plataforma experimental del convertidor ca-cd . . . . .	74
6.2.1.	Plataforma experimental del convertidor ca-cd/motor cd . . . . .	74
6.2.2.	Convertidor ca-cd tipo boost . . . . .	75
6.2.3.	Modulador de ancho de pulso (PWM) . . . . .	75
6.2.3.1.	Modulador de ancho de pulso (PWM) clásico y circuito PWM . . . . .	75
6.2.3.2.	Circuito PWM para el convertidor ca-cd . . . . .	76

---

6.2.4.	Generador de tiempo muerto . . . . .	77
6.2.5.	Etapas de potencia del convertidor ca-cd . . . . .	77
6.2.6.	Sensores eléctricos . . . . .	77
6.2.6.1.	Medición de la corriente del inductor . . . . .	79
6.2.6.2.	Medición de la corriente de armadura . . . . .	79
6.2.6.3.	Medición del voltaje de armadura . . . . .	79
6.2.7.	Motor de cd de imán permanente . . . . .	79
6.2.8.	Fase de programación para el sistema convertidor ca-cd . . . . .	80
6.2.8.1.	Diseño del estimador algebraico y el observador de orden reducido . . . . .	80
6.3.	Pruebas experimentales y análisis de los resultados del convertidor ca-cd/motor . . . . .	82
6.4.	Diseño y construcción de la plataforma experimental del convertidor cd-cd . . . . .	85
6.4.1.	Plataforma experimental del convertidor cd-cd/motor cd . . . . .	85
6.4.2.	Convertidor cd-cd tipo buck . . . . .	86
6.4.2.1.	Diseño del inductor del convertidor Buck . . . . .	86
6.4.2.2.	Filtro de salida del convertidor buck . . . . .	88
6.4.3.	Modulador de ancho de pulso (PWM) . . . . .	89
6.4.3.1.	Circuito PWM para el convertidor cd-cd . . . . .	89
6.4.4.	Sensores eléctricos . . . . .	89
6.4.4.1.	Sensores de corriente . . . . .	89
6.4.4.2.	Sensor de voltaje de cd . . . . .	89
6.4.4.3.	Sensor de velocidad angular . . . . .	92
6.4.5.	Motor de cd de imán permanente (90 V) . . . . .	92
6.4.6.	Dinamómetro . . . . .	92
6.4.7.	Fase de programación para el sistema convertidor cd-cd . . . . .	93
6.4.7.1.	Diseño del controlador backstepping, observador PIG y trayectoria de seguimiento de velocidad angular . . . . .	93
6.5.	Pruebas experimentales y análisis de los resultados del convertidor cd-cd/motor . . . . .	94
<b>7.</b>	<b>Conclusiones y trabajo futuro</b>	<b>99</b>
<b>A.</b>	<b>Artículos publicados</b>	<b>103</b>
	<b>Referencias bibliográficas</b>	<b>133</b>



# Índice de figuras

2.1. Punto de equilibrio estable. . . . .	25
2.2. Red pasiva básica. . . . .	30
2.3. Red pasiva con un elemento de circuito pasivo. . . . .	31
3.1. Sistema convertidor rectificador ca-cd-motor de cd, tipo boost. . . . .	41
3.2. Sistema convertidor buck-motor de cd. . . . .	44
6.1. Circuito PWM y circuito generador de tiempo muerto. . . . .	77
6.2. Etapa de potencia del sistema convertidor boost ca-cd. . . . .	78
6.3. Circuito para la medición de la corriente del inductor. . . . .	78
6.4. Plataforma experimental del sistema convertidor boost ca-cd y la tarjeta de adquisición de datos en lazo cerrado. . . . .	80
6.5. Estimadores de par de carga para el sistema convertidor ca-cd; (a) Estimador algebraico; (b) Observador de orden reducido. . . . .	81
6.6. Resultado experimental. Respuesta en lazo cerrado del estimador algebraico y el observador de orden reducido, para la estimación del par de carga. . . . .	82
6.7. Resultado experimental. Respuesta de la velocidad angular para una tarea de regulación de velocidad angular constante con par de carga variante en el tiempo. . . . .	83
6.8. Resultado experimental: corriente de entrada, corriente de armadura, voltaje de salida (V) y entrada de control $u_{av}$ , para una tarea de regulación de velocidad angular constante deseada con par de carga variante en el tiempo. . . . .	84
6.9. FP, DAT (THD) de corriente y DFP de la fuente de ca, sobre cambios repentinos de la carga en el eje del motor. . . . .	85
6.10. Diagrama a bloques de la plataforma experimental para el convertidor Buck-motor de cd y el sistema de adquisición de datos en lazo cerrado. . . . .	86
6.11. Convertidor cd-cd; a) Circuito eléctrico del sistema en forma promedio, b) análisis en cd del circuito eléctrico ( $\omega = 0$ rad/s). . . . .	87
6.12. Circuito electrónico modulador PWM. . . . .	90
6.13. Circuito electrónico del convertidor buck y sensores de corriente NT-15. . . . .	91
6.14. Programa en Matlab/Simulink del controlador backstepping para el sistema convertidor buck/motor cd. . . . .	94
6.15. Resultado experimental: Respuesta de la velocidad angular ( $\omega$ ) para la tarea de seguimiento de trayectoria ( $x_s$ ) con par de carga variante con el tiempo, y estimación de la velocidad angular ( $\hat{\omega}$ ). . . . .	95
6.16. Resultado experimental: Respuesta en lazo cerrado del observador GPI para la estimación del par de carga ( $\tau_L$ ) variante con el tiempo. . . . .	95

---

6.17. Resultado experimental: Entrada de control ( $u_{av}$ ) para una tarea de seguimiento con par de carga variante con el tiempo. . . . .	96
6.18. Resultado experimental: Errores de estimación de velocidad angular y par de carga, para una tarea de seguimiento con par de carga variante con el tiempo. . . . .	97
6.19. Resultado experimental: Voltaje de salida ( $V$ ) para una tarea de seguimiento con par de carga variante con el tiempo. . . . .	97
6.20. Resultado experimental: Corriente de entrada ( $i$ ) y corriente de armadura ( $i_a$ ) para una tarea de seguimiento con par de carga variante con el tiempo. . . . .	98

# Índice de tablas

1.1. Límites para armónicos de corriente del estándar IEC61000-3-2, clase A y D. . . . .	4
5.1. Especificaciones del sistema rectificador convertidor-motor de cd y del estimador de par de carga. . . . .	69
6.1. Parámetros del convertidor boost. . . . .	75
6.2. Características del motor de cd de imán permanente. . . . .	79
6.3. Parámetros del convertidor buck. . . . .	87
6.4. Características del motor de cd de imán permanente. . . . .	92
6.5. Características del dinamómetro. . . . .	93



# Capítulo 1

## Introducción

El mundo que conocemos hoy en día está en constante movimiento, en la industria millones de robots funcionan diariamente para eximir al hombre de labores repetitivas, poco gratificantes e incluso peligrosas. En los automóviles, la simple pulsación de un botón permite abrir y cerrar las cerraduras o simplemente subir las ventanillas con comodidad. En nuestra propia casa, cada vez más electrodomésticos se mueven para hacernos la vida más fácil (lavadoras, batidoras, equipos de música, etc.). En todos los ejemplos mencionados, los elementos que permiten generar el movimiento a partir de la red eléctrica son los motores eléctricos, que de acuerdo a su principio de funcionamiento se pueden clasificar en cuatro grupos: motores síncronos, motores asíncronos o de inducción, motores de corriente directa (cd), y motores de colector [1].

De todos estos tipos de motores, el que tradicionalmente ha sido más utilizado para funcionar en régimen de velocidad variable es el motor de cd, ya que sus características permiten variar su velocidad de una forma relativamente sencilla manteniendo su desempeño satisfactorio. Hoy en día, los avances en electrónica de potencia y microelectrónica permiten a los motores síncronos y asíncronos competir en el campo de la variación de velocidad con los motores de cd. Los motores de cd son utilizados extensamente en impulsores de velocidad variable y sistemas de control de posición donde son requeridos una buena respuesta dinámica y un alto desempeño en estado estable. Algunos ejemplos son impulsores (*drivers*) para robótica, impresoras, máquinas-herramientas, proceso de laminado, de papel e industrias textiles, entre otras [2].

La extensa proliferación de la electrónica de potencia y los circuitos de control en sistemas de control de motores; en las últimas tres décadas han llevado a una situación donde los impulsores de motor, los cuales convierten cerca de dos tercios de la corriente eléctrica del mundo en potencia mecánica, están en el umbral de procesar toda esta potencia mediante la electrónica de potencia, vía convertidores de potencia.

Actualmente, una infinidad de aplicaciones industriales se sustentan en los convertidores de potencia, por ejemplo: control de calor y luminiscencia [3], procesos electroquímicos y electromecánicos [4], filtros activos [5], generadores estáticos de potencia reactiva [6] y control de máquinas [7], fuentes de alimentación ininterrumpidas, impulsores para el control de velocidad de motores de cd también conocidos como propulsores [8], sistemas de iluminación que usan balastos electrónicos, etc. (véase [9]-[10]). La mayoría de estos equipos se alimentan de convertidores de cd a cd (cd-cd) o convertidores de corriente alterna a corriente directa (ca-cd), también conocidos como rectificadores controlados.

Particularmente en los propulsores de cd; los voltajes de los motores de cd se varían mediante convertidores ca-cd o convertidores cd-cd. Los propulsores alimentados por convertidores ca-cd

se usan en aplicaciones de regulación de velocidad, mientras que los propulsores alimentados por convertidor cd-cd son más adecuados para aplicaciones de tracción [8]. Aunado a esto, el estudio de convertidores de potencia usados como impulsores de motor, es uno de los campos de investigación de intensa actividad. Esta es una de las razones por lo que en este trabajo de tesis se aborda el estudio de los convertidores ca-cd y cd-cd para el control de velocidad angular en los motores de cd.

Algunas de las investigaciones en convertidores, particularmente del tipo ca-cd están relacionadas con la calidad de la energía eléctrica, tema que recientemente ha recibido gran atención; el cual aborda el problema de tener distorsiones o variaciones en las señales de voltaje y corriente, asociadas con los dispositivos en los circuitos de los impulsores de motor debidas a la acción de la rectificación. En términos generales, lo que se busca es eliminar o al menos disminuir dichas variaciones, en especial aquellas que induzcan a un mal funcionamiento del sistema. En este sentido, entre menos contaminadas sean las señales, mejor será la calidad de energía eléctrica.

Por otro lado, existen recientes investigaciones que trabajan en la combinación de convertidores de potencia cd-cd usados como impulsores de motor [11], abordando el tema de regulación de velocidad y arranque suave de motores de cd (seguimiento de trayectorias de referencia). Los convertidores aplican el voltaje de alimentación requerido al motor de cd de acuerdo a la tarea demandada [8], por ejemplo por el perfil de velocidad angular deseada o la trayectoria de referencia de posición angular. Normalmente los controladores propuestos son creados con condiciones muy limitadas, es decir; rampas y valores constantes actuando como trayectorias de referencia para la especificación de un perfil de velocidad angular deseada. Esta política normalmente resulta en comportamientos transitorios desfavorables e impulsos como funciones para la salida del controlador, con la consecuencia de que la parte mecánica tiende a absorber discontinuidades indeseadas [12]. El problema de planear trayectorias convenientes es relevante no solo para el uso apropiado de las máquinas eléctricas, sino también con el fin de evitar efectos indeseados tales como vibraciones, incluso daños sobre la estructura mecánica [13].

En este trabajo, se presentan dos controladores adaptativos para los siguientes sistemas: rectificador ca-cd monofásico motor de cd y convertidor cd-cd buck/motor. Las funciones del primer sistema son: regular la velocidad de un motor de cd con presencia de carga y pre compensar el factor de potencia (FP) a la entrada del convertidor. Mientras que para el segundo, las funciones son arrancar al motor suavemente y regular su velocidad con presencia de carga.

En ambos sistemas de control, se propone el diseño de estimadores de par de carga; con la finalidad de disminuir los efectos que se producen con ésta perturbación, particularmente para el convertidor ca-cd/motor se diseña un observador de orden reducido y un estimador algebraico, en el convertidor cd-cd/motor se utiliza un observador Proporcional Integral Generalizado (PIG). Por tanto, las referencias de ambos sistemas de control incluyen el valor estimado del par de carga.

## 1.1. Estado del arte

### 1.1.1. Regulación de velocidad angular con convertidores ca-cd

En los últimos años, el incremento en el uso de equipo electrónico como computadoras, televisiones, refrigeradores, sistemas de aire acondicionado y otros dispositivos electrodomésticos, ha originado un deterioro de la calidad de energía eléctrica debido a la naturaleza de sus fuentes de alimentación.

Algunas de las razones principales de este deterioro son por un lado; el creciente número de

cargas no lineales que actualmente están conectadas a las redes o circuitos eléctricos y, por otro lado, el incremento en los puntos de interconexión de diferentes circuitos (sub-redes). Como consecuencia, cualquier contaminación que presente alguna de las cargas, invariablemente se verá reflejada en las señales de alimentación de todos los demás elementos conectados a la misma red eléctrica.

Lo anterior ha despertado una mayor atención; centrada en el control de armónicos de corriente [14]. Originando un desarrollo muy importante en los llamados correctores de FP, conocidos también como pre compensadores del factor de potencia (PFP). En los últimos años, los investigadores han desarrollado técnicas de control activo para obtener limitación en la distorsión armónica total (DAT) de la corriente de entrada, y un FP cercano a la unidad para varios convertidores de potencia.

Los PFP son una clase importante de convertidores de conmutación de ca-cd. Su función principal es lograr un FP cercano a la unidad drenando una corriente sinusoidal que está en fase con el voltaje de la fuente, así elimina la potencia reactiva y la interferencia de armónicos con otros equipos operando desde la misma fuente de alimentación [15]. Estos circuitos utilizan transistores de potencia trabajando a frecuencias de conmutación altas; para mejorar la calidad de forma de onda de la corriente de entrada, incrementando el FP. Los rectificadores con FP alto pueden ser clasificados en topologías regenerativas y no regenerativas.

El desarrollo de tecnologías para la corrección del FP fue realizado por la necesidad de cumplir con los límites de armónicos de corriente, definidos en el estándar IEC 61000-3-2 y otros estándares; con objeto de mejorar la calidad de la energía de la red eléctrica, al realizar la conexión de computadoras, las telecomunicaciones, la iluminación y otros dispositivos electrónicos [16].

Los estándares de armónicos desarrollados por el Instituto de Ingeniería Eléctrica y Electrónica (IEEE) y la Comisión Internacional Electrotécnica (IEC), están siendo aplicados en muchas partes del mundo incluyendo Europa. Estos estándares internacionales pueden ser agrupados en tres diferentes categorías:

- Límites del sistema cliente
  - IEEE 519-1992
  - IEEE 1000-3-2 (niveles de compatibilidad)
  - IEC 1000-3-6
- Límites del equipo
  - IEC 1000-3-2
  - IEC 1000-3-4
- Límites para emisiones de armónicos de corriente
  - IEC 1000-4-7 (Inmunidad o susceptibilidad)
  - IEC 61000-3-2 (Interferencia electromagnética (EMI))

Particularmente, el estándar IEC 61000-3-2 fue publicado como IEC 555-2:1982 y aplicado solo a electrodomésticos. El estándar establece los límites para emisiones de armónicos de corriente de hasta 16 A por fase, para equipos que consumen corrientes no sinusoidales de la red principal. El estándar define cuatro clases diferentes: A, B, C y D.

Armónico	Clase A (Amperes)	Clase D (mA/W)
3	2.3	3.4
5	1.44	1.9
7	0.77	1.0
9	0.4	0.5
11	0.33	0.35
13	0.21	3.85/13
$15 \leq n \leq 39$	$0.15 \times 15/n$	$3.85/n$

Tabla 1.1. Límites para armónicos de corriente del estándar IEC61000-3-2, clase A y D.

En la clase A, se contempla equipo operado por impulsores de motores con *control por ángulo de fase*, algunos electrodomésticos y virtualmente todo el equipo trifásico ( $\leq 16$  A). El límite está definido solamente para equipo monofásico a 230 V y trifásicos a 230/400 V. La clase B incluye toda la herramienta portátil, y como estos son usados por períodos muy cortos, el límite es menos restringible. La clase C incluye todos los productos de iluminación, incluyendo dimmers. La clase D contiene todo los tipos de equipo que consumen menos de 600 W y son considerados los que tienen el mayor impacto sobre la red de energía eléctrica. En la Tabla 1.1, se presenta en particular los límites para la clase A y D.

Aunque éste estándar solo se refiere a sistemas monofásicos y trifásicos de 230 V y (230/400) V, respectivamente, los problemas que exigían la formación de esta norma también son frecuentes en sistemas monofásicos de 120 V. A pesar de que esta norma no se refiere directamente a estos sistemas, los límites para armónicos de corriente serían superiores a los límites establecidos para el sistema de 230 V. El tercer armónico es superior en un factor de escala de 1.76 aproximadamente [16].

Por otro lado, a pesar de que en la gran mayoría de los casos las cargas que inducen a un decremento en la calidad de la energía eléctrica; son dispositivos que basan su estructura en convertidores de potencia, las mejores soluciones que se han planteado a la fecha, de manera paradójica están basadas también en esta clase de circuitos electrónicos [17]. En términos generales existen dos grandes aproximaciones para este fin, el tratar de *cancelar los efectos no deseados en una señal*, y el de *generar* a partir de señales de cd, una señal de ca libre de distorsiones. En el primer caso, una de las soluciones más utilizadas la establecen los filtros activos [14], [18], cuyo fin principal es el de reconocer las señales contaminantes (armónicos de voltaje o corriente) para inyectar otras que cancelen su efecto, mientras que en el segundo caso los dispositivos que han mostrado una gran utilidad son las fuentes ininterrumpibles (Uninterruptible Power Supplies, UPS), cuya función principal es la de generar (a partir de una fuente de cd) una señal de ca de amplitud y frecuencia constante [19].

De manera evidente, en la propuesta de soluciones para mejorar la calidad de la energía eléctrica utilizando convertidores de potencia se pueden reconocer dos grandes problemas:

1. El diseño electrónico, es decir, la concepción de la topología del circuito a utilizar ya sea para inyectar señales correctivas al sistema o para generar señales libres de distorsión, y
2. El diseño de leyes de control, para definir el comportamiento de conmutación de los dispositivos semiconductores con el fin de mejorar la eficiencia de estos dispositivos en el sentido de obtener una operación que posea una buena respuesta dinámica (alto desempeño) utilizando una estructura de bajo costo y de fácil implementación y sintonización.

El problema fundamental para poder aportar nuevas soluciones al control de convertidores de

potencia es que, desde un punto de vista de sistemas dinámicos, las características que presentan hacen de ellos sistemas complejos, apareciendo en primer plano el hecho de que su operación define un comportamiento conmutado, es decir, con discontinuidades. Más aún, si se considera que en la mayoría de los casos no se conoce la carga conectada a ellos, entonces se puede considerar que existe también incertidumbre tanto paramétrica como estructural. Estas características establecen la motivación del trabajo de tesis que se presenta, es decir, el objetivo del trabajo propuesto es el diseñar esquemas de control que mejoren las prestaciones para una clase de convertidores de potencia.

Respecto al primer problema (diseño electrónico), actualmente se tiene un dominio del tema. De manera general, es posible identificar como característica fundamental; el hecho de que los convertidores toman energía de una fuente y la entregan con formas de onda de diferente amplitud, frecuencia o fase. Debido a la gran atención que ha recibido el estudio de estas estructuras desde el punto de vista del diseño electrónico, la literatura disponible respecto a este tema es muy amplia, sin embargo, existen publicaciones como las de B. K. Bose [20], en donde se describe de manera detallada el funcionamiento de estos circuitos. Dado que la propuesta de tesis que se presenta; se enfoca en el segundo de los problemas planteados, es decir; en el diseño de una ley de control, el tópico de diseño electrónico para inyección de señales no será abordado.

En cuanto al segundo problema, algunas de las propuestas para la mejora del PFP que han sido reportadas son:

En una investigación realizada en [21], los autores proponen reducir los armónicos mediante filtrado pasivo para puentes rectificadores de onda completa, con el objetivo de cumplir con los límites establecidos en IEC 61000-3-2. En el campo de los rectificadores de ca controlados, algunas contribuciones son: Un enfoque de control por modos deslizantes para el rectificador del FP del tipo boost se ha tratado en el trabajo de Silva [22]. Un esquema de control denominado *modulado por anchura de pulso tridimensional*; para la versión de cuatro conductores del rectificador trifásico, es el tema del trabajo en Wong *et al* [23]. Un enfoque geométrico que explota las posibilidades de linealización de la entrada-salida en un rectificador trifásico, es tratado en el trabajo de Lee [24]. Las características de la linealización de rectificadores trifásicos fueron establecidas y explotadas en Lee *et al* [25].

En otra publicación proponen una técnica de inyección del tercer armónico de corriente, para la corrección del FP, empleando un pre-compensador pasivo. Sin embargo, esta técnica presenta el inconveniente de que el tamaño de los componentes (bobinas y capacitores) pasivos es demasiado grande, y por otro lado eleva el costo del sistema completo [26]. Además el sistema no contempla robustez ante perturbaciones o cambios en la carga, como sucede también en el trabajo de Gert y Frede [27].

Inicialmente, para los convertidores de potencia ca-cd usados como reguladores de voltaje para cargas resistivas; los objetivos de control son dos [28]. El primero, elevar y regular el voltaje de salida deseado. Para el segundo, la corriente de entrada debe seguir una señal de referencia sinusoidal que estará en fase con el voltaje de entrada; es decir, la corriente de línea de entrada deberá estar en fase con el voltaje de entrada. El primer objetivo presenta la característica de rectificación deseada del convertidor; mientras que el segundo objetivo constituye una característica de operación deseable otorgando una mejora del FP del sistema. Un requerimiento adicional es la robustez contra variaciones de los parámetros del sistema y en particular de la carga, la cual usualmente es desconocida. Sin embargo, existe una reciente variación del primer objetivo, la cual surge con la necesidad de impulsar motores de cd, en lugar de alimentar una carga resistiva, en este se debe mantener la velocidad angular, y también presentar robustez ante variaciones de los parámetros,

como puede ser el par de carga aplicado al eje del motor. Siendo ahora éste un reto mayor al considerar no sólo la dinámica del convertidor, sino también la del motor de cd.

Dado que la amplitud de la corriente de entrada determina explícitamente el voltaje de cd, se pueden satisfacer ambos objetivos en un lazo de control de corriente, el cual típicamente compromete un controlador por modos deslizantes o histéresis, ver [29] capítulo 18 para una descripción general y para un ejemplo del diseño.

Un trabajo interesante sobre el diseño del controlador para un convertidor ca-cd tipo boost como regulador lineal es presentado por Sira y Ortigoza [28]. Algunos resultados provienen y son en gran parte motivados por el trabajo de Escobar *et al* [30], donde se describe un control adaptativo, el cual es también usado para el control de un rectificador de FP unitario del tipo Boost con cargas desconocidas.

Pruebas experimentales y comparaciones en varios esquemas de control adaptables basados en pasividad están reportadas en el trabajo de Astolfi, Karagiannis, Mendes y Ortega en [31], en el cual presentan una comparativa experimental de varios controladores para una clase de convertidores de potencia de ca-cd, aplicados a la PFP con carga resistiva. Su objetivo de control es regular con robustez la salida del voltaje a un nivel deseado constante; con la presencia de variaciones en la carga mientras mantienen un FP cercano a la unidad en la entrada del convertidor. Un esquema de adaptación se plantea para tratar la incertidumbre en el parámetro resistivo de carga ( $R$ ) y la resistencia parásita ( $r$ ) a la entrada del convertidor. Los resultados experimentales muestran la respuesta del sistema con un cambio súbito del voltaje de referencia. Las señales de voltaje y corriente de ca, siguen a las referencias deseadas, mientras que la estimación de  $r$  y  $R$  permanecen cerca de los valores correctos. Finalmente, presentan una gráfica de comparación de los armónicos de corriente de entrada contra el estándar EN61000-3-2, y se muestra una reducción considerable de armónicos conseguida por el PFP.

Un trabajo de investigación presentado por El-Kholy en [32], reporta los resultados experimentales de un puente rectificador de diodos y un convertidor boost, conectados a un suministro de ca. El control es de tipo predictivo. la velocidad angular del motor de cd es medida a través de un *encoder* diferencial, se evalúa el desempeño del convertidor, sin embargo no se presentan resultados experimentales con cambios en el par de carga.

Por otro lado, una técnica de control que ha demostrado ser útil para resolver diferentes problemas relacionados con sistemas (no lineales) con estructura física, es la que actualmente se conoce como Control Basado en Pasividad (CBP), la cual fundamenta su teoría en las propiedades de disipación de energía de los sistemas dinámicos. Su aplicación ha permitido abordar aplicaciones que incluyen sistemas mecánicos, eléctricos, electromecánicos, neumáticos [33]. En cuanto a los convertidores de potencia, se han abordado aplicaciones relacionadas con convertidores cd-cd, rectificadores e inversores.

En contraste con los trabajos de investigación presentados en los párrafos anteriores, en una primera parte (de dos) del presente trabajo se propone el diseño de una ley de control por retroalimentación de la salida pasiva; para el caso del rectificador monofásico totalmente controlado tipo boost utilizado como impulsor del motor de cd de imanes permanentes, además de adaptar el parámetro de par de carga constante dentro de las variables de referencia del controlador, la estimación se realiza con un observador de orden reducido y un estimador algebraico. La segunda parte del trabajo se describe en la siguiente subsección.

### 1.1.2. Regulación de velocidad angular con convertidores cd-cd

Debido a su capacidad de proporcionar un voltaje de cd variable en forma continua, los rectificadores controlados y los convertidores de potencia cd-cd revolucionaron el moderno equipo de control industrial; entre ellos, los propulsores de velocidad variable. Sus potencias van desde fracciones de Watt hasta varios Megawatt. En general, los rectificadores controlados se usan para controlar la velocidad angular de motores de cd de alta potencia.

La función de un convertidor de potencia es adaptar la naturaleza de la fuente de energía eléctrica disponible (red eléctrica, banco de baterías, etc.) a las necesidades del motor, de acuerdo con las prestaciones que se desean obtener. Las estructuras básicas que se utilizan son dos [1], [2]:

- Rectificadores con tiristores, también conocidos como rectificadores semi-controlados; en los cuales la fuente de suministro es la red de distribución eléctrica. Se utiliza un puente basado en tiristor, como el dispositivo más utilizado para controlar la velocidad de motores de cd; trabajando con frecuencias de conmutación bajas [34]. Sin embargo, este tiene la desventaja de tener un FP de entrada bajo y la generación de armónicos de bajo orden [32].

- Choppers o troceadores, son convertidores electrónicos de potencia de frecuencias altas con conmutación forzada. Compuesto por un puente basado en diodos y uno o más dispositivos conmutables (IGBT, MOSFET); tiene la ventaja de tener un FP de entrada alto en comparación con el puente de tiristores. Sin embargo, la fuente de alimentación se distorsiona debido a los armónicos de bajo orden [32]. Las fuentes de cd que energizan a los choppers se alimentan de baterías, paneles solares o fuentes de ca, (con diodos rectificadores y filtros a la salida). Frecuentemente estos son utilizados en sistemas de transporte eléctrico urbano o para propulsores eléctricos de cd de baja potencia. Un chopper de cd puede proveer frenado regenerativo de los motores y retornar energía a la fuente de alimentación [2], produciendo un ahorro de energía y una flexibilidad operacional importante.

En aplicaciones de gran potencia y prestaciones dinámicas reducidas, se utilizan generalmente rectificadores controlados, mientras que para potencias medianas y bajas se recurre a los choppers. Por otra parte, los impulsores de cd medianos y grandes son excitados desde fuentes de ca por medio de rectificadores completos. Sin embargo, los impulsores industriales pequeños frecuentemente se alimentan de fuentes de voltaje de cd constantes o fijas, a través de convertidores de potencia cd-cd [35].

Los rectificadores controlados (convertidores ca-cd) proporcionan un voltaje de cd de salida variable; a partir de un voltaje de ca fijo, mientras que un convertidor cd-cd puede proporcionar un voltaje variable de cd a partir de un voltaje de cd fijo.

#### 1.1.2.1. Control Backstepping en la regulación de velocidad de motores de cd

El método de Lyapunov, originalmente utilizado como herramienta de análisis de sistemas lineales y no lineales, es además una herramienta útil en el diseño de controladores por retroalimentación. Existen muchos métodos basados en la idea de diseñar el control de forma que, la derivada de una función de Lyapunov tenga ciertas propiedades que garanticen la estabilidad del error de seguimiento del sistema en lazo cerrado, con respecto a un punto o un conjunto de puntos de equilibrio, entre ellos esta, el método de rediseño Lyapunov por amortiguamiento no lineal (nonlinear damping) y la técnica Backstepping. Otras técnicas basadas en Lyapunov pueden ser consultadas en Khalil [36], que generalizan la idea de amortiguamiento no lineal y el control adaptable.

El método de rediseño Lyapunov por amortiguamiento no lineal [36], utiliza una función de Lyapunov de un sistema nominal para diseñar una componente adicional en el control; lo que

permite robustificar el diseño del controlador para que tolere cierto tipo de parámetros desconocidos y errores en el modelado que satisfacen la condición de coincidencia (matching condition), es decir, cuando los términos desconocidos y la entrada de control están en la misma ecuación de estado.

El segundo método llamado “Backstepping”, fue propuesto a principios de los años 90 por Krstic, Kanellakopoulos y Kokotovic [37], para el diseño de controladores adaptativos. Actualmente esta técnica es una de las más populares para el diseño de controladores en sistemas no lineales [38], [39], [40].

Por otro lado, se conoce que una de las principales desventajas de la técnica de linealización retroalimentada, en relación con la técnica backstepping; es el problema de la cancelación de no-linealidades que aparecen en la dinámica de la planta; sin importar que papel juegan (positivo o negativo) en el proceso de síntesis del sistema de control [36], [39], [41] y [42]. Por lo tanto, la aplicación de la linealización del modelo alrededor de un punto de operación, puede llevar a la cancelación de no-linealidades que no necesariamente son malas, lo cual de hecho aumenta el funcionamiento transitorio del proceso. Sin embargo, backstepping como un procedimiento de diseño recursivo; tiende a incrementar considerablemente la complejidad del diseño del controlador, que llega a ser de tal modo problemático para sistemas de alto orden, aunque esto nos permite un mayor intervalo de operación del controlador resultante; robustez respecto a las incertidumbres exógenas. Y en forma general, se observa un mejor desempeño con respecto a métodos clásicos de control lineal desarrollados sobre la base del modelo linealizado para sistemas no lineales.

Backstepping es un esquema recursivo que combina la elección de una función de Lyapunov con el diseño de un control para sistemas estrictamente retroalimentados [36]. Una ventaja importante de la técnica de diseño backstepping es que éste proporciona un procedimiento sistemático para diseñar controladores de estabilización, siguiendo un algoritmo paso a paso.

El control basado en la teoría de estabilidad de Lyapunov consiste en seleccionar una función definida positiva denominada función candidata de Lyapunov. Según la teoría de estabilidad de Lyapunov, si la razón de cambio de la función de Lyapunov es semi-definida negativa, el sistema de lazo cerrado es asintóticamente estable. El objetivo de la ley es seleccionar las entradas de control, las cuales hacen que la derivada de la función de Lyapunov sea definida negativa tanto como sea posible. La importancia de esta función es que puede contener alguna variable que interesa ser minimizada (es decir, estados del sistema, error en la ley de control, etc.) [43].

Aplicaciones de esta técnica han sido reportadas recientemente desde la robótica [44] a la industria [45] o aeroespacial [46]. Sin embargo, el verdadero potencial del backstepping fue descubierto cuando este enfoque se desarrolló para sistemas no lineales con parámetros desconocidos [37].

Algunos de los trabajos de investigación presentados en la literatura sobre backstepping; para la regulación de velocidad de motores de cd a través de convertidores de potencia son los siguientes:

Fadil y Giri en [47] presentan los resultados obtenidos de un convertidor de potencia cd-cd tipo boost; los objetivos del controlador basado en backstepping son: seguimiento del voltaje de salida y lograr robustez con respecto a la incertidumbre en la carga resistiva. Los resultados muestran que backstepping; es menos sensitivo a sus parámetros de diseño que su contraparte de controladores no adaptativos; y que la capacidad de seguimiento de referencias del controlador backstepping y el controlador basado en pasividad son globalmente comparables.

En [48], Gussaid y colaboradores muestran dos métodos de control no lineal, utilizan backstepping para el seguimiento de velocidad angular en un motor síncrono de imán permanente (PMSM). Uno de los controladores es no adaptativo, el cual requiere conocimiento exacto de los parámetros de la planta y el segundo es un control adaptativo, con éste último los parámetros en sistemas de control de movimiento de ca fueron estimados y compensados por el esquema de control

adaptativo. Los resultados de las simulaciones muestran la efectividad del controlador propuesto. Además al compararse con otras estructuras de control lineal; confirman que el control propuesto mejora el desempeño dinámico y extiende los márgenes de estabilidad en el caso de perturbaciones.

Munimul y colaboradores en [49], proponen un controlador no lineal adaptativo, basado en backstepping para el control de velocidad de un PMSM, el controlador incorpora estimaciones de parámetros de par de carga y control de flujo. La eficiencia del impulsor propuesto es verificada a través de simulaciones y pruebas experimentales en diferentes condiciones de operación, se observa que el controlador es robusto ante incertidumbres dinámicas y puede rechazar perturbaciones no medibles introducidas al sistema. Las entradas de control de nivel de voltaje son diseñadas para seguir los comandos de velocidad usando la técnica backstepping.

En un reciente trabajo de Fadil y Giri, se presentan los resultados de simulaciones obtenidos de un convertidor buck acoplado a un motor de cd. La técnica de control utilizada es backstepping, donde consideran incertidumbres de par de carga constantes. Los resultados de las simulaciones muestran que el controlador es robusto ante incertidumbres de par de carga, fricción viscosa e inercia del rotor [50].

En contraste con los trabajos de investigación presentados en los párrafos anteriores, en la segunda parte del presente trabajo se propone el diseño e implementación de una ley de control basada en la técnica Backstepping, para evaluar el desempeño de un convertidor cd-cd como arrancador suave y para la regulación de velocidad angular, logrando así robustez ante perturbaciones de par de carga variante con el tiempo. Éste último es estimado a través de un observador FIG.

### 1.1.3. Estimación de parámetros y estados

El control adaptativo ha sido un área importante de la investigación activa de ya casi cinco décadas, en las cuales se han observado diferentes y significativos progresos, tanto teóricos como desarrollos prácticos, tales como pruebas de estabilidad global, mejoras de seguimiento y desempeño ante transitorios súbitos de perturbaciones exógenas y endógenas de los sistemas.

Una de las razones del rápido crecimiento del control adaptativo es su habilidad para construir sistemas capaces de controlar plantas con incertidumbres durante su operación; o para adaptarse a cambios impredecibles del ambiente. El *control adaptativo* es la técnica de aplicar métodos para obtener un modelo del proceso y utilizar éste para diseñar un controlador adaptativo. Un *controlador adaptativo* se logra al diseñar una ley de control y adaptar un *estimador* de parámetros, el cual proporciona estimaciones de los parámetros desconocidos [39]. Esta estimación debe aproximarse, tratando de inferir un valor estimado del vector de estados a partir del conocimiento del sistema, de la disponibilidad de los valores de la salida y del conocimiento inequívoco de los valores que toma el control que se suministra al sistema [51], con esto; el comportamiento de la planta puede conocerse con mayor precisión que usando solo una señal de retroalimentación [52]. Este proceso de inferencia recibe el nombre de estimación o reconstrucción del vector de estado.

Históricamente, los observadores fueron introducidos en [53], como forma de detección de colisiones en sistemas de robótica flexibles. Una de las técnicas recientes de estimación en línea de parámetros y estados; es el método algebraico propuesto por Fliess y Sira [54].

En la literatura de hoy, puede encontrarse una amplia gama de conceptos y ejemplos sobre observadores asintóticos, sin embargo en el presente trabajo se contemplan observadores asintóticos de parámetros variantes con el tiempo. Un estudio muy detallado acerca de la estimación de parámetros y de estados puede consultarse en el trabajo de Carlos García [55].

### 1.1.3.1. Observador PIG

Recientemente, desarrollos que evitan la necesidad de observadores en el control de sistemas lineales ha sido derivado con el denominado control PIG (Proporcional Integral Generalizado, GPI por sus siglas en inglés: *Generalized Proportional Integral*), (ver [56]). Las ideas fundamentales de PIG pueden ser usadas para sacar ventaja en la mejora de las tareas de robustez en el diseño de observadores lineales [57], esto ha originado la creación del Observador Proporcional Integral Generalizado, el cual hace estimaciones suficientemente precisas de términos aditivos, tanto endógenos como exógenos de la dinámica existente; entre la entrada y la salida plana del sistema [58]. El método se aplica en forma natural a sistemas no lineales con salidas diferencialmente planas, los cuales constituyen una clase prominente y frecuente de los sistemas no lineales. Los observadores PIG representan la contraparte dual de los controladores PIG desarrollados en Fliess [56].

Los observadores PIG incluyen de manera natural y embebida un modelo polinomial en el tiempo, de actualización automática de las perturbaciones no lineales dependientes del estado y de aquellas perturbaciones exógenas sin estructura especial alguna. Las estimaciones provistas por el observador se usan en el controlador para facilitar su cancelación aproximada en línea, mientras de manera simultánea, se estiman las variables parametrizadas por la salida plana [58].

La representación no lineal entrada-salida se considera como un sistema lineal perturbado, en el cual sólo el orden de integración del sistema y la ganancia de la entrada de control son crucialmente relevantes para el diseño del controlador lineal y la construcción del observador. Los términos aditivos no lineales (dependientes de la salida y sus derivadas), y las perturbaciones exógenas de la dinámica entrada-salida; se consideran como una perturbación aditiva agregada, la cual está en función del tiempo sin estructura adicional, excepto por la suposición de ser uniformemente y absolutamente acotadas. Esta perturbación no lineal, así como las variables de fase asociadas a la salida pueden ser objeto de estimación en línea, de forma precisa, por medio de observadores (PIG) lineales de alta ganancia del tipo Luenberger [58].

Algunas de las investigaciones que reportan los fundamentos teórico-práctico del observador PIG son las siguientes:

Un trabajo hecho por Sira y colaboradores en [57], reporta un enfoque de modulación sigma-delta combinado con una apropiada dualización de estrategias de control PIG, para el diseño de observadores sometidos a inyecciones de salida conmutada. El observador propuesto se basa en las propiedades de inyección dinámica, del error de la estimación de un observador promedio y continuo. Tal inyección dinámica del error, está representada en la dinámica del observador y, por una serie de integraciones que coincide con el orden de la entrada polinomial inestable. Generando una dualidad completa, como lo que se realiza en el control PIG; la cancelación de entradas de perturbaciones inestables y desconocidas del tipo polinomial. El esquema del observador propuesto no sólo produce una estimación estable de manera exponencial de las variables de estado de la planta lineal, sino también produce una estimación convergente de manera asintótica y exponencial de las entradas inestables .

En el trabajo de investigación de Cortés y colaboradores [59], se reporta un esquema de diseño de control de dos etapas, para regulación de flujo y seguimiento de trayectorias de referencia de posición en motores de inducción. Para la estimación en línea del par de carga diseñan un observador PIG, incluyendo con esto integraciones de la salida del error. La estimación de la perturbación; garantiza la correcta cancelación de los términos de la perturbación por medio de la entrada de control diseñada. Las simulaciones numéricas de la estrategia propuesta; exhibe un buen desempeño aún con la presencia de ruido en la medición de las variables del sistema.

Por otro lado, el trabajo de Cortés, Sira y colaboradores en [60], presentan una metodología de estimación con una perspectiva diferente a la mostrada en [57], la idea principal es reconstruir las funciones de perturbación por medio de un observador PIG robusto, y utilizar las estimaciones para cancelar las entradas de perturbación, simplificando la tarea del control y desde luego su diseño. Este trabajo al igual que en [57], también consta de dos etapas para el control de motores de inducción, utilizando un observador PIG para el seguimiento de una referencia de velocidad angular, sobre entradas de perturbación de carga. Los resultados muestran que el control basado en observador PIG, proporciona buenos resultados a pesar del par de carga aplicado al motor. El comportamiento del esquema propuesto se basa en el correcto establecimiento del polinomio característico del observador, el cual garantiza la correcta cancelación de los términos de perturbación a través de un proceso de estimación.

En otro trabajo de investigación presentado por Sira en [61], se describe el diseño de un controlador robusto basado en un observador PIG; para tareas de regulación y seguimiento de referencias de voltaje en un convertidor tipo buck. Los efectos de la perturbación desconocida (carga resistiva), son estimados en línea por medio de un observador PIG. La eficiencia del esquema de control basado en observador se presenta con simulaciones, mostrando robustez ante variaciones de la carga y en la fuente de alimentación. Las bondades del observador PIG son las conexiones duales de los controladores PIG [51] para sistemas lineales, ver [56].

En [62] proponen dos esquemas de control para la regulación de la posición angular en un sistema motor *cd* con resorte-inercial. El objetivo de este trabajo es llevar la inercia de rotación de la carga hacia un valor constante de equilibrio, mientras es accionado por un motor de *cd*. La síntesis de las leyes de control requiere de las mediciones del voltaje de entrada y de la corriente de armadura. El esquema de control PIG propuesto muestra un control eficiente, sin requerir de sensores mecánicos.

Una investigación enfocada para la aplicación de observadores PIG en sistemas donde existen mediciones con ruido, es presentada por Martínez y colaboradores en [63], los autores proponen un nuevo enfoque del observador PIG para estas condiciones. Un control proporcional derivativo (PD) se diseña junto con el observador para tareas de seguimiento de trayectorias; sin embargo dado que el observador PIG requiere de altas ganancias para la reconstrucción de estados y perturbaciones, esto puede afectar proporcionalmente debido al ruido que existe en las variables medidas. La propuesta de rechazo de ruido se basa en una extensión dinámica del sistema y del modelo del observador (PIG+). La nueva reformulación se basa en el trabajo desarrollado por Busawon y colaboradores en [64], para Observadores Proporcional e Integral (PIO por sus siglas en inglés, Proporcional Integral Observer). Sin embargo, los observadores PIG son claramente mejores que los PIO, en el sentido en que este último no tiene la habilidad para reconstruir perturbaciones exógenas y endógenas. El diseño se evalúa para una articulación de un brazo de robot. Los resultados de las simulaciones exhiben una comparación entre las estimaciones del observador PIG y el PIG+, obteniéndose con éste último, valores de velocidad angular y de entrada de par de carga con mucho menor ruido, logrando una mayor efectividad en las tareas de seguimiento de trayectorias, basadas en la cancelación de perturbaciones no lineales.

Recientemente las investigaciones de Sira y colaboradores en [65] y [66], reportan resultados del control de seguimiento de trayectorias de un móvil monociclo con entradas de retardo. Propiedades de sincronización del observador PIG fueron usados en osciladores caóticos, y una prueba de convergencia asintótica acotada de observadores PIG de alta ganancia ha sido presentada. Nuevamente el empleo de observadores PIG muestran su gran desempeño.

Sira y colaboradores en [58], presentan la aplicación práctica de observadores PIG para sistemas

no lineales diferencialmente planos, los cuales son: generador síncrono, vehículo no holonómico y circuito caótico. En el primer sistema, se controla el ángulo de desviación de un generador síncrono trifásico por medio de la combinación del control con observación de tipo lineal, con el cual se realiza una prueba de robustez bajo un ensayo de corto circuito. El segundo sistema no lineal y multivariable, es un vehículo no holonómico de dos ruedas acopladas a un eje simple, el cual realiza una tarea de seguimiento de trayectoria de posición del punto medio entre las dos ruedas. Dos observadores PIG estiman las variables de velocidad con inyección integral simple. Pruebas experimentales demuestran que el error absoluto de seguimiento es inferior a 1 cm. El tercer y último sistema presentado en [58] es un circuito caótico de Chua, en el cual se diseña una ley de control lineal, sobre la base de variables asociadas a un observador de perturbaciones y variables de fase del sistema, que permita forzar la salida a seguir suficientemente cerca una trayectoria preestablecida, independientemente de los parámetros del sistema, de posibles perturbaciones externas y de dinámicas no modeladas. Nuevamente los resultados experimentales muestran la efectividad de la estimación a través del observador PIG en estos tres sistemas.

En [67], Sira y colaboradores presentan controladores basados en el observador PIG para un robot no holonómico que sigue a otro robot nombrado líder. El objetivo de este trabajo es mantener al robot seguidor a una distancia deseada conservando una velocidad relativa con respecto al robot líder. Las simulaciones presentadas prueban la robustez del controlador basado en observador PIG para sistemas no lineales diferencialmente planos.

Por otro lado, en [68] Sira y colaboradores diseñan un controlador robusto basado en observadores PIG, para tareas de seguimiento de referencia, en un robot móvil omnidireccional. Los resultados de la implementación muestran un seguimiento adecuado, basado en la información de encoders.

Xia y colaboradores en [69], presentan un método de estimación de parámetros llamado control con rechazo activo de perturbaciones (ADRC, Active Disturbance Rejection Control), el cual consiste en un diferenciador de seguimiento (TD, Tracking differentiator), un observador de estados extendido (ESO, Extended State Observer) y una combinación no lineal de errores. En este método los procesos de mayor orden, incertidumbres y dinámicas no modeladas son vistas como sistemas de menor orden con perturbaciones generales, y las perturbaciones generales son estimadas por ESO, y después compensadas activamente. El análisis de este trabajo muestra comparaciones de simulaciones del control activo contra el control PID en cascada, donde el primero presenta un mejor desempeño aplicado en el control de plantas de energía eléctrica. Un estudio más detallado del observador de estados extendido se puede consultar en [70].

Para sistemas lineales y no lineales que tienen la propiedad de ser diferencialmente planos, está probado que los controladores basados en el observador PIG presentan un alto grado de robustez bajo perturbaciones del tipo polinomial acotadas [63].

### 1.1.3.2. Estimador algebraico

Frecuentemente, el problema de robustez con respecto a los cambios de par de carga sobre un motor de cd, son realizados con una estimación asintótica en línea (ver Chiasson [71] y Hagenmeyer *et al.* [72]). Esta alternativa llamada estimación algebraica, proporciona resultados de estimación rápidos y exactos, aún cuando en la práctica están sujetos a diferentes tipos de ruido. Las características teóricas, y las aplicaciones del enfoque algebraico para la estimación de parámetros y señales, puede encontrarse en los trabajos reportados por Fliess y Sira-Ramírez en [73] y [54]. Para el caso lineal, la estimación de parámetros desconocidos se obtiene en línea, a través de la evaluación de

funciones sencillas variantes con el tiempo, recurriendo a integraciones de entradas y salidas [74].

A continuación se mencionan, algunos trabajos realizados sobre control de convertidores del tipo cd-cd en donde implementan estimadores algebraicos para estimar parámetros desconocidos:

El trabajo reportado por Linares y colaboradores en [74], presenta el diseño de un estimador algebraico para estimar el parámetro del par de carga del eje en el sistema convertidor cd-cd tipo boost/motor cd. Las perturbaciones del par de carga se consideran seccionalmente constantes y el controlador lineal se basa en la técnica de retroalimentación de la salida pasiva del error. Los resultados experimentales validan la exactitud y rapidez del estimador, consiguiendo así un buen desempeño del controlador en el seguimiento de la variable de velocidad angular bajo cambios súbitos de par de carga aplicado al eje.

Mientras que el trabajo reportado por Gensior y colaboradores [75], reporta una comparativa entre dos observadores asintóticos (observador de orden reducido y observador de segundo orden) y un algoritmo de identificación de parámetros algebraico, para la estimación de la carga en un convertidor cd-cd tipo boost. Los resultados muestran que el observador de segundo orden ofrece un mejor rechazo al ruido, debido a que las variables medidas son filtradas una vez más. Las estimaciones de los observadores convergen asintóticamente al valor en estado estable, mientras que el valor calculado por el reconstructor algebraico; obtiene el valor cuando la muestra más antigua pasa el instante de tiempo del cambio de carga. Por otro lado, el identificador algebraico obtiene el valor de la carga en un tiempo finito pero requiere más memoria en un FPGA, y toma más tiempo de procesamiento que un observador asintótico.

Por otro lado, el trabajo reportado por Linares y colaboradores [76], presenta el diseño e implementación de un controlador de voltaje basado en pasividad para el convertidor cd-cd tipo Cuk. Las variables de referencia deseadas del controlador adaptan el valor del parámetro de carga, calculado algebraicamente en línea por el estimador. Los resultados experimentales verifican la robustez del controlador para mantener el voltaje en la salida del convertidor, bajo cambios súbitos en la carga del convertidor.

### 1.1.3.3. Observador de orden reducido

Una de las técnicas de estimación de parámetros extensamente utilizada son los observadores de estado tipo Luenberger: Observador de orden completo y Observador de orden reducido [77], [51]. La idea en la cual se basan estos observadores es en generar un sistema idéntico (copia) al original, al que sí se le pueda medir el estado interno directamente. Si el sistema original y el idéntico son sometidos a los mismos estímulos (misma entrada), se puede esperar que, a medida que pase el tiempo, se empiecen a comportar del mismo modo debido a que sus estados internos tienden a parecerse cada vez más (siempre que ambos sistemas sean estables). De esta forma, el estado interno del sistema idéntico se puede usar como una aproximación del estado interno del sistema original.

Para acelerar la convergencia del estado del sistema idéntico al estado del sistema original, se puede estimular a éste con una entrada corregida, que consiste en la misma entrada que el sistema original más la diferencia entre la salida de los dos sistemas multiplicada por una constante. De esta manera, se logra modificar la dinámica del sistema idéntico de modo que logre estimar el estado del sistema original en un tiempo arbitrariamente pequeño. Es decir, el sistema idéntico es capaz de observar tanto la entrada del sistema original como la diferencia entre su salida y la del sistema original, lo que permite converger más rápido. Cada uno de los dos sistemas dinámicos está descrito por dos ecuaciones: una ecuación de transición de estado, que indica de qué forma se va a

modificar el estado en cada tiempo, y una ecuación de observación que entrega la salida en función del estado. De esta manera, con la ecuación de la dinámica del error de estimación (ecuación de transición de estado menos la ecuación de observación) puede ser modificada convenientemente mediante una elección de un valor  $K$  adecuado, el problema de diseño de un estimador de estados se reduce a la determinación de la ganancia  $K$  del observador, tal que los autovalores de la matriz de la dinámica del error de estimación estén todos en el semiplano izquierdo (i.e. que todos tengan parte real negativa), en ese sentido el problema de diseño de un observador es equivalente a la localización de polos por retroalimentación de estados. En general, un valor de  $K$  suficientemente grande basta para que el observador funcione adecuadamente, aunque un  $K$  excesivo puede generar efectos transitorios algo violentos inicialmente.

A continuación se mencionan, algunos trabajos realizados sobre control de convertidores del tipo cd-cd, en donde implementan observadores de orden reducido para estimar parámetros desconocidos, el observador de orden completo no será abordado:

El trabajo presentado por Galanos y colaboradores en [78], muestra el uso de un observador de orden reducido utilizado en un motor de cd de excitación separada. Presentan el diseño de dos observadores de orden reducido, el primero obtiene el par de carga y la velocidad angular midiendo solo la corriente de armadura, mientras que el segundo obtiene el par de carga y la corriente de armadura midiendo ahora la velocidad angular. Los resultados de simulación indican la efectividad del diseño, obteniéndose con el segundo observador una respuesta más rápida en la obtención del par de carga y la corriente de armadura.

Los resultados de Hanamoto en [79], presentan el control PI para regular la velocidad de un motor de cd. La estimación del par de carga se realiza con un observador de orden reducido y el par de carga se considera constante. Los resultados experimentales nuevamente muestran el buen desempeño de la estimación del par de carga.

En el trabajo presentado por Rotella y colaboradores en [80], presentan un punto de vista de planitud que permite una simplificación en el diseño del control por colocación de polos para sistemas lineales variantes con el tiempo. Las pruebas experimentales verifican el desempeño del observador de orden reducido, utilizado en un motor de cd con excitación separada, para el seguimiento de velocidad angular utilizando la propiedad de planitud.

Otra de las técnicas de estimación de parámetros utilizada es el observador proporcional de orden reducido [81], desde los inicios de los 90's, algunos artículos se han dedicado a establecer una metodología de diseño de observadores aplicados a sistemas no-lineales, usando el enfoque de algebra diferencial. El observador proporcional de orden reducido no emplea un filtro de Kalman o un observador tipo Luenberger, a diferencia de éstos dos últimos que necesitan una copia del sistema y una corrección proporcional dada por las medición del error (diferencia entre la señal observada actual y el estimado), el observador proporcional de orden reducido no requiere un modelo exacto del sistema, debido a que su estructura solo contiene una corrección proporcional de la medida del error, y el llamado derivador de ganancia ajustable [81]. Algunos de los trabajos que han empleado este tipo de observador se presentan a continuación:

En el trabajo presentado por Guerra y colaboradores [82], presenta la metodología propuesta del observador proporcional de orden reducido, basandose en el algebra diferencial. Muestra algunas definiciones básicas, el problema general a resolver y las hipótesis necesarias para abordar el problema de estimación, además de un ejemplo numérico, donde se aprecia el uso del observador proporcional.

En otro trabajo de investigación de Guerra y colaboradores [83], se presenta un sistema de detección de falla en un sistema polea-banda, diseñan un observador proporcional de orden reducido

para estimar la diferencia entre la posición angular de la polea del motor y la carga de la polea. Los resultados experimentales demuestran que el observador detecta efectivamente la falla (rotura de la banda), aún si los parámetros del motor y la banda no se conocen con exactitud.

En el trabajo de Aguilar y colaboradores [84], se resuelve el problema de identificación de parámetros y de estimación de variables de estado para el sistema Rossler, mediante el conocimiento de una salida en particular. Los resultados de las simulaciones numéricas muestran la eficiencia del observador proporcional de orden reducido.

En las investigaciones de Guerra, orientadas al diagnóstico de sistemas [85], el resultado principal de su trabajo es dar las condiciones del número mínimo de mediciones que se requieren para hacer a un sistema diagnosticable y la construcción de una metodología para diagnóstico en una clase de sistemas no-lineales, utilizando métodos de algebra diferencial. La metodología propuesta es aplicada a un sistema hidráulico.

## 1.2. Planteamiento del problema

Como se mencionó anteriormente, en la actualidad el uso de los convertidores de potencia empleados como impulsores de motores de cd ha ido en aumento, gracias a la cantidad de aplicaciones que estos tienen en la industria. Debido a esto, la búsqueda en mejorar su eficiencia en la transformación de energía eléctrica a energía mecánica es uno de los campos de investigación de intensa actividad a nivel mundial, particularmente en el área de control de máquinas eléctricas.

Las recientes investigaciones que buscan mejorar la eficiencia en el traslado de la potencia de la entrada a la salida en los convertidores que accionan a los motores de cd, se enfrentan a los siguientes problemas: no son robustos bajo incertidumbres paramétricas del sistema o bajo disturbios exógenos desconocidos, que por lo regular son variantes con el tiempo; transitorios abruptos de voltaje y de corriente en el circuito de armadura en el arranque y paro del motor con carga [13]; la alta eficiencia que ofrecen los convertidores no es bien aprovechada, debido a que el controlador no contempla la dinámica del convertidor [86]; para el caso particular en que el motor de cd se acciona mediante el rectificador monofásico tipo elevador, se presentan principalmente dos problemas: un alto contenido armónico en corriente y un bajo FP en la entrada del convertidor. Por lo tanto, este trabajo presenta las siguientes hipótesis de investigación formuladas de acuerdo a los problemas anteriormente planteados.

## 1.3. Hipótesis

1. Aplicando la técnica por retroalimentación de la salida pasiva del error, en conjunto con las referencias de corriente y voltaje obtenidas a partir del balanceo de potencias entrada-salida que adapta el valor estimado de par, se conseguirá poner en fase la corriente y el voltaje a la entrada del rectificador, y al mismo tiempo se regulará la velocidad angular del motor de imanes permanentes.

2. Aplicando la técnica backstepping para sistemas lineales estrictamente retroalimentados, y una planificación adecuada de la trayectoria de velocidad angular que contemple la adaptación de la estimación de la perturbación exógena, se conseguirá arrancar en forma suave al motor con presencia de carga, es decir, se logrará reducir en forma sustancial los picos súbitos de los transitorios eléctricos en la armadura del motor en el arranque.

## 1.4. Objetivos de la investigación

### 1.4.1. Objetivo general

Analizar, diseñar e implementar dos controles adaptativos de velocidad angular que aprovechen la eficiencia en la transferencia de potencia ofrecida por los convertidores tipo ca-cd y cd-cd, empleados como impulsores de motores de cd.

### 1.4.2. Objetivos específicos

#### 1.4.2.1. Objetivos específicos para el sistema convertidor ca-cd

1. Regular la velocidad angular con un mínimo de error en estado estable y estado transitorio, aún cuando el motor presente par de carga.
2. Elevar el FP cercano a la unidad y disminuir la distorsión armónica total en la corriente de entrada del convertidor, que acciona al motor para la regulación de la velocidad angular.

#### 1.4.2.2. Objetivos específicos para el sistema convertidor cd-cd

3. Disminuir los picos de los transitorios eléctricos que se presentan en la armadura del motor en el arranque.
4. Seguir un perfil de velocidad angular variante con el tiempo, con un mínimo de error en estado estable y estado transitorio, aún cuando el motor presente par de carga.

El primer objetivo se consigue diseñando un controlador por retroalimentación de la salida pasiva; así como adaptando el valor del parámetro de par de carga estimado (observador de orden reducido y un estimador algebraico) dentro de las variables de referencia del controlador.

El segundo objetivo se logra calculando el voltaje y la corriente de referencia a partir del balanceo de potencias entrada-salida del sistema convertidor ca-cd-motor cd.

El tercer objetivo se alcanza calculando la variable de referencia programada a través de un polinomio de interpolación de alto orden, para establecer la trayectoria de seguimiento de velocidad angular del controlador, proporcionando así un arranque suave del motor de cd.

El cuarto objetivo se consigue diseñando una ley de control basado en la técnica backstepping y adaptando el valor del par de carga (obtenido por un observador PIG) a las variables de referencia del controlador.

## 1.5. Justificación de la Tesis Doctoral

Actualmente, el estudio y aplicabilidad de técnicas de control en circuitos de electrónica de potencia tiene una gran importancia y un fuerte interés a nivel mundial; debido a la infinidad de aplicaciones existentes en nuestra vida cotidiana y a la búsqueda por mejorar su eficiencia en sus distintas áreas de aplicación; desde el área automotriz, la automatización en la industria; donde se requieren de impulsores de motores y fuentes de voltaje robustas, fuentes de alimentación precisas en equipos médicos, en equipo de entretenimiento, en computadoras, en los balastos electrónicos de las lámparas fluorescentes (conocidos como focos ahorradores), etc.

Debido a la gran potencialidad en aplicaciones tecnológicas para el control de máquinas eléctricas, la presente propuesta de investigación está enfocada a resolver problemas relacionados con el

control de velocidad angular de motores de cd de pequeña a mediana potencia; accionados mediante convertidores ca-cd y cd-cd. Los problemas frecuentes están relacionados particularmente con la distorsión armónica y el bajo FP que se presenta en los convertidores ca-cd, cuando se emplea dispositivos conmutados como los MOSFET's. Otro problema que se presenta, particularmente en los impulsores de motores de cd; son los transitorios eléctricos súbitos provocados al circuito de armadura cuando los motores son sometidos a acciones de control de arranque en un tiempo muy corto y la regulación de velocidad de estos ante perturbaciones de par de carga variantes en el tiempo. El no contar con una solución de índole de control adaptativo obligará al uso clásico de correctores del FP en base a bancos de capacitores, sin contemplar la dinámica del regulador de velocidad.

La presente propuesta de investigación propone mejorar las prestaciones dinámicas de los convertidores de potencia del tipo ca-cd y cd-cd utilizados como impulsores de motores de cd; aplicando técnicas de control lineal que incluyen la estimación del parámetro de par de carga, a través de estimadores algebraicos, observadores de orden reducido y observadores PIG. Las mejoras que se buscan en cada convertidor son:

- En el convertidor ca-cd utilizado como impulsor de motor de cd de imanes permanentes se busca regular la velocidad del motor ante perturbaciones de par de carga en su eje, al mismo tiempo que se enfoca a corregir el FP a la entrada del convertidor, todo esto sin la necesidad de usar fuentes de cd para controlar una máquina de cd.

- En el convertidor cd-cd utilizado como impulsor de motor de cd, se busca robustez ante cambios repentinos y variantes en el tiempo de par de carga, así como proporcionar un medio para el arranque suave del motor que resuelva los problemas relacionados a los transitorios eléctricos súbitos que se presentan en el circuito de armadura durante su arranque. Además de prescindir de sensores de velocidad y de par de carga, gracias a la estimación.

Las propuestas de solución contemplan la dinámica tanto del convertidor como del motor de cd de imanes permanentes, el diseño de leyes de control aplicando técnicas de control lineales que consideran toda la dinámica del sistema, logrando con esto mejorar notablemente el desempeño de los controladores, haciéndolos más robustos y confiables.

Esta investigación permitirá conocer y analizar la respuesta de convertidores de potencia usados con accionadores para motores de cd, usando técnicas de control lineales adaptativas y estimación en línea de parámetros variantes en el tiempo. Esta investigación, además del diseño de las leyes de control tiene la posibilidad de una exploración fructífera de forma algebraica, simulada y experimental, lo que permitirá no solo visualizar la respuesta del controlador sino también realizar discusiones de las implicaciones físicas en los dos sistemas para evaluar su robustez.

Con los resultados que se obtengan del convertidor ca-cd será posible conocer en que medida se corrige el FP, la distorsión armónica total (DAT) y el desplazamiento de factor de potencia (DFP) con respecto al cambio del par de carga aplicado en un motor de cd, controlado por un rectificador activo de potencia utilizado como impulsor. Se podrá comentar sobre la aplicabilidad de la retroalimentación de la salida pasiva y la adaptabilidad del par de carga a través de un estimador algebraico y un observador de orden reducido, en un convertidor de potencia de ca-cd para la regulación de velocidad angular en motores de cd, a la vez que se corrige el FP a la entrada del convertidor.

Los resultados obtenidos del convertidor cd-cd permitirán evaluar la robustez ante variaciones en el par de carga, la respuesta de velocidad angular en un arranque suave y en la regulación del motor de cd. Se podrá evaluar y analizar la convergencia asintótica del parámetro estimado contra el valor real del par de carga aplicado al eje del motor de cd, en las dos topologías de convertidores

propuestas.

Se podrá discutir sobre la aplicabilidad experimental de los observadores PIG junto con la técnica de control backstepping en un convertidor cd-cd utilizado como impulsor de motor de cd, y se estará en posibilidad de realizar recomendaciones a futuras investigaciones que deseen emplear la estimación del par de carga en motores de cd.

Respecto a la estimación, con los resultados que se obtengan y de su análisis se estará en posibilidades de analizar el comportamiento de la estimación de par de carga variante con el tiempo aplicado en el control de motores de cd, y de la robustez obtenida con las leyes de control aplicadas al sistema convertidor motor de cd.

Los beneficios podrán verse de dos formas: en primer lugar como una utilidad metodológica; esta propuesta de tesis se enfoca a aportar el diseño de leyes de control lineal adaptativas para convertidores de potencia ca-cd y cd-cd, y en segundo lugar presentar los resultados experimentales que se logren con los dos convertidores.

Los resultados obtenidos con los controladores adaptativos permitirán consolidar y seguir trabajando en una línea de investigación afín; como es el Control Aplicado a la Electrónica de Potencia. Este proyecto de investigación forma parte de las tendencias mundiales del desarrollo acelerado en materia de convertidores de potencia, éstos utilizados como impulsores de motores de cd constituyen una herramienta actual, apropiada y moderna, que sin duda se continuará realizando trabajos de investigación en esta área.

Por el lado práctico, esta propuesta está enfocada en proveer dos plataformas experimentales que como instrumentos permitirán la aplicabilidad, desarrollo y análisis de otras leyes de control para la regulación, corrección del FP y el arranque suave de motores de cd, con lo que se hace posible el estudio y análisis experimental.

## 1.6. Contribuciones

Las contribuciones principales de este trabajo de investigación son las siguientes:

### 1.6.1. Contribuciones del sistema convertidor ca-cd

Se desarrolla una comparación del desempeño de dos estimadores (estimador algebraico y observador de orden reducido), utilizados para la obtención del parámetro del par de carga aplicado al eje del motor del sistema convertidor ca-cd. Los valores de la estimación son adaptados a la señales de referencia del controlador por retroalimentación de la salida pasiva.

Se presenta el cálculo de las referencias de corriente de una manera teórica-práctica; mediante el balanceo de potencias para tener un FP cercano a la unidad y conseguir la regulación de la velocidad angular del motor de cd, ante cambios repentinos de par de carga en el eje del motor.

Se diseña e implementa la plataforma experimental del sistema convertidor ca-cd, se detalla cada una de los módulos que la componen, y se realizan pruebas de estabilidad en lazo cerrado.

### 1.6.2. Contribuciones del sistema convertidor cd-cd

Se realizan pruebas experimentales de la técnica backstepping en el seguimiento suave de la velocidad angular; que incluye una estimación del par de carga variante con el tiempo aplicado al motor de cd; con lo anterior, se logra disminuir durante el arranque los picos súbitos de corriente y de voltaje en el circuito de armadura del motor de cd.

Se presenta el diseño y experimentación del observador PIG para estimar el parámetro de par de carga variante con el tiempo, aplicado al eje del motor.

Se diseña e implementa la plataforma experimental del sistema convertidor Buck/motor de cd, para validar la ley de control backstepping en la regulación de la velocidad angular. También, se realizan pruebas de estabilidad en lazo cerrado. Posteriormente, con dicha plataforma podrán evaluarse y analizar otras leyes de control.

## 1.7. Alcances y límites de la tesis

### 1.7.1. Alcances y límites para el sistema convertidor ca-cd

Alcances:

- Las funciones del convertidor ca-cd, serán regular la velocidad angular del motor de cd de imanes permanentes a la vez que pre-compensará el FP a la entrada del convertidor, ante variaciones en el par de carga aplicado al motor.
- Se aplicará la técnica por retroalimentación de la salida pasiva para el control de velocidad angular de motores de cd de imanes permanentes y como pre-compensador del FP (PFP) a la entrada del convertidor.
- La observación del par de carga en el convertidor ca-cd/motor cd, se estimará con un observador de orden reducido y un estimador algebraico.

Límites

- La fuente de alimentación del rectificador monofásico tipo elevador, se supone libre de distorsión armónica en corriente y voltaje.
- La potencia de salida máxima que el sistema convertidor ca-cd puede manejar son 250 W, el voltaje de alimentación de la fuente de entrada es de 12 Vca.
- El motor empleado es de 24 V/19 W, con un par de carga máximo de 0.04 N-m, y velocidad máxima de 4400 rpm.
- La medición de la velocidad angular del motor es utilizada en el controlador por retroalimentación de la salida pasiva.

### 1.7.2. Alcances y límites para el sistema convertidor cd-cd

Alcances:

- Las funciones del convertidor cd-cd, serán regular la velocidad angular y proporcionar un arranque suave al motor de cd de imanes permanentes, ante variaciones en el par de carga aplicado al motor.
- Se aplicará la técnica backstepping pasiva para el control de velocidad angular y el arranque suave de motores de cd de imanes permanentes.
- La observación del par de carga en el convertidor cd-cd/motor cd, se estimará con un observador PIG.

Límites

- La ley de control backstepping emplea el valor estimado del par de carga obtenido mediante un observador PIG.
- La medición del par de carga se realiza con el dinamómetro, esto con la finalidad de compararlo con el valor estimado del par de carga.

- La potencia máxima del convertidor cd-cd tipo Buck es de 800 W, el voltaje de alimentación de la fuente de entrada es de 90 V.
- El motor utilizado es de 90V, con una potencia de 1/3 HP y con un par de carga máximo de 1.3 N-m.
- La medición de la velocidad angular del motor es utilizada en el controlador backstepping.

## 1.8. Organización de la tesis

El contenido de esta tesis esta organizado de la siguiente forma:

El Capítulo 2, presenta el marco teórico abordando lo referente a la Planitud Diferencial, la Estabilidad de Lyapunov, la técnica Backstepping, Pasividad y finalmente Observadores de estado, en los cuales se presenta la estimación algebraica, el observador de orden reducido y el observador FIG.

Los modelos promedio de los convertidores ca-cd y cd-cd acoplados cada uno, al motor de cd de imanes permanentes se presentan en el capítulo 3.

El Capítulo 4 contiene el diseño de la ley de control de los controladores para cada uno de los convertidores. En la primera sección se presenta el diseño del controlador por retroalimentación de la salida pasiva para el sistema convertidor ca-cd-motor tipo boost, así como la generación de la señales de referencia deseadas, en la segunda sección del capítulo se presenta el diseño del controlador backstepping para el convertidor cd-cd y la trayectoria de referencia así como la prueba de estabilidad en lazo cerrado del controlador-observador.

El Capítulo 5, presenta el diseño de los observadores para el par de carga. Para el sistema convertidor ca-cd/motor cd, se emplea alternativamente un observador de orden reducido y un estimador algebraico. En cambio, para el sistema convertidor cd-cd/motor cd se diseña un observador FIG.

El Capítulo 6 presenta el diseño y construcción de las dos plataformas experimentales; la del convertidor ca-cd/motor cd y del convertidor cd-cd/motor cd, se presentan los detalles del diseño, las características de los sensores y circuitos de acondicionamiento de señal empleados. También se presentan las pruebas y resultados experimentales obtenidos de cada uno de los sistemas convertidores.

Finalmente, en el Capítulo 7 se presentan las conclusiones y el trabajo futuro de esta disertación.

# Capítulo 2

## Marco teórico

En este capítulo se presentan los conceptos importantes que son relevantes para las técnicas de control empleadas en este trabajo de tesis, la mención de estos conceptos tiene la finalidad de sustentar el diseño de los controladores presentados.

### 2.1. Planitud Diferencial

La formulación precisa de Planitud Diferencial en el contexto de sistemas de control se debe al trabajo del Profesor Michel Fliess y colaboradores: Jean Levine, Philippe Martin y Pierre Rouchon [87], en éste se contemplan sistemas de control lineales y no lineales, descritos por ecuaciones diferenciales ordinarias, llamados sistemas *diferencialmente planos*, los cuales forman una estructura de sistemas para los cuales los métodos de control están disponibles una vez que se conoce la salida plana.

La Planitud Diferencial es una propiedad de algunos sistemas dinámicos controlados, la cual permite trivializar las tareas de planificación de trayectoria, sin resolver las ecuaciones diferenciales.

La propiedad de planitud permite una parametrización completa de todas las variables del sistema (estados, entradas y salidas) en términos de un conjunto finito de variables independientes, llamadas *salidas planas*, y un número finito de sus derivadas temporales [87].

En un sistema SISO (por sus siglas en inglés, *Single Input Single Output*) usualmente es deseable estabilizar la salida del sistema o seguir una trayectoria de referencia deseada. Esto se facilita en gran medida si el sistema es plano, independientemente de la naturaleza de la dinámica interna asociada con la variable de salida. En el contexto muy particular de sistemas lineales, la conexión entre planitud y el concepto de controlabilidad, es quizá la más clara: *Un sistema lineal invariante en el tiempo es plano si y solo si el sistema es controlable*. Los sistemas SISO pueden ser representados en términos de funciones de transferencia o en forma matricial en el espacio de estado. Cualquiera que sea la representación, el concepto de planitud es equivalente al de controlabilidad, como se verá a continuación.

#### 2.1.1. Sistemas representados con función de transferencia

Considere un sistema SISO, dada por la siguiente representación con función de transferencia:

$$y(s) = \frac{n(s)}{d(s)}u(s) \tag{2.1}$$

El sistema (2.1) es plano si y solo si los polinomios de  $n(s)$  y  $d(s)$  son coprimos (es decir, no tienen factores comunes que no son triviales), [87]. En tal caso, por el *Teorema de Bezout*, existen polinomios  $a(s)$  y  $b(s)$  llamados *polinomios Bezout*, tal que la siguiente identidad se satisface para todo  $s \in \mathbb{C}$ .

$$a(s)n(s) + b(s)d(s) = 1 \quad (2.2)$$

Implicitamente, definiendo  $f(s)$  como una nueva variable:

$$f(s) = \frac{1}{d(s)}u(s) \quad (2.3)$$

La entrada del sistema,  $u(s)$  y la salida del sistema  $y(s)$  puede escribirse en términos de  $f(s)$  como:

$$y(s) = n(s)f(s), \quad u(s) = d(s)f(s) \quad (2.4)$$

Multiplicando en ambos lados la *identidad Bezout* (2.2), por la variable  $f(s)$  se obtiene:

$$\begin{aligned} f(s) &= a(s)n(s)f(s) + b(s)d(s)f(s) \\ &= a(s)y(s) + b(s)u(s) \end{aligned} \quad (2.5)$$

Ésta última ecuación (2.5) establece que se ha encontrado una variable *endógena*,  $f$ , la cual solo depende de la entrada y la salida del sistema, y un número finito de sus derivadas, es decir, una variable la cual es una *función diferencial* del sistema, tal que, todas las variables originales del sistema (entrada y salida) son expresadas como funciones diferenciables de la variable encontrada,  $f$ , la cual califica evidentemente como *salida plana*.

### 2.1.2. Sistemas representados en el espacio de estados

La salida plana del sistema lineal controlable en la representación espacio de estados:

$$\dot{x} = Ax + bu, \quad x \in \mathbb{R}^n, \quad u \in \mathbb{R} \quad (2.6)$$

está determinada por un módulo de factor constante, por una combinación lineal de los estados obtenidos del último renglón de la inversa de la matriz de controlabilidad de Kalman,  $T$ :

$$T = [b, Ab, \dots, A^{n-1}b]^{-1} \quad (2.7)$$

es decir,

$$y = [0 \ 0 \ \dots \ 1] [b, Ab, \dots, A^{n-1}b]^{-1} x \quad (2.8)$$

Así para los sistemas lineales SISO, la *salida plana* puede hacerse siempre dependiente solamente de las variables de estado del sistema, lo cual tiene una importante consecuencia con respecto a la observabilidad de la *salida plana*.

### 2.1.3. Usos de la Parametrización Diferencial

La Parametrización Diferencial proporcionada por la propiedad de planitud contiene información útil sobre las variables de estado, salida y entrada del sistema en términos de una variable privilegiada relacionada con todos y cada una de las variables del sistema. Las aplicaciones directas de la Parametrización Diferencial son:

- Una parametrización estática del sistema en equilibrio relacionando los valores de equilibrio de la salida plana con las variables de estado, con las variables de salida y finalmente con las entradas del sistema. Esta parametrización es particularmente útil al establecer los valores de equilibrio inicial y final de la salida plana la cual corresponde, respectivamente, a los valores iniciales y finales de los puntos de equilibrio.
- Inspección directa de la propiedad de fase mínima o de fase no mínima de cada una de las variables de estado, y de la salida del sistema<sup>1</sup>.
- Inspección directa de la entrada de control, expresada en términos de la salida plana.
- Debido a que la Parametrización Diferencial proporciona naturalmente una relación diferencial explícita con los estados, la salida y la entrada de control, por lo tanto, una planificación de la trayectoria de salida plana requerida, permite al diseñador una evaluación *fuera de línea* de los estados *nominales* y de las trayectorias de salida y de la entrada de control, *sin tener que resolver las ecuaciones diferenciales*. En el presente trabajo, esta característica es muy importante ya que permite el seguimiento de una trayectoria suave y con eso lograr que el sistema convertidor cd-cd proporcione un arranque suave del motor de cd.

#### 2.1.4. Sistemas diferencialmente planos

Un sistema no lineal SISO se dice *diferencialmente plano* si existe una *función diferencial* del estado (es decir, no satisface cualquier ecuación diferencial por sí sola y, adicionalmente, es una función del estado y de un número finito de sus derivadas temporales), llamada la *salida plana* tal que todas las variables en el sistema (estados, salidas y entradas) son a la vez expresables como funciones de la salida plana y de un número finito de sus derivadas. La planitud no es otra forma de hacer linealización de la retroalimentación en sistemas no lineales. Es de hecho, una *propiedad estructural* del sistema que permite establecer todas las características que se requieren para la aplicación de alguna técnica de diseño particular de controladores retroalimentados (backstepping, pasividad y linealización por retroalimentación). Es una propiedad que trivializa el problema de linealización exacta en un sistema no lineal, sea este multivariable o no, o si es o no afín en las entradas de control. Una característica menos conocida de la planitud es que ayuda a determinar el carácter de fase mínima o no mínima de las salidas del sistema. Considérese el sistema no lineal SISO de la forma general [87]:

$$\dot{x} = f(x, u), \quad x \in \mathbb{R}^n, \quad u \in \mathbb{R} \quad (2.9)$$

donde  $f = (f_1, \dots, f_n)$  es una función suave de  $x$  y  $u$ , y el rango de la matriz Jacobiana, con respecto a  $u$ ,  $\frac{\partial f}{\partial u}$  es máximo, es decir, es igual a 1.

**Definición 1** Se dice en general, que  $\phi$  es una *función diferencial* de  $x$ , si:

$$\phi = \phi(x, \dot{x}, \ddot{x}, \dots, x^{(\beta)}) \quad (2.10)$$

donde  $\beta$  es un entero finito. Si  $x$  obedece a un conjunto de ecuaciones diferenciales controladas, como las dadas en (2.9), entonces necesariamente la diferenciación de más alto orden del estado

---

<sup>1</sup>Las funciones de transferencia que no tienen polos ni ceros en el semiplano derecho del plano  $s$  son funciones de transferencia de fase mínima; y se denominan sistemas de fase mínima.

implicado en la definición anterior, conduce generalmente a considerar derivadas de los componentes de la entrada de control  $u$ . Dicho de otro modo, una función diferencial del estado  $x$  es una función del estado  $y$  de un número finito de las derivadas temporales de la entrada:

$$\phi = \phi(x, u, \dot{u}, \ddot{u}, \dots, u^{(\beta-1)}) \quad (2.11)$$

**Definición 2** Un sistema de la forma (2.9), se dice ser diferencialmente plano si existe una función diferencial del estado  $x$ , denotada por  $y$ , dada por:

$$y = h(x, u, \dot{u}, \ddot{u}, \dots, u^{(\alpha)}) \quad (2.12)$$

tal que el sistema inverso de  $\dot{x} = f(x, u)$ , con  $u$  como la entrada y  $y$  como la salida, no tiene dinámica alguna.

Un sistema es plano si existe una cierta salida artificial, tal que todas las variables del sistema se puedan expresar en términos de ésta salida. Esto significa que los estados, variables de entrada y variables de salida en el sistema, pueden ser escritos como funciones diferenciales de la salida plana ( $y$ ) y de sus derivadas sucesivas, es decir:

$$x = A(y, \dot{y}, \ddot{y}, \dots, y^{(\gamma)}), \quad u = B(y, \dot{y}, \ddot{y}, \dots, y^{(\gamma+1)}) \quad (2.13)$$

**Teorema 1** Un sistema no lineal SISO de la forma (2.9), es diferencialmente plano si y sólo si es linealizable en forma exacta.

## 2.2. Estabilidad de Laypunov

Existen muchas definiciones de estabilidad de sistemas, en todos los casos la idea es la siguiente: Dado un conjunto de ecuaciones dinámicas que representan un sistema físico, intentar determinar si tal sistema se 'comporta bien' en cierto sentido concebible.

### 2.2.1. Definiciones

Considere el sistema autónomo [42]:

$$\dot{x} = f(x), \quad f : D \rightarrow \mathbb{R}^n \quad (2.14)$$

donde  $D$  es un subconjunto conectado y abierto de  $\mathbb{R}^n$ ,  $f$  es un mapa localmente Lipschitz de  $D$  en  $\mathbb{R}^n$ . Se asume que  $x = x_e$  es un punto de equilibrio de (2.14). En otras palabras,  $x_e$  es tal que:

$$f(x_e) = 0 \quad (2.15)$$

**Definición 3** El punto de equilibrio  $x = x_e$  del sistema (2.14) es estable si para cada  $\epsilon > 0$ ,  $\exists \delta = \delta(\epsilon) > 0$ .

$$\|x(0) - x_e\| < \delta \Rightarrow \|x(t) - x_e\| < \epsilon \quad \forall t \geq t_0 \quad (2.16)$$

en otro caso, el punto de equilibrio es inestable.

Esta definición incluye el siguiente concepto: se desea que la solución de (2.14) esté cerca del punto de equilibrio  $x_e$  para todo  $t > t_0$ . Para esto, se comienza por la medición de proximidad en términos de la norma  $\|\cdot\|$ , y dado que se desea que las soluciones de (2.14) se mantengan dentro de la región abierta delimitada por  $\|x(t) - x_e\| < \epsilon$ . Si este objetivo se cumple, partiendo de un estado inicial  $x(0)$  que está cerca del equilibrio  $x_e$ , es decir,  $\|x(0) - x_e\| < \delta$ , entonces el punto de equilibrio es estable (Figura 2.1).

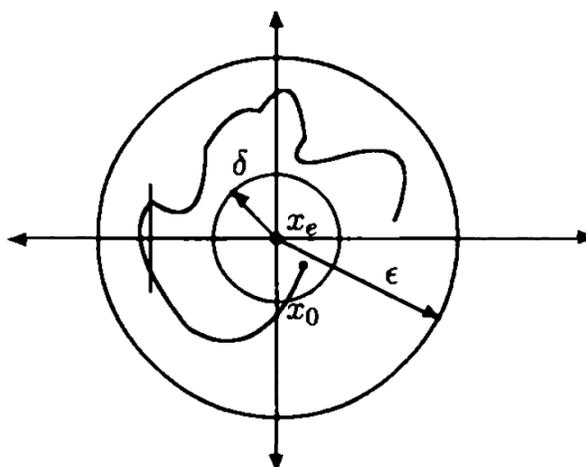


Figura 2.1. Punto de equilibrio estable.

### 2.2.2. Funciones definidas positivas

Ahora que el concepto de estabilidad se ha definido, a continuación se presenta como analizar las propiedades de estabilidad de un punto de equilibrio, éste es el centro de la teoría de estabilidad de Lyapunov, el cual es el análisis y construcción de una clase de funciones y sus derivadas a definirse sobre las trayectorias del sistema estudiado. Iniciando con la introducción de la noción de funciones definidas positivas. En la siguiente definición,  $D$  representa un subconjunto abierto de  $\mathbb{R}^n$ .

**Definición 4** Una función  $V : D \rightarrow \mathbb{R}$  se dice ser semi definida positiva en  $D$  si esta satisface las siguientes condiciones:

- (i)  $0 \in D$  y  $V(0) = 0$ ,
- (ii)  $V(x) \geq 0, \forall x \text{ en } D - \{0\}$ ,

$V : D \rightarrow \mathbb{R}$  se dice definida positiva en  $D$  si la condición (ii) es reemplazada por (ii'),

- (ii')  $V(x) > 0$  en  $D - \{0\}$ ,

Finalmente,  $V : D \rightarrow \mathbb{R}$  se dice definida negativa (semi definida) en  $D$  si  $-V$  es definida positiva (semi definida).

Las funciones definidas positivas (FDPs o PDFs por sus siglas en inglés) constituyen el bloque de construcción básico de la teoría de Lyapunov. Las PDFs pueden verse como una abstracción de la *energía total almacenada en un sistema*. Todos los teoremas de estabilidad de Lyapunov se concentran en estudiar la derivada del tiempo de una función definida positiva sobre las trayectorias de (2.14). En otras palabras, dado un sistema autónomo de la forma (2.14), primero se construye una función definida positiva  $V(x)$ , y posteriormente se estudia el valor de  $\dot{V}(x)$ , la cual está dada

por:

$$\begin{aligned}\dot{V}(x) &= \frac{dV}{dt} = \frac{\partial V}{\partial x} \frac{dx}{dt} = \nabla V \cdot f(x) \\ &= \left[ \frac{\partial V}{\partial x_1}, \frac{\partial V}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial V}{\partial x_n} \right] \begin{bmatrix} f_1(x) \\ \vdots \\ f_n(x) \end{bmatrix}\end{aligned}$$

La siguiente definición introduce una forma útil y muy común de representar esta derivada.

**Definición 5** Dada  $V : D \rightarrow \mathbb{R}$  y  $f : D \rightarrow \mathbb{R}^n$ . La derivada de Lie de  $V$  sobre  $f$ , denotada por  $L_f V$ , está definida por:

$$L_f V(x) = \frac{\partial V}{\partial x} f(x) \quad (2.17)$$

Así, de acuerdo a esta definición se tiene lo siguiente:

$$\dot{V}(x) = \frac{\partial V}{\partial x} f(x) = \nabla V \cdot f(x) = L_f V(x) \quad (2.18)$$

### 2.2.2.1. Teoremas de estabilidad

**Teorema 2** (Teorema de estabilidad de Lyapunov) dado  $x = 0$  un punto de equilibrio de  $\dot{x} = f(x)$ ,  $f : D \rightarrow \mathbb{R}^n$ , y dado  $V : D \rightarrow \mathbb{R}$  una función continuamente diferenciable tal que:

- (i)  $V(0) = 0$ ,
- (ii)  $V(x) > 0$  en  $D - \{0\}$ ,
- (iii)  $\dot{V}(x) \leq 0$ , en  $D - \{0\}$ ,

así  $x = 0$  es estable.

En otras palabras, el teorema implica que una *condición suficiente* para la estabilidad del punto de equilibrio  $x = 0$ , es que debe existir una función definida positiva diferenciable continuamente  $V(x)$ , tal que  $\dot{V}(x)$  sea negativa semi definida en una vecindad de  $x = 0$ .

**Teorema 3** (Teorema de estabilidad asintótica) Sobre las condiciones del Teorema 1, si  $V(\cdot)$  es tal que dado  $x = 0$  un punto de equilibrio de  $\dot{x} = f(x)$ ,  $f : D \rightarrow \mathbb{R}^n$ , y dado  $V : D \rightarrow \mathbb{R}$  una función continuamente diferenciable tal que:

- (i)  $V(0) = 0$ ,
- (ii)  $V(x) > 0$  en  $D - \{0\}$ ,
- (iii)  $\dot{V}(x) < 0$ , en  $D - \{0\}$ ,

así  $x = 0$  es asintóticamente estable.

En otras palabras, el teorema establece que la estabilidad asintótica se logra si las condiciones del Teorema 1 se han fortalecido al requerir que  $\dot{V}(x)$  sea definida negativa, en vez de semi definida negativa.

**Comentario:** Cuando se estudian las propiedades de estabilidad de un punto de equilibrio, el primer paso consiste en escoger una función definida positiva  $V(\cdot)$ . La búsqueda de una función definida positiva es bastante fácil, lo que puede resultar difícil es seleccionar  $V(\cdot)$ , cuya derivada a lo largo de las trayectorias cercanas del punto de equilibrio puede ser definida negativa o semi definida negativa. Por supuesto, la razón es que  $V(\cdot)$  es independiente de la dinámica de la ecuación diferencial en estudio, mientras que  $\dot{V}(\cdot)$  depende de su dinámica de una manera esencial. Por esta razón, cuando una función  $V(\cdot)$  es propuesta como posible candidata para probar alguna forma de estabilidad, tal como  $V(\cdot)$ ; se dice entonces que es una *función candidata de Lyapunov*. Si además  $\dot{V}(\cdot)$  resulta ser definida negativa, entonces  $V$  se dice que es una *función de Lyapunov* para ese punto de equilibrio en particular, [42].

## 2.3. Backstepping

Backstepping es un esquema recursivo basado en Lyapunov propuesto a inicios de 1990. Esta técnica fue abordada exhaustivamente por Krstic, Kanellapoulos and Kokotovic en [37]. La idea del backstepping es diseñar un controlador recursivamente, considerando algunas de las variables como *controles virtuales* y diseñando para ellas leyes de control intermedias. Backstepping permite lograr el objetivo de estabilización y seguimiento. La prueba de esas propiedades es una consecuencia directa del procedimiento recursivo, debido a que la función de Lyapunov es construida para el sistema completo. Para mostrar la potencialidad de la técnica Backstepping, a continuación se presenta un ejemplo.

**Ejemplo 1** Considere el siguiente sistema de tercer orden:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 + x_1^2 \\ \dot{x}_2 &= x_3 + x_2^2 \\ \dot{x}_3 &= u\end{aligned}\tag{2.19}$$

donde  $x_1, x_2, x_3$  son los estados del sistema y  $u$  es la entrada de control. El objetivo es diseñar un control de retroalimentación de estados para estabilizar asintóticamente el origen.

**Paso 1.** Iniciando con la primera ecuación de (2.19), definiendo  $z_1 = x_1$  y derivando la dinámica de la nueva coordenada, se tiene:

$$\dot{z}_1 = x_2 + x_1^2\tag{2.20}$$

donde  $x_2$  es una variable de control. Definiendo una ley de control virtual  $\alpha_1$  para (2.20), y dada  $z_2$  una variable de error que representa la diferencia entre el control actual y el control virtual de (2.20), se tiene:

$$z_2 = x_2 - \alpha_1\tag{2.21}$$

Así, en términos de la nueva variable de estado, (2.20) se puede reescribir como:

$$\dot{z}_1 = \alpha_1 + x_1^2 + z_2\tag{2.22}$$

En este paso, el objetivo es diseñar una ley de control virtual  $\alpha_1$ , de tal manera que haga que  $z_1 \rightarrow 0$ . Por lo tanto, considerese la siguiente función de Lyapunov:

$$V_1 = \frac{1}{2}z_1^2\tag{2.23}$$

derivando, se convierte en

$$\dot{V}_1 = z_1(\alpha_1 + x_1^2 + z_2) + z_1 z_2 \quad (2.24)$$

ahora se puede seleccionar un control virtual apropiado  $\alpha_1$ , la cual hace que el sistema de primer orden sea estabilizable:

$$\alpha_1 = -c_1 z_1 - x_1^2 \quad (2.25)$$

$$\dot{\alpha}_1 = -(c_1 + 2x_1)(x_2 + x_1^2) \quad (2.26)$$

donde  $c_1 > 0$ . Por lo tanto, la derivada con respecto al tiempo de  $V_1$  se convierte en:

$$\dot{V}_1 = -c_1 z_1^2 + z_1 z_2 \quad (2.27)$$

De esta forma, si  $z_2 = 0$ , entonces  $\dot{V}_1 = -c_1 z_1^2$ , con lo cual se garantiza que  $z_1$  converge a cero asintóticamente.

**Paso 2.** Se deriva la dinámica del error para  $z_2 = x_2 - \alpha_1$ , (ecuación 2.21):

$$\begin{aligned} \dot{z}_2 &= \dot{x}_2 - \dot{\alpha}_1 \\ &= x_3 + x_2^2 + (c_1 + 2x_1)(x_2 + x_1^2) \end{aligned} \quad (2.28)$$

en la cual  $x_3$  es vista como una entrada de control virtual. Definiendo una ley de control virtual  $\alpha_2$  y dada  $z_3$  una variable de error representando la diferencia entre el control actual y el control virtual:

$$z_3 = x_3 - \alpha_2 \quad (2.29)$$

así, (2.28) se convierte en:

$$\dot{z}_2 = z_3 + \alpha_2 + x_2^2 + (c_1 + 2x_1)(x_2 + x_1^2) \quad (2.30)$$

el objetivo de control es hacer que  $z_2 \rightarrow 0$ . Proponiendo una función de control de Lyapunov como la siguiente:

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2} z_2^2 \quad (2.31)$$

derivando, se convierte en:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= \dot{V}_1 + z_2 \dot{z}_2 \\ &= -c_1 z_1^2 + z_1 z_2 + z_2(z_3 + \alpha_2 + x_2^2 + (c_1 + 2x_1)(x_2 + x_1^2)) \\ &= -c_1 z_1^2 + z_2(\alpha_2 + z_1 + x_2^2 + (c_1 + 2x_1)(x_2 + x_1^2)) + z_2 z_3 \end{aligned} \quad (2.32)$$

ahora se puede seleccionar un control virtual apropiado  $\alpha_2$  para cancelar algunos términos relacionados con  $z_1$ ,  $x_1$  y  $x_2$ , mientras que el término que involucra a  $z_3$  aún no puede removerse.

$$\alpha_2 = -z_1 - c_2 z_2 - x_2^2 - (c_1 + 2x_1)(x_2 + x_1^2) \quad (2.33)$$

donde  $c_2 > 0$ . Por lo que la derivada de  $V_2$  con respecto al tiempo se convierte en

$$\dot{V}_2 = -c_1 z_1^2 - c_2 z_2 + z_2 z_3 = -\sum_{i=1}^2 c_i z_i^2 + z_2 z_3 \quad (2.34)$$

así, si  $z_3 = 0$  entonces  $\dot{V}_2 = -\sum_{i=1}^2 c_i z_i^2$ , con lo que se garantiza que  $z_1$  y  $z_2$  convergen a cero asintóticamente.

**Paso 3.** Procediendo con la última ecuación de (2.19), se deriva la dinámica del error para  $z_3 = x_3 - \alpha_2$ .

$$\dot{z}_3 = u - \frac{\partial \alpha_2}{\partial x_1} \dot{x}_1 - \frac{\partial \alpha_2}{\partial x_2} \dot{x}_2 \quad (2.35)$$

$$\dot{z}_3 = u - \frac{\partial \alpha_2}{\partial x_1} (x_2 + x_1^2) - \frac{\partial \alpha_2}{\partial x_2} (x_3 + x_2^2) \quad (2.36)$$

en esta ecuación la entrada de control actual  $u$  finalmente aparece, el objetivo es diseñar la entrada de control actual  $u$  tal que  $z_1$ ,  $z_2$  y  $z_3$  convergan a cero. Escogiendo una función de Lyapunov  $V_3$  como:

$$V_3 = V_2 + \frac{1}{2} z_3^2 \quad (2.37)$$

su derivada con respecto al tiempo está dada por:

$$\dot{V}_3 = -\sum_{i=1}^2 c_i z_i^2 + z_3 \dot{z}_3 \quad (2.38)$$

$$\dot{V}_3 = -\sum_{i=1}^2 c_i z_i^2 + z_3 \left( u + z_2 - \frac{\partial \alpha_2}{\partial x_1} (x_2 + x_1^2) - \frac{\partial \alpha_2}{\partial x_2} (x_3 + x_2^2) \right) \quad (2.39)$$

finalmente se está en posibilidades de diseñar el control  $u$  que haga que  $\dot{V}_3 \leq 0$ , como sigue:

$$u = -z_2 - c_3 z_3 + \frac{\partial \alpha_2}{\partial x_1} (x_2 + x_1^2) + \frac{\partial \alpha_2}{\partial x_2} (x_3 + x_2^2) \quad (2.40)$$

donde  $c_3 > 0$ . De esta forma, la derivada de la función de Lyapunov  $V_3$  queda como:

$$\dot{V}_3 = -\sum_{i=1}^3 c_i z_i^2 \quad (2.41)$$

De esta forma, por el teorema de Lasalle se garantiza la acotación uniforme global de  $z_1$ ,  $z_2$  y  $z_3$ , lo que implica que  $z_1, z_2, z_3 \rightarrow 0$  como  $t \rightarrow \infty$ . Dado que  $x_1 = z_1 + \alpha_1$  también es acotada y el  $\lim_{t \rightarrow \infty} x_1 = 0$ . El acotamiento de  $x_2$  se desprende del acotamiento de  $\alpha_1$  en (2.25) y en el hecho de que  $x_2 = z_2 + \alpha_1$ . Similarmente, el acotamiento de  $x_3$  se deduce entonces de la acotación de  $\alpha_2$  en (2.33) y el hecho de que  $x_3 = z_3 + \alpha_2$ . Combinando esto con (2.40), se concluye que el control  $u(t)$  también es acotado [42], [37].

Ésta técnica de control es utilizada para controlar la velocidad angular del sistema convertidor de cd-cd, su diseño se presenta en el capítulo 4.

## 2.4. Pasividad

Para introducir la noción de pasividad [42], es conveniente revisar antes algunos conocimientos de circuitos eléctricos para poder estudiar con mayor facilidad el concepto de pasividad. Recordando

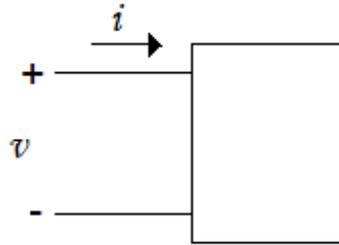


Figura 2.2. Red pasiva básica.

los principios de física se define a la potencia como la velocidad a la cual la energía es gastada o consumida:

$$p(t) = \frac{d\omega(t)}{dt} \quad (2.42)$$

donde:

$$\begin{aligned} p(\cdot) &: \text{Potencia} \\ \omega(\cdot) &: \text{Energía} \\ t &: \text{Tiempo} \end{aligned}$$

así,

$$\omega(t) = \int_{t_0}^t p(t) dt \quad (2.43)$$

Considerando un elemento de circuito básico, representado como una caja negra, Figura 2.2. El voltaje en las terminales de la caja denotado por  $v$ , y la corriente en el elemento del circuito denotado por  $i$ . La asignación de la referencia de polaridad para el voltaje y la referencia de la dirección de la corriente es completamente arbitraria. Por lo que se tiene,

$$p(t) = v(t)i(t) \quad (2.44)$$

así, la energía absorbida por el circuito en el tiempo  $t$  es:

$$\omega(t) = \int_{-\infty}^t v(t)i(t) dt = \int_{-\infty}^0 v(t)i(t) dt + \int_0^t v(t)i(t) dt \quad (2.45)$$

El primer término del lado derecho de la ecuación (2.45) representa el efecto de las condiciones iniciales diferentes de cero en los elementos del circuito. Con la convención del signo indicado, se tiene

- (i) Si  $\omega(t) > 0$ , la caja absorbe energía (por ejemplo: un resistor)
- (ii) Si  $\omega(t) < 0$ , la caja entrega energía (por ejemplo, una batería con voltaje negativo con respecto a la polaridad indicada en la Figura 2.2).

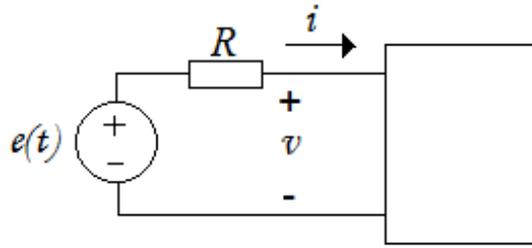


Figura 2.3. Red pasiva con un elemento de circuito pasivo.

En teoría de circuitos, los elementos que no generan su propia energía son llamados pasivos, es decir, un elemento de circuito es pasivo si:

$$\int_{-\infty}^t v(t)i(t)dt \geq 0 \quad (2.46)$$

Los resistores, capacitores e inductores satisfacen esta condición, por lo que también son llamados *elementos pasivos*.

En la Figura 2.3, se muestra un circuito eléctrico donde se asume que la caja negra contiene un elemento de circuito pasivo (lineal o no). Usando la Ley de Voltaje de Kirchhoff, se tiene:

$$e(t) = i(t)R + v(t)$$

Assumiendo que la fuente de voltaje  $e(t)$ , es una fuente de energía finita dada por:

$$\int_0^T e^2(t)dt < \infty$$

se tiene:

$$\begin{aligned} \int_0^T e^2(t)dt &= \int_0^T (i(t)R + v(t))^2 dt \\ &= R^2 \int_0^T i^2(t) + 2R \int_0^T i(t)v(t)dt + \int_0^T v^2(t)dt \end{aligned}$$

y debido a que la caja negra es pasiva,  $\int_0^T i(t)v(t)dt > 0$ . Se obtiene lo siguiente:

$$\int_0^T e^2(t)dt \geq R^2 \int_0^T i^2(t) + \int_0^T v^2(t)dt$$

Además, dado que el voltaje aplicado es tal que  $\int_0^\infty e^2(t)dt < \infty$ , se puede tomar los límites cuando  $T \rightarrow \infty$  en ambos lados de la desigualdad, lo que resulta:

$$R^2 \int_0^\infty i^2(t) + \int_0^\infty v^2(t)dt \leq \int_0^\infty e^2(t)dt < \infty$$

lo cual implica que tanto  $i$  como  $v$  tienen energía finita. Esto indica que la energía en estas dos variables puede controlarse con la fuente de alimentación  $e(t)$ , y en éste sentido se puede decir que la red o el circuito es *bien comportado*.

**Definición 6** (*Pasividad*) Un sistema  $H : \chi_e \rightarrow \chi_e$  se dice que es pasivo si:

$$(u, Hu)_T \geq \beta, \quad \forall u \in \chi_e, \quad \forall T \in \mathbb{R}^+ \quad (2.47)$$

**Definición 7** (*Pasividad estricta*) Un sistema  $H : \chi_e \rightarrow \chi_e$  se dice que es estrictamente pasiva si existe  $\delta > 0$  tal que:

$$(u, Hu)_T \geq \delta \|u_T\|_{\chi}^2 + \beta, \quad \forall u \in \chi_e, \quad \forall T \in \mathbb{R}^+ \quad (2.48)$$

La constante  $\beta$  en las dos definiciones 4 y 5 es un término de *sesgo* (bias), incluido para considerar el posible efecto de la energía almacenada inicialmente en el sistema en  $t = 0$ . La definición 5 establece sólo una cantidad finita de energía, almacenada inicialmente en el tiempo  $t = 0$ , que puede extraerse de un sistema pasivo. Para enfatizar estas ideas, a continuación se revisa el ejemplo del circuito anterior.

**Ejemplo 2** Consideremos nuevamente la red de la Figura 2.2. Para analizar esta red como un sistema abstracto con entrada  $u$  y salida  $y = Hu$ , se define lo siguiente:

$$\begin{aligned} u &= v(t) \\ y &= Hu = i(t) \end{aligned}$$

de acuerdo a la definición 5, la red es pasiva si y solo si:

$$(x, Hx)_T = (v(t), i(t)) \geq \beta \quad (2.49)$$

Elijiendo el producto interno para ser el producto interno en  $L_2$ , la última desigualdad es equivalente a la siguiente:

$$\int_0^T x(t)y(t)dt = \int_0^T v(t)i(t)dt \geq \beta, \quad \forall u \in \chi_e, \quad \forall T \in \mathbb{R}$$

De la ecuación (2.45) se sabe que la energía total absorbida por la red en el tiempo  $t$  es:

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^t v(t)i(t)dt &= \int_0^t v(t)i(t)dt + \int_{-\infty}^0 v(t)i(t)dt \\ &= (v(t), i(t))_T + \int_{-\infty}^0 v(t)i(t)dt \end{aligned}$$

Por lo tanto, de acuerdo a la definición 2.43, la red es pasiva si y solo si:

$$(v(t), i(t))_T \geq \beta \stackrel{def}{=} - \int_{-\infty}^0 v(t)i(t)dt$$

Ésta técnica de control es utilizada para controlar la velocidad angular del sistema convertidor de ca-cd, su diseño se presenta en el capítulo 4.

## 2.5. Observadores de estado

### 2.5.1. Estimador algebraico

El método algebraico es una técnica de estimación en línea, no asintótica cuya fundamentación se encuentra sustentada en la teoría de módulos y cálculo operacional cuando tratamos con sistemas lineales y necesariamente en el álgebra diferencial cuando se trata con sistemas no lineales (véase [54]). La metodología algebraica para la identificación de parámetros requiere de un conocimiento preciso del modelo de la planta.

El problema de identificación con esta técnica puede resolverse para el caso lineal en los siguientes dos casos [55]:

- El conjunto de parámetros desconocidos  $\Theta = (\theta_1, \dots, \theta_m)$  es *linealmente identificable*, es decir, puede construirse un sistema lineal de ecuaciones tal que permita obtener el valor estimado de los parámetros desconocidos, esto es:

$$P \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \vdots \\ \theta_m \end{bmatrix} = Q$$

donde  $P$  es una matriz de dimensión  $m \times m$  y  $Q$  un vector de  $m \times 1$ , cuyas entradas son principalmente convoluciones de expresiones polinómicas en el tiempo que involucran a  $u(t)$  y  $y(t)$ .

- El conjunto de parámetros desconocidos  $\Theta = (\theta_1, \dots, \theta_m)$  es *débil-linealmente identificable*, si existe un conjunto de parámetros desconocidos  $\Theta' = (\theta'_1, \dots, \theta'_r)$ , que son funciones no lineales de los parámetros originales  $\Theta$ , tales que  $\Theta'$  es linealmente identificable.

El método algebraico puede hacer frente a dos tipos de perturbaciones, los cuales son:

1. *Perturbaciones estructuradas*: son aquellas que satisfacen ecuaciones diferenciales lineales variantes en el tiempo y que pueden ser nulificadas a través de un operador diferencial lineal apropiado (derivada algebraica de orden apropiado), donde este operador es un aniquilador de la perturbación estructurada. Ejemplo de estas perturbaciones son las condiciones iniciales del sistema (las cuales se comportan como constantes) y las perturbaciones exógenas polinomiales de orden finito.
2. *Perturbaciones no estructuradas*: son ruido que es visto como señales altamente fluctuantes u oscilatorias, las cuales pueden ser atenuadas a través de filtros pasa bajas, como integrales en el tiempo iteradas. Una función altamente fluctuante de media cero es definida como aquella que su integral sobre un intervalo de tiempo finito es infinitesimal, en otras palabras muy pequeña. Una aproximación de este tipo de señales perturbantes es el ruido generado dentro de una computadora y que para fines de estudio en simulación es introducido a la planta y en la medición de la salida.

#### 2.5.1.1. Método algebraico en el dominio de la frecuencia

Los pasos del método algebraico para la obtención de un parámetro en el dominio de la frecuencia son los siguientes:

1. El modelo lineal debe ser expresado en el dominio de la frecuencia utilizando la transformada de Laplace. En los casos donde se considere que existe alguna perturbación en la planta, ésta será aproximada por un polinomio en  $t$ , de tal manera que también pueda ser representada en el dominio de la frecuencia.
2. Realizar una manipulación algebraica para desaparecer divisiones por términos de  $s$ , de tal manera que al final exista una expresión polinomial en potencias positivas de  $s$  cuyos coeficientes son los parámetros lineal o débil-linealmente identificables.
3. Teniendo en cuenta que  $n_s$  es la potencia máxima positiva del polinomio en  $s$  de la expresión resultante del paso 2, se debe derivar entonces  $n_s$  veces respecto de  $s$ , a fin de eliminar las condiciones iniciales del sistema y las perturbaciones aproximadas mediante polinomios en  $t$ .
4. Transformar la representación polinomial en potencias negativas multiplicando por  $s^{-n_s}$ . Con esto se evita tener las derivadas en el dominio del tiempo de las variables en la expresión.
5. Retornar la expresión final al dominio del tiempo. Esta última expresión puede ser utilizada para construir un sistema de ecuaciones. A través del método de determinantes podemos encontrar expresiones racionales de los estimadores de cada parámetro y calcular en línea el valor estimado.

En el presente trabajo de investigación, éste método algebraico es utilizado para la estimación del par de carga aplicado al eje del motor para el sistema convertidor ca-cd, su diseño se presenta en el capítulo 5.

### 2.5.2. Observador proporcional de orden reducido

En esta subsección se presenta una técnica algebraica diferencial alternativa para la identificación de una cierta clase de sistemas continuos variantes con el tiempo [82], [88], [89] y [90].

#### 2.5.2.1. Planteamiento del problema

Considere el sistema lineal variante con el tiempo descrito por las siguientes ecuaciones [83]:

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= A(\theta(t))x(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) + Du\end{aligned}\tag{2.50}$$

donde:

$x(t) \in \mathbb{R}^n$  es el vector de estados;

$\theta(t) \in \mathbb{R}^{n_p}$  es el vector de parámetros desconocidos, posiblemente dependiente del tiempo;

$u(t) \in \mathbb{R}^m$  es el vector de entradas;

$y(t) \in \mathbb{R}^p$  es el vector de salidas;

$A, B, C$  y  $D$  son matrices de tamaño apropiado.

El problema de identificación consiste en determinar el vector de parámetros  $\theta(t)$ . El parámetro desconocido del sistema puede incluirse en una nueva variable  $\eta(x, \theta)$ , de esta manera el sistema aumentado queda de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= A(\theta(t))x(t) + Bu(t) \\ \dot{\eta}(x, \theta) &= \Omega(x(t), \theta(t)) \\ y(t) &= Cx(t) + Du\end{aligned}\tag{2.51}$$

donde  $\Omega(x(t), \theta(t))$  es una función desconocida. El problema ahora es *observar* la variable  $\eta(x, \theta)$ , y una vez que ésta es conocida, determinar el valor de  $\theta$ . En este punto, es necesario imponer ciertas condiciones sobre  $\eta(x, \theta)$  y sobre  $\Omega(x(t), \theta(t))$ .

Suponer que las siguientes hipótesis (H) se cumplen:

**H1:**  $\eta(x)$  es algebraicamente observable sobre  $k \langle u, y \rangle$ .

**H2:**  $\psi(x, \Theta)$  es una función Lipschitz en  $\mathbb{R}^n$ .

La dinámica del parámetro desconocido es la siguiente:

$$\dot{\eta}(x) = \Omega(x(t), \theta(t))\tag{2.52}$$

Debido a que el término  $\Omega(x(t), \theta(t))$  es desconocido, un observador de estructura típica no se puede construir, por lo tanto se propone un observador de orden reducido para estimar las variables  $\eta(x, \theta)$ , así una vez que éste se conoce, se determina el valor de  $\theta$ .

### 2.5.2.2. Síntesis del observador

La siguiente declaración describe la construcción de un observador de orden reducido proporcional para el sistema (2.52), el cual es algebraicamente observable.

**Lema 4** *El sistema (ver [3])*

$$\dot{\hat{\eta}} = k(\eta - \hat{\eta})\tag{2.53}$$

*es un observador de orden reducido asintótico para el sistema (2.52), donde  $\hat{\eta}$  denota el estimado de  $\eta$ ,  $k \in \mathbb{R}^+$  determina la tasa de convergencia deseada del observador. Si las siguientes suposiciones son cumplidas.*

**H3:**  $\Omega(x(t), \theta(t))$  es acotada, es decir  $\|\Omega(x(t), \theta(t))\| \leq M, 0 < M < \infty$ .

**H4:** Existen dos constantes  $\rho, \alpha > 0$ , tal que:

$$\|e^{Kt}\varepsilon(t)\| \leq \alpha e^{-\rho t} \|\varepsilon(t)\|$$

**Prueba.** Definiendo la dinámica del error  $\varepsilon(t)$  puede expresarse como

$$\varepsilon(t) \triangleq \eta(x(t), \theta) - \hat{\eta}(x(t), \theta)$$

esto produce a la dinámica no lineal del error de estimación dada por:

$$\dot{\varepsilon}(t) = K\varepsilon(t) - \Omega(x, \theta)$$

resolviendo ésta ecuación se tiene:

$$\varepsilon(t) = e^{Kt}\varepsilon_0(t) + \int_0^t e^{K(t-\tau)}\Omega(\tau)d\tau$$

se puede ver que  $\varepsilon(t)$  es acotado si la integral es acotada. Para que esto suceda se requiere que:

$$\|\Omega(\tau)\| < M < \infty, \quad \forall \tau > 0, M > 0$$

utilizando la desigualdad de Schwarz se obtiene:

$$\|\varepsilon(t)\| \leq \|\alpha e^{-\rho t}\varepsilon_0(t)\| + \left\| \frac{\alpha M}{\rho} [1 - e^{-\rho t}] \right\|$$

y al aplicar el límite cuando  $t \rightarrow \infty$ , se encuentra un acotamiento para el error de estimación:

$$\|\varepsilon(t)\| \leq \frac{\alpha M}{\rho}$$

■

**Corolario 5** *El sistema dinámico (2.53) junto con*

$$\dot{\psi} = \varsigma(\psi, x)$$

*constituye un observador de orden reducido proporcional para el sistema (2.51), donde  $\psi$  es un cambio de variable la cual depende del estimado  $\hat{\eta}$  y de las variables de estado.*

### 2.5.2.3. Metodología propuesta para el observador proporcional de orden reducido

Paso 1. Dado el modelo de la planta dado por (2.50), el sistema se aumenta en la forma (2.51), donde se asume que  $\eta(x(t), \theta)$  y  $\Omega(x(t), \theta(t))$  satisfacen la hipótesis H1 y H3 respectivamente.

Paso 2. Proponer un observador de orden reducido de la forma (2.53) para estimar  $\eta$ . Observar que la ecuación dinámica para  $\hat{\eta}(x(t), \theta)$  depende de las derivadas de la salida  $y(t)$  del sistema.

Paso 3. Proponer una función  $\psi(y(t), y^{(1)}(t), \dots, y^{(j)}(t), \hat{\eta}(x, \theta))$  tal que ésta satisface H2 y cancele todas las derivadas de  $y(t)$ . Esto conduce a una ecuación diferencial en  $\psi$  que tiene una solución.

Paso 4. Sustituir la solución  $\psi(t)$  en la ecuación de  $\hat{\eta}(x(t), \theta)$ .

Paso 5. Resolver para  $\theta$ .

En el presente trabajo de investigación, éste observador de orden reducido es utilizado para la estimación del par de carga aplicado al eje del motor para el sistema convertidor ca-cd, su diseño se presenta en el capítulo 5.

### 2.5.3. Observador PIG

Considere el siguiente sistema no lineal, perturbado y suave de una entrada y una salida [58]:

$$y^{(n)} = \psi(t, y, \dot{y}, \dots, y^{(n-1)}) + \phi(t, y)u + \zeta(t) \quad (2.54)$$

El sistema no perturbado ( $\zeta \equiv 0$ ) es *diferencialmente plano*, dado que todas las variables del sistema, incluyendo  $u$ , se pueden expresar en términos de funciones diferenciales de la salida plana  $y$ , es decir, funciones de  $y$  y de un número finito de sus derivadas temporales.

Se supone que la perturbación exógena  $\zeta(t)$ , es uniformemente, absolutamente acotada, es decir, es una función escalar  $L_\infty$ . En forma similar, se supone que para todas las soluciones acotadas,  $y(t)$  de (2.54), obtenidas por medio de entradas de control  $u$ , suficientemente suaves y acotadas uniformemente, la perturbación endógena  $\psi(t, y, \dot{y}, \dots, y^{(n-1)})$ , vista como una señal variante en el tiempo, es uniformemente, absolutamente acotada.

También se supone que la función no lineal de ganancia  $\phi(t, y(t))$  es  $L_\infty$  y suficientemente alejada de cero, es decir, existe una constante estrictamente positiva  $\mu$ , tal que:

$$\inf_t |\phi(t, y(t))| \geq \mu > 0 \quad (2.55)$$

para todas las soluciones acotadas y suaves  $y(t)$ , de (2.54) obtenidas mediante una entrada suave y acotada de la señal del control  $u$ . Esta suposición es natural para evadir las singularidades de la ganancia de entrada y la falta de controlabilidad temporal del sistema.

Dada una trayectoria de referencia  $y^*(t)$ , para la salida plana  $y(t)$  tal que (2.55) es válida, se propone una ley de control lineal para (2.54) de tal forma que tenga una convergencia suficientemente cercana de la salida plana  $y(t)$ , hacia la señal de referencia  $y^*(t)$ , a pesar de los efectos de la perturbación endógena desconocida  $\psi(t, y(t), \dot{y}(t), \dots, y^{(n-1)})$  y de la entrada de la perturbación exógena,  $\zeta(t)$ . La convergencia aproximada a que se refiere implica que el error de seguimiento  $e(t) = y(t) - y^*(t)$ , y sus primeras  $n$  derivadas con respecto al tiempo, convergen asintóticamente en forma predominantemente exponencial, a una vecindad tan pequeña como se requiera del origen en el espacio de fases del error de seguimiento.

Lo anterior se puede llevar a cabo en un contexto totalmente lineal si se considera el modelo no lineal en (2.54) como un sistema *lineal* perturbado, como el siguiente.

$$y^{(n)} = v + \varphi(t) \quad (2.56)$$

donde  $v = \phi(t, y)u$  es perfectamente conocida y  $\varphi(t) = \psi(t, y(t), \dot{y}(t), \dots, y^{(n-1)}) + \zeta(t)$  es una función del tiempo completamente desconocida pero uniformemente, absolutamente, acotada.

Considerando el siguiente resultado preliminar:

**Proposición 6** *La función de perturbaciones desconocidas  $\varphi(t)$ , en la dinámica simplificada del sistema en (2.56), es algebraicamente observable.*

*Demostración.* La prueba de este hecho es inmediata después de escribir (2.56) como:

$$\varphi(t) = y^{(n)} - v = y^{(n)} - \phi(t, y)u \quad (2.57)$$

es decir,  $\varphi(t)$  puede expresarse en términos de la entrada de control  $u$ , de la salida  $y$ , y de un número finito de sus derivadas. Por lo tanto,  $\varphi(t)$  es algebraicamente observable.

Esto significa que si  $\varphi(t)$  se puede expresar mediante un modelo polinomial aproximado, formalmente válido tan solo localmente, pero sobre el cual puede imponerse una *actualización automática*, pudiéndose lograr entonces una estimación uniformemente aproximada de  $\varphi(t)$ , mediante un observador lineal. El modelo polinomial de la perturbación  $\varphi(t)$ , está descrito por una ecuación diferencial lineal homogénea cuyo orden excede, al menos en una unidad al grado del polinomio que por hipótesis aproxima dicha perturbación.

Se supone que la entrada de perturbación  $\varphi(t)$ , puede modelarse localmente como un polinomio en el tiempo, o un polinomio de Taylor  $z_1$ , de grado  $p - 1$  más un término residual  $r(t)$  como se muestra:

$$\varphi(t) = z_1 + r(t) = a_0 + a_1 t + \dots + a_{p-1} t^{p-1} + r(t), \forall t \quad (2.58)$$

Decimos que  $z_1$  define una familia de polinomios de Taylor de grado  $p - 1$  a coeficientes reales arbitrarios. Se considera a  $z_1$  como el *modelo interno* de la perturbación aditiva desconocida representado localmente por  $z_1^{(p)} = 0$ .

El modelo de la perturbación adquiere la característica de ser de actualización automática cuando se incorpora como parte de un observador lineal asintótico cuyo error de estimación es forzado a converger, uniformemente a una pequeña vecindad de cero. En consecuencia, podemos suponer de manera confiable que la función residual  $r(t)$ , y sus derivadas con respecto al tiempo  $r^{(p)}(t)$ , se tornan uniformemente absolutamente acotadas y son de actualización automática. Para precisar esto, designamos mediante  $y_j$ , a una estimación de  $y^{(j-1)}$  para  $j = 1, \dots, n$ . Se tiene el siguiente resultado:

**Teorema 7** *El control basado en un observador GPI:*

$$\begin{aligned}
 u &= \frac{1}{\phi(t, y)} \left[ [y^*(t)]^{(n)} - \sum_{j=0}^{n-1} (k_j [y_{j+1} - (y^*(t))^{(j)}]) - \hat{\varphi}(t) \right] & (2.59) \\
 \hat{\varphi}(t) &= z_1 \\
 \dot{y}_1 &= y_2 + \lambda_{p+n-1}(y - y_1) \\
 \dot{y}_2 &= y_3 + \lambda_{p+n-2}(y - y_1) \\
 &\vdots \\
 \dot{y}_n &= v + z_1 + \lambda_p(y - y_1) \\
 \dot{z}_1 &= z_2 + \lambda_{p-1}(y - y_1) \\
 &\vdots \\
 \dot{z}_{p-1} &= z_p + \lambda_1(y - y_1) \\
 \dot{z}_p &= \lambda_0(y - y_1)
 \end{aligned}$$

lleva el error de seguimiento de las variables de fase  $e_y^{(k)} = y^{(k)} - [y^*(t)]^{(k)}$ ,  $k = 0, 1, \dots, n - 1$ , asintóticamente y exponencialmente a una vecindad suficientemente pequeña del origen en el espacio de estados del error de seguimiento. La vecindad puede ser tan pequeña como se desee de acuerdo a una selección apropiada de los parámetros de ganancia del controlador  $\{k_0, \dots, k_{n-1}\}$ . Más aún, los errores de estimación de las variables de fase de la perturbación, convergen asintóticamente y exponencialmente, a una vecindad pequeña del origen del error de reconstrucción del estado, la cual puede ser suficientemente pequeña gracias a la selección adecuada de los parámetros  $\{\lambda_0, \dots, \lambda_{p+n-1}\}$ .

El observador GPI propuesto en (2.59) es un observador de alta ganancia, el cual está propenso a exhibir fenómenos de picos impulsivos, o sobre-picos, en el momento inicial [58]. Se puede habilitar de manera gradual y conveniente la inyección al controlador de las estimaciones generadas por el observador, a fin de evitar los efectos de estos comportamientos impulsivos. Igualmente, y dado que el controlador propuesto tiene características de alta ganancia, se puede disminuir a cero la amplitud de la señal de referencia de salida en el instante inicial y gradualmente liberarla, o habilitarla, hasta su valor total. Esto se logra por medio de una función suave que sirve de factor de interpolación, o de saturación, entre el valor inicial: cero, y el valor final: la unidad, durante un período de tiempo pequeño,  $[0, \epsilon]$ . En lo sucesivo, designamos estas funciones suaves de habilitación mediante

$sf(t) \in [0, 1]$  y las definimos de la siguiente manera, (no única):

$$sf(t) = \begin{cases} 1 & \text{para } t > \epsilon \\ \text{sen}^q\left(\frac{\pi t}{2\epsilon}\right) & \text{para } t \leq \epsilon \end{cases} \quad (2.60)$$

donde  $q$  es una constante, par, positiva, que se selecciona arbitrariamente.



## Capítulo 3

# Modelos promedio de los convertidores ca-cd y cd-cd

En este capítulo se presentan los modelos dinámicos promedio de los convertidores ca-cd y cd-cd, acoplados cada uno al motor de cd de imanes permanentes. Cabe mencionar que ambos sistemas contemplan la dinámica del convertidor, y no solamente se modela la dinámica del motor de cd a controlar. La importancia de modelar la dinámica del convertidor acoplado al motor de cd, radica en que al omitirla en el diseño del controlador puede conducir a un drástico deterioro del desempeño en lazo cerrado del sistema completo (ver [50]).

### 3.1. Modelo promedio del convertidor ca-cd/motor cd

En la Figura 3.1 se presenta el circuito eléctrico del sistema convertidor ca-cd motor de cd de imanes permanentes, tipo boost. Con base en el circuito eléctrico de la Figura 3.1, aplicando

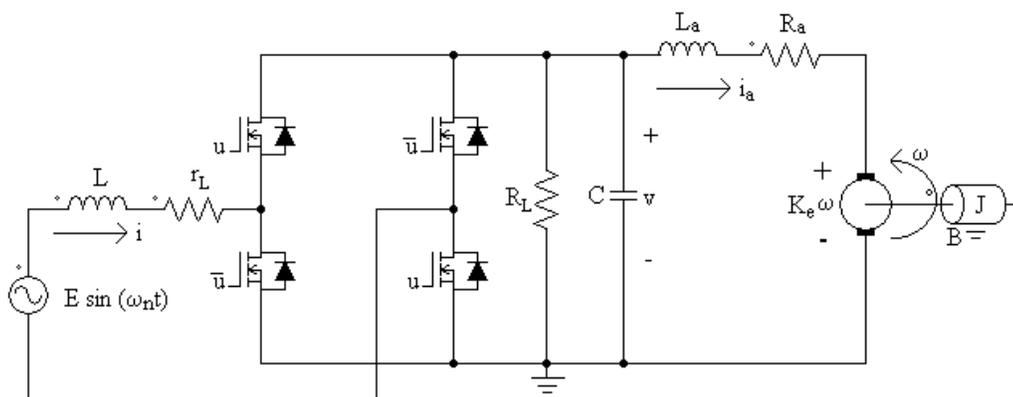


Figura 3.1. Sistema convertidor rectificador ca-cd-motor de cd, tipo boost.

las leyes de Kirchhoff y la segunda ley de Newton, se obtiene el siguiente modelo dinámico del

convertidor:

$$\begin{aligned}
L \frac{di}{dt} &= -r_L i - vu + E \operatorname{sen}(\omega_n t) \\
C \frac{dv}{dt} &= iu - \left( \frac{1}{R_L} \right) v - i_a \\
L_a \frac{di_a}{dt} &= v - R_a i_a - K_e \omega \\
J \frac{d\omega}{dt} &= K_t i_a - B\omega - \tau_L
\end{aligned} \tag{3.1}$$

donde  $i$  es la corriente del inductor,  $v$  es el voltage de salida del rectificador y  $u$  es la función de posición del interruptor tomando valores en el conjunto discreto  $\{-1, 1\}$ ,  $i_a$  es la corriente de armadura y  $\omega$  representa la velocidad angular del motor. Se considera que los valores de las ganancias de  $K_e$  y  $K_t$  son iguales y de aquí en adelante son representadas por  $K$ , lo anterior se debe a la conservación de energía (la potencia absorbida por la f.e.m. es convertida a potencia mecánica, ver [71]). La resistencia de línea considerada en el circuito tiene un valor pequeño.

Para poder representar el modelo anterior (3.1) como un *modelo promedio*, se reemplaza la entrada de control  $u$  por la entrada de control promedio definida en el intervalo cerrado  $[-1, 1]$  de la línea real. En otras palabras, se considera que las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned}
L \frac{dI}{dt} &= -r_L I - V u_{av} + E \operatorname{sen}(\omega_n t) \\
C \frac{dV}{dt} &= I u_{av} - \left( \frac{1}{R_L} \right) V - I_a \\
L_a \frac{dI_a}{dt} &= V - R_a I_a - K \Omega \\
J \frac{d\Omega}{dt} &= K I_a - B \Omega - \tau_L
\end{aligned} \tag{3.2}$$

son el modelo promedio del sistema original (3.1), tomando a  $u_{av}$  como una señal continua escalar que toma valores en el intervalo  $[-1, 1]$ .

El diseño del controlador para el convertidor ca-cd, se presenta en el Capítulo cuatro.

### 3.1.1. Condiciones de solución

El segundo objetivo de control del convertidor ca-cd, para cumplirse requiere que se determine una amplitud constante  $A$ . En la presente subsección se muestra como se obtiene dicha constante.

Considerando la energía almacenada promedio total del sistema (3.2):

$$H = \frac{1}{2} L i^2 + \frac{1}{2} C v^2 + \frac{1}{2} L_a i_a^2 + \frac{1}{2} J \Omega^2 \tag{3.3}$$

La potencia total está dada por la derivada con respecto al tiempo de  $H$ , es decir:

$$\frac{dH}{dt} = \langle I E \operatorname{sen}(\omega_n t) \rangle - \left( r_L I^2 + \frac{V^2}{R_L} + R_a I_a^2 + B \Omega^2 + \tau_L \Omega \right) \tag{3.4}$$

donde el primer término representa la potencia de entrada y el segundo término corresponde a la potencia entregada a la carga. El valor en estado estable de la componente de cd de la potencia

total, debe *balancearse a cero* debido a que el sistema *no tiene pérdidas*. Por lo tanto, se tiene la siguiente condición de equilibrio de potencia en estado estable:

$$\langle \bar{I}E \text{sen}(\omega_n t) \rangle_{cd} = \left\langle r_L \bar{I}^2 + \frac{\bar{V}^2}{R_L} + R_a \bar{I}_a^2 + B \bar{\Omega}^2 + \tau_L \bar{\Omega} \right\rangle_{cd} \quad (3.5)$$

en la cual, el *guión* usado sobre las variables denota el valor en estado estable de la variable involucrada. Utilizando el valor de la velocidad angular deseada  $\langle \bar{\Omega} \rangle_{cd} = \Omega_d$  como el valor en estado estable, se obtiene la siguiente relación:

$$\begin{aligned} \langle AE \text{sen}^2(\omega_n t) \rangle_{cd} &= \langle r_L A^2 \text{sen}^2(\omega_n t) \rangle_{cd} \\ &+ \frac{(R_a B \Omega_d + R_a \tau_L + K^2 \Omega_d)^2}{K^2 R_L} \\ &+ \frac{R_a (B \Omega_d + \tau_L)^2}{K^2} + B \Omega_d^2 + \tau_L \Omega_d \end{aligned}$$

es claro ver que:

$$\begin{aligned} A_{1,2}(\Omega_d, \tau_L) &= \left( \frac{E}{2r_L} \right) \pm \sqrt{\rho} \quad (3.6) \\ \rho &= \frac{E^2 K^2 R_L - \varphi}{4r_L^2 K^2 R_L} \\ \varphi &= 8r_L [v^2 + R_L v (B \Omega_d + \tau_L)] \\ v &= R_a B \Omega_d + R_a \tau_L + K^2 \Omega_d \quad (3.7) \end{aligned}$$

De la ecuación (3.6), se toma la expresión con el signo menos, es decir  $A_2$ , con el fin de obtener el valor más pequeño de la amplitud  $A$  de la corriente de línea promedio:

$$A_2 = \frac{E}{2r_L} - \sqrt{\rho} \quad (3.8)$$

Observar que si se toma como solución a  $A_1$ :

$$A_1 = \frac{E}{2r_L} + \sqrt{\rho} \quad (3.9)$$

y se reemplaza  $\Omega_d = 0$  y  $\tau_L = 0$  en la variable  $\rho$  de la ecuación (3.6), se tiene:

$$\begin{aligned} A_1 &= \frac{E}{2r_L} + \frac{E}{2r_L} \\ &= \frac{E}{r_L} \gg 0 \quad (3.10) \end{aligned}$$

entonces dado que la resistencia de la línea de la fuente  $r_L$ , satisface  $r_L \ll 1$ , esto provocaría que la amplitud  $A$  de la corriente de entrada resultante, sea muy grande para ser la corriente de entrada deseada, ésto cuando la velocidad angular deseada así como el par de carga en el motor sean igual a 0. Por lo tanto, no se puede seleccionar una corriente de entrada deseada con amplitud considerable para una referencia de velocidad cero y ausencia de par de carga en el eje del motor. Esta relación incidentalmente exige que para tener una amplitud real, las siguientes dos restricciones en relación

con la componente de velocidad angular promedio deseada  $\Omega_d$  y el parámetro de par de carga  $\tau_L$  deben satisfacerse. La primera condición es que si  $\tau_L = 0$ , entonces:

$$\Omega_d < \sqrt{\frac{E^2 K^2 R_L}{8r_L \sigma}}$$

$$\sigma = K^2 (K^2 + R_L B + 2R_a B + B^2 (R_L R_a + R_a^2)) \quad (3.11)$$

la segunda condición establece que cuando  $\Omega_d = 0$ , entonces:

$$\tau_L < \sqrt{\frac{E^2 K^2 R_L}{8r_L (R_a^2 + R_a R_L)}} \quad (3.12)$$

por lo tanto, si (3.11) y (3.12) se cumplen, entonces la variable  $\rho$  es positiva. Esto adicionalmente debe satisfacer que:

$$E > \sqrt{\frac{8r_L [v^2 + R_L v (B\Omega_d + \tau_L)]}{K^2 R_L}} \quad (3.13)$$

Las relaciones anteriores para la amplitud de la corriente del inductor y la velocidad angular son llamadas *condiciones de solución* (ver [30]). Si la resistencia del inductor es considerada, la condición correspondiente revela un límite natural sobre el voltaje de salida alcanzable del convertidor ca-cd, y por lo tanto esto limitará la velocidad en el motor de cd.

### 3.2. Modelo promedio del convertidor Buck-motor cd

Considere la combinación de un convertidor tipo Buck y un motor de cd de imanes permanentes (Buck-motor cd) conectado en cascada, como se muestra en la Figura 3.2. Partiendo del circuito

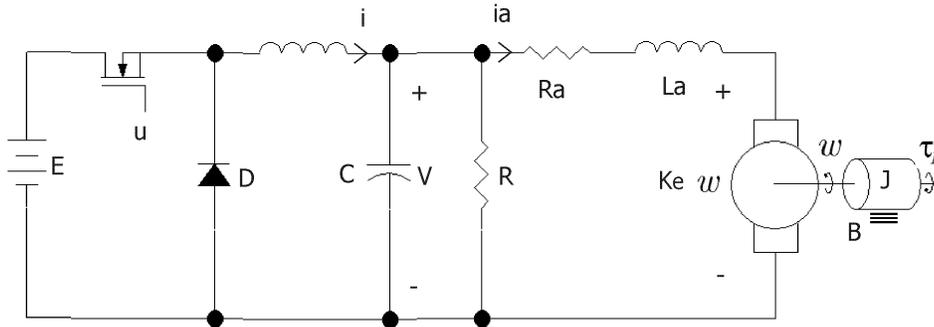


Figura 3.2. Sistema convertidor buck-motor de cd.

de la Figura 3.2, usando las leyes de Kirchoff y la segunda ley de Newton, se obtiene el siguiente

modelo descrito por las cuatro ecuaciones diferenciales:

$$\begin{aligned}
L \frac{di}{dt} &= Eu - v \\
C \frac{dv}{dt} &= i - \frac{v}{R_L} - i_a \\
L_a \frac{di_a}{dt} &= v - R_a i_a - K_e \omega \\
J \frac{d\omega}{dt} &= K_t i_a - B\omega - \tau_L
\end{aligned} \tag{3.14}$$

donde  $i$  es la corriente en el inductor,  $v$  es el voltaje de salida en el capacitor y  $u$  es la función de posición del interruptor que toma valores en el conjunto discreto  $\{0,1\}$ ,  $i_a$  es la corriente de armadura y  $\omega$  representa la velocidad angular del eje del motor. Observe que los valores de las ganancias de  $K_e$  y  $K_t$  son iguales y de aquí en adelante serán denotadas por  $K$ . Lo anterior, se debe a la conservación de la energía (potencia absorbida por la fuerza electromotriz es convertida a potencia mecánica), ver [71].

El *modelo promedio* se representa exactamente por el mismo modelo matemático de (3.14), con la única diferencia de que ahora la entrada  $u$  denota la entrada de control promedio, la cual toma valores en el intervalo cerrado  $[0,1]$ , considerada de aquí en adelante como  $u_{av}$  para hacer referencia al modelo promedio. Cuando se refiera al modelo de conmutación, la entrada de control será  $u$ . De esta forma, la diferencia que distingue a un modelo de otro, es la entrada de control.

Se puede observar que el sistema (3.14) está en la forma estrictamente retroalimentada [37], [42] y [91]. Por otro lado, el valor de  $\tau_L$  es sustituido por  $\hat{\tau}_L$ , es decir la estimación del par de carga; su valor es obtenido en línea por el observador PIG, y su diseño se presenta posteriormente.

Observar que la descripción de este sistema lineal solamente es válida, mientras no ocurran efectos de saturación en el inductor ( $L$ ). De lo contrario, una dependencia no lineal de la corriente ( $i$ ) en el inductor ( $L$ ) podría presentarse.

Considerando el sistema convertidor buck-motor de cd dado por (3.14), se tiene la siguiente dinámica de referencias del sistema:

$$\begin{aligned}
L \frac{di^*}{dt} &= Eu_{av}^* - v^* \\
C \frac{dv^*}{dt} &= i^* - \frac{v^*}{R_L} - i_a^* \\
L_a \frac{di_a^*}{dt} &= v^* - R_a i_a^* - K_e \omega^* \\
J \frac{d\omega^*}{dt} &= K_t i_a^* - B\omega^* - \hat{\tau}_L
\end{aligned} \tag{3.15}$$

En el caso particular del sistema convertidor buck-motor de cd, la dinámica del error de seguimiento resulta de substraer la dinámica de referencia expresada en (3.15), de las ecuaciones de la dinámica

del sistema (3.14). La dinámica del error resultante es:

$$\begin{aligned}
 \frac{de_x}{dt} &= -\frac{B}{J}e_x + \frac{K}{J}e_{\xi_1} - \frac{\hat{\tau}_L}{J} \\
 \frac{de_{\xi_1}}{dt} &= -\frac{K}{L_a}e_x - \frac{R_a}{L_a}e_{\xi_1} + \frac{1}{L_a}e_{\xi_2} \\
 \frac{de_{\xi_2}}{dt} &= -\frac{1}{C}e_{\xi_1} - \frac{1}{R_L C}e_{\xi_2} + \frac{1}{C}e_{\xi_3} \\
 \frac{de_{\xi_3}}{dt} &= -\frac{1}{L}e_{\xi_2} + \frac{E}{L}e_{u_{av}}
 \end{aligned} \tag{3.16}$$

con los errores de seguimiento  $e_x = x - x^*$ ,  $e_{\xi_1} = \xi_1 - \xi_1^*$ ,  $e_{\xi_2} = \xi_2 - \xi_2^*$  y  $e_{u_{av}} = u_{av} - u_{av}^*$ , donde  $x = \omega$ ,  $\xi_1 = i_a$ ,  $\xi_2 = v$ ,  $\xi_3 = i$ .

## Capítulo 4

# Diseño de los controladores

En el presente capítulo se muestra el diseño de los controladores para los sistemas convertidor ca-cd motor de cd y el sistema convertidor cd-cd/motor cd. En particular, en la primera sección se muestra el diseño del controlador por retroalimentación de la salida pasiva del error, en conjunto con las referencias de corriente y voltaje obtenidas a partir del balanceo de potencias entrada-salida. En la segunda sección, se presenta el diseño del controlador backstepping para el arranque suave de velocidad angular del motor de cd. Posteriormente se presenta la generación de las señales de referencia para el arranque suave del motor.

### 4.1. Control robusto por retroalimentación de la salida pasiva del error para el sistema convertidor ca-cd/motor cd vía estimadores de par

#### 4.1.1. Formulación del problema

- 1) Estabilizar la velocidad angular del eje del motor a un valor constante denotada por  $\Omega_d$ . Es decir, dada la dinámica promedio del sistema dado por (3.2) y dada una señal de referencia de velocidad angular constante  $\Omega_d(t)$ , se desea que la salida de la velocidad angular  $\omega(t)$  se mantenga constante, independientemente de los efectos del par de carga  $\tau_L$  desconocido y acotado.
- 2) Garantizar un factor de potencia unitario, de manera que la corriente promedio en el inductor siga una señal sinusoidal de amplitud constante  $A$  (abordado en la sección *condiciones de solución* del capítulo anterior), de la misma frecuencia angular  $\omega_n$  que la fuente de entrada.

#### 4.1.2. Suposiciones

1. Las únicas variables disponibles para medición son:  $\omega$ ,  $i$ ,  $v$  e  $i_a$ .
2. El par de carga  $\tau_L$  es una perturbación constante y desconocida, la cual es estimada a través de estimadores.
3. Los valores nominales de los parámetros del sistema  $\{L, C, R_a, L_a, J, B, K_e, K_t\}$  son conocidos.

4. El valor estimado del par de carga,  $\hat{\tau}_L$  y un número finito ( $m$ ) de sus derivadas con respecto al tiempo, son absolutamente y uniformemente acotadas.

### 4.1.3. Diseño del controlador

Para el caso particular del sistema rectificador ca-cd motor de cd, la dinámica del error resulta de restar la dinámica de referencia denotadas por  $I_d$ ,  $V_d$ ,  $I_{ad}$ ,  $\Omega_d$  y  $u_d$  (ver siguiente subsección) de las ecuaciones de la dinámica del sistema dado por (3.2). La dinámica del error esta dada por:

$$D\dot{e} = \mathcal{J}(u_{av})e - \mathcal{R}e + \mathcal{B}e_u + \varepsilon \quad (4.1)$$

donde

$$D = \begin{pmatrix} L & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L_a & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J \end{pmatrix} \quad (4.2)$$

$$\mathcal{J}(u_{av}) = \begin{pmatrix} 0 & -u_{av} & 0 & 0 \\ u_{av} & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -K \\ 0 & 0 & K & 0 \end{pmatrix} \quad (4.3)$$

$$\mathcal{R} = \begin{pmatrix} r_L & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{R_L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_a & 0 \\ 0 & 0 & 0 & B \end{pmatrix} \quad (4.4)$$

$$\mathcal{B} = \begin{pmatrix} -V_d \\ I_d \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.5)$$

$$\varepsilon = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\Upsilon \end{pmatrix} \quad (4.6)$$

Los errores de regulación están definidos como:  $e_i = I - I_d$ ,  $e_v = V - V_d$ ,  $e_{i_a} = I_a - I_{ad}$ ,  $e_\omega = \Omega - \Omega_d$  y  $e_u = u_{av} - u_d$ , por lo tanto el vector de error se define como  $e = (e_i, e_v, e_{i_a}, e_\omega)^T$ .

La matriz  $D = D^T > 0$ , es estrictamente definida positiva,  $\mathcal{J}(u_{av})$  es la matriz no disipativa (o conservativa);  $\mathcal{R}$  es la matriz disipativa que cumple con ser simétrica y estrictamente definida positiva, es decir;  $R^T = R > 0$ . Para  $u_{av}$  arbitraria, la matriz  $\mathcal{J}^T(u_{av})$  es antisimétrica (skew-symmetric), esto es  $\mathcal{J}^T(u_{av}) = -\mathcal{J}(u_{av})$ . La matriz constante  $\mathcal{B}$ , representa los canales de entrada del error de control, mientras que el vector de entrada  $\varepsilon$  representa las fuentes de entrada externas.

Por otro lado, para la estimación del par de carga; después de que transcurre un pequeño lapso de tiempo, su valor es reemplazado por el par de carga estimado en línea, definido en la siguiente sección. En otras palabras,  $\tau_L = \hat{\tau}_L$  toma un valor válido y una consecuencia inmediata es que  $\tau_L - \hat{\tau}_L = \Upsilon = 0$ , por lo tanto el vector de entrada externo es anulado en la dinámica de estabilización del error.

Considerando una función de energía definida positiva deseada:

$$H_d(e) = \frac{1}{2}e^T D e \quad (4.7)$$

que representa a la energía de almacenamiento total del error del sistema. La dinámica resultante del error esta dada por:

$$D\dot{e} = \mathcal{J}(u_{av})e - \mathcal{R}e + \mathcal{B}e_u$$

Una ley de control de retroalimentación natural, se define en términos de la variable de la entrada del error  $e_u$ , la cual logra estabilidad asintotica del origen del espacio del error para el modelo promedio. La ley de control puede escogerse de la forma ([92], [11], [93], y [28]):

$$e_u = -\gamma \mathcal{B}^T e \quad (4.8)$$

donde la constante  $\gamma$  es seleccionada como un parámetro estrictamente positivo ( $\gamma > 0$ ). Esta ley de control obliga a que la velocidad angular del sistema convertidor ca-cd siga una trayectoria de referencias ( $I_d$  y  $V_d$ ), con una entrada de referencia de prealimentación dada como  $u_d(t)$ , mediante:

$$u_{av} = u_d - \gamma I_d (V - V_d) + \gamma V_d (I - I_d) \quad (4.9)$$

Observar que cuando  $V \rightarrow V_d$  e  $I \rightarrow I_d$  entonces  $u_{av} \rightarrow u_d$ .

La dinámica del error exacto estático en lazo cerrado se desarrolla de acuerdo a:

$$\begin{aligned} D\dot{e} &= \mathcal{J}(u_{av})e - \mathcal{R}e - \gamma \mathcal{B}\mathcal{B}^T e \\ &= \mathcal{J}(u_{av})e - \underbrace{[\mathcal{R} + \gamma \mathcal{B}\mathcal{B}^T]}_{:=R_d} e \end{aligned}$$

No es difícil revisar que en el caso considerado, la matriz  $R_d$  es definida positiva .

A lo largo de las trayectorias del sistema en lazo cerrado, se tiene que la derivada con respecto al tiempo de la energía deseada, esta dada como:

$$\begin{aligned} \dot{H}_d(e) &= e^T D\dot{e} \\ &= e^T \mathcal{J}(u_{av})e - e^T R_d e \\ &= -e^T R_d e < 0 \end{aligned} \quad (4.10)$$

Para la estabilización asintótica uniforme, de la regulación del error para  $e = 0$  se puede revisar la definitividad de  $\frac{dH_d(e)}{dt} = \frac{\partial H_d(e)}{\partial e} \dot{e}$ , lo que significa verificar que la condición de disipación se satisface. La condición toma la forma:

$$R_d = \begin{bmatrix} r_L + \gamma V_d^2 & -I_d V_d & 0 & 0 \\ -I_d V_d & \frac{1}{R_L} + \gamma I_d^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_a & 0 \\ 0 & 0 & 0 & B \end{bmatrix} > 0 \quad (4.11)$$

y la definitividad positiva de la matriz es dada uniformemente para alguna referencia de voltaje y corriente, constantes diferentes de cero. Esta propiedad puede aplicarse fácilmente a la planificación de las variables de voltaje y corriente deseadas (ver ecuaciones (4.14)-(4.15)).

Sin embargo, las propiedades de estabilidad del error del sistema puede extenderse más si se considera que para la matriz  $D \in \mathbb{R}^{n \times n}$  dada en (4.2) y el vector de error  $e \in \mathbb{R}^n$  cumplen con:

$$\lambda_{\min}(D) \|e\|^2 \leq e^T D e \leq \lambda_{\max}(D) \|e\|^2$$

con  $\lambda_{\min}(D)$  y  $\lambda_{\max}(D)$ , los valores propios mínimo y máximo, respectivamente.

Por lo tanto, es posible demostrar (utilizando también el principio de comparación [36]) que:

$$\begin{aligned} H_d(e) &\leq H_d(0) e^{-\frac{\lambda_{\min}(R_d)}{\lambda_{\max}(D)} t} \\ \|e\| &\leq \sqrt{\frac{H_d(e)}{\lambda_{\min}(D)}} \leq \left[ \frac{H_d(0) e^{-\frac{\lambda_{\min}(R_d)}{\lambda_{\max}(D)} t}}{\lambda_{\min}(D)} \right]^{1/2} \end{aligned} \quad (4.12)$$

o

$$\|e(t)\| \leq \|e(0)\| \left[ \frac{\lambda_{\max}(D)}{\lambda_{\min}(D)} \right]^{1/2} e^{-\frac{\lambda_{\min}(R_d)}{2\lambda_{\max}(D)} t} \quad (4.13)$$

Por lo tanto, el origen del vector de error  $e(t)$  es exponencialmente estable. Por otro lado, si las condiciones se mantienen globalmente,  $e = 0$  es exponencialmente estable globalmente. El sistema en lazo cerrado tiene una buena regulación en la presencia de señales de perturbación. Habitualmente, se dice que tiene propiedades de rechazo a perturbaciones. También tiene buenas características de regulación en la presencia de cambios en los parámetros de la planta. En esos casos, se dice que exhibe baja sensibilidad a sus parámetros. Debido al hecho que el sistema tiene tanto buen rechazo a las perturbaciones como baja sensibilidad, se concluye que el sistema en lazo cerrado es robusto ([94]). Como un resultado de todo esto, el vector de error de (4.13) es siempre acotado, no importa cuáles son sus condiciones iniciales, ni los cambios en los valores de los parámetros en el sistema y se comporta de manera satisfactoria, en la presencia de perturbaciones externas constantes acotadas que afectan al sistema.

#### 4.1.4. Generación de las señales de referencia deseadas

La generación de las señales de referencia deseadas denotadas por:  $I_d$ ,  $V_d$ ,  $I_{ad}$ ,  $\Omega_d$  y  $u_d$ , necesarias para la retroalimentación del controlador, se realiza de acuerdo a los objetivos de control planteados. Las variables de referencia para una velocidad angular constante deseada, son diseñadas de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} I_d &= A \operatorname{sen}(\omega_n t); \quad A = \frac{E}{2r_L} - \sqrt{\rho} \\ V_d &= R_a \left( \frac{B\Omega_d + \tau_L}{K} \right) + K\Omega_d; \\ I_{ad} &= \frac{B\Omega_d + \tau_L}{K}; \\ u_d &= \frac{E \operatorname{sen}(\omega_n t) - r_L I_d}{V_d}; \quad V_d \neq 0 \end{aligned}$$

Como puede observarse, estas variables dependen del par de carga  $\tau_L$ , por lo tanto se requiere realizar el cálculo de las referencias en un esquema de adaptación en línea. El símbolo ( $\hat{\cdot}$ ) usado

en  $\tau_L$  indica una identificación en línea de la perturbación constante y desconocida. Por lo que se tiene:

$$I_d(\Omega_d, \hat{\tau}_L) = A \operatorname{sen}(\omega_n t); \quad A = \frac{E}{2r_L} - \sqrt{\rho} \quad (4.14)$$

$$V_d(\Omega_d, \hat{\tau}_L) = R_a \left( \frac{B\Omega_d + \hat{\tau}_L}{K} \right) + K\Omega_d; \quad (4.15)$$

$$I_{ad}(\Omega_d, \hat{\tau}_L) = \frac{B\Omega_d + \hat{\tau}_L}{K}; \quad (4.16)$$

$$u_d(\Omega_d, \hat{\tau}_L) = \frac{E \operatorname{sen}(\omega_n t) - r_L I_d}{V_d}; \quad V_d \neq 0 \quad (4.17)$$

En el caso nominal, la referencia del modelo promedio del rectificador motor de cd están dadas por:

$$\begin{aligned} L \frac{dI_d}{dt} &= -r_L I_d - V_d u_d + E \operatorname{sen}(\omega_n t) \\ C \frac{dV_d}{dt} &= I_d u_d - \left( \frac{1}{R_L} \right) V_d - I_{ad} \\ L_a \frac{dI_{ad}}{dt} &= V_d - R_a I_{ad} - K\Omega_d \\ J \frac{d\Omega_d}{dt} &= K I_{ad} - B\Omega_d - \hat{\tau}_L \end{aligned} \quad (4.18)$$

Estas expresiones son validas después de un pequeño lapso de tiempo; transcurrido a partir del tiempo inicial, es decir; una vez que se tiene un estimado del par de carga. El par de carga estimado toma el mismo valor que el par de carga real en la expresión (4.18) (ver las siguientes secciones), esto es  $\hat{\tau}_L = \tau_L$ , haciendo así la pre-compensación de señales que actúan de manera adaptativa.

## 4.2. Controlador backstepping para el sistema convertidor cd-cd/motor cd

### 4.2.1. Formulación del problema

Los objetivos para el sistema convertidor cd-cd/motor de cd son los siguientes:

1. Disminuir los picos de los transitorios eléctricos que se presentan en la armadura del motor en el arranque.
2. Seguir un perfil de velocidad angular variante con el tiempo, con un mínimo de error en estado estable y estado transitorio, aún cuando el motor presente par de carga  $\tau_L$ .

Es decir, dada la dinámica promedio del sistema dado por (3.14) y dada una trayectoria de referencia de velocidad angular constante  $\omega^*(t)$ , se desea que la salida de la velocidad angular  $\omega(t)$  siga asintóticamente la señal de referencia dada  $\omega^*(t)$ , independientemente de los efectos del par de carga  $\tau_L$  desconocido, pero acotado.

### 4.2.2. Suposiciones

Con base al modelo promedio (3.14), se toman las siguientes suposiciones:

1. Las únicas variables disponibles para medición son:  $\omega$ ,  $i$ ,  $v$  e  $i_a$ .
2. El par de carga  $\tau_L$  es una perturbación desconocida y acotada.
3. Los valores nominales de los parámetros del sistema  $\{L, C, R_a, L_a, J, B, K_e$  y  $K_t\}$  son conocidos.
4. El valor estimado del par de carga,  $\hat{\tau}_L$  y un número finito ( $m$ ) de sus derivadas con respecto al tiempo, son absolutamente y uniformemente acotadas.

### 4.2.3. Diseño del controlador

En la presente subsección se muestra el diseño de la ley de control backstepping, para el convertidor cd-cd motor de cd. El procedimiento se realiza en cuatro pasos, debido a que el sistema estrictamente retroalimentado es de cuarto orden.

**Paso 1.** Iniciando con la primera ecuación de (3.14), se define la variable  $z_1$ , que denota el error de seguimiento de la salida plana  $\omega^*$ :

$$z_1 = \omega - \omega^*$$

derivando la dinámica de la nueva coordenada, y sustituyendo el valor de  $\dot{\omega}$ :

$$\dot{z}_1 = \dot{\omega} - \dot{\omega}^* = \frac{K}{J}i_a - \frac{B}{J}\omega - \frac{\tau_L}{J} - \dot{\omega}^* \quad (4.19)$$

tomando a  $i_a$  como una variable de control, y definiendo un control virtual  $\alpha_1$  para (4.19), y dada  $z_2$ , una variable de error que representa la diferencia entre el control actual y el control virtual de (4.19), es decir:

$$z_2 = \frac{K}{J}i_a - \alpha_1 \longrightarrow \frac{K}{J}i_a = z_2 + \alpha_1 \quad (4.20)$$

así, en términos de la nueva variable de estado, (4.19) puede reescribirse como:

$$\dot{z}_1 = z_2 + \alpha_1 - \frac{B}{J}\omega - \frac{\tau_L}{J} - \dot{\omega}^* \quad (4.21)$$

En este paso, el objetivo es diseñar una ley de control virtual  $\alpha_1$  la cual haga que  $z_1 \rightarrow 0$ . Considerando la siguiente función de Lyapunov:

$$V_1 = \frac{1}{2}z_1^2 \quad (4.22)$$

derivadola con respecto al tiempo, y sustituyendo el valor de (4.21), se tiene:

$$\dot{V}_1 = z_1\dot{z}_1 = z_1 \left( z_2 + \alpha_1 - \frac{B}{J}\omega - \frac{\tau_L}{J} - \dot{\omega}^* \right) \quad (4.23)$$

En esta última ecuación, es posible seleccionar un control virtual apropiado  $\alpha_1$ , el cual estabiliza al sistema de primer orden

$$\alpha_1 = \frac{B}{J}\omega + \frac{\hat{\tau}_L}{J} + \dot{\omega}^* - c_1 z_1 \quad (4.24)$$

donde  $c_1$  es una constante positiva. Observar que la ecuación (4.21), usando (4.24) se convierte ahora en:

$$\dot{z}_1 = -c_1 z_1 + z_2 - \frac{1}{J} (\tau_L - \hat{\tau}_L) \quad (4.25)$$

Observar que en este paso el parámetro del par de carga  $\hat{\tau}_L$  se *adapta* al controlador virtual. Por otro lado, la derivada con respecto al tiempo de  $V_1$  (4.23) se convierte en:

$$\dot{V}_1 = -c_1 z_1^2 + z_1 z_2 - \frac{1}{J} (\tau_L - \hat{\tau}_L) z_1 \quad (4.26)$$

Claramente, si  $z_2 = 0$ , entonces  $\dot{V}_1 = -c_1 z_1^2 - \frac{1}{J} (\tau_L - \hat{\tau}_L) z_1$ . Con esto se garantiza que  $z_1$ , el error de seguimiento converge a cero asintóticamente, mientras que el error de estimación este acotado.

**Paso 2.** Con la dinámica de error para  $z_2 = \frac{K}{J} i_a - \alpha_1$  (ecuación (4.20)), y reemplazando el valor de  $\alpha_1$ , se obtiene:

$$z_2 = \frac{K}{J} i_a - \frac{B}{J} \omega - \frac{\hat{\tau}_L}{J} - \dot{\omega}^* + c_1 z_1 \quad (4.27)$$

derivando  $z_2$

$$\dot{z}_2 = \frac{K}{J} \frac{di_a}{dt} - \frac{B}{J} \dot{\omega} - \frac{\dot{\hat{\tau}}_L}{J} - \ddot{\omega}^* + c_1 \dot{z}_1 \quad (4.28)$$

reemplazando el valor de  $\frac{di_a}{dt}$ ,  $\dot{\omega}$  y  $\dot{z}_1$ :

$$\dot{z}_2 = \frac{K}{J} \left( -\frac{R_a}{L_a} i_a - \frac{K}{L_a} \omega + \frac{v}{L_a} \right) - \frac{B}{J} \left( \frac{K}{J} i_a - \frac{B}{J} \omega - \frac{\tau_L}{J} \right) \quad (4.29)$$

$$- \frac{\dot{\hat{\tau}}_L}{J} - \ddot{\omega}^* + c_1 \left( \frac{K}{J} i_a - \frac{B}{J} \omega - \frac{\tau_L}{J} - \dot{\omega}^* \right) \quad (4.30)$$

agrupando

$$\begin{aligned} \dot{z}_2 = & \left( -\frac{KR_a}{JL_a} - \frac{BK}{J^2} + c_1 \frac{K}{J} \right) i_a + \left( -\frac{K^2}{JL_a} + \frac{B^2}{J^2} - c_1 \frac{B}{J} \right) \omega + \frac{K}{JL_a} v \\ & + \left( \frac{B}{J^2} - \frac{c_1}{J} \right) \tau_L - \frac{\dot{\hat{\tau}}_L}{J} - \ddot{\omega}^* - c_1 \dot{\omega}^* \end{aligned} \quad (4.31)$$

en ésta última ecuación,  $\frac{K}{JL_a} v$  representa una entrada de control virtual. Definiendo una ley de control virtual  $\alpha_2$  y dada  $z_3$ , una variable de error representando la diferencia entre el control actual y el control virtual, es decir:

$$z_3 = \frac{K}{JL_a} v - \alpha_2 \longrightarrow \frac{K}{JL_a} v = z_3 + \alpha_2 \quad (4.32)$$

así, en términos de la nueva variable de estado, (4.31) puede reescribirse como:

$$\begin{aligned} \dot{z}_2 = & \left( -\frac{KR_a}{JL_a} - \frac{BK}{J^2} + c_1 \frac{K}{J} \right) i_a + \left( -\frac{K^2}{JL_a} + \frac{B^2}{J^2} - c_1 \frac{B}{J} \right) \omega + z_3 \\ & + \alpha_2 + \left( \frac{B}{J^2} - \frac{c_1}{J} \right) \tau_L - \frac{1}{J} \dot{\hat{\tau}}_L - \ddot{\omega}^* - c_1 \dot{\omega}^* \end{aligned} \quad (4.33)$$

el objetivo de control es hacer que  $z_2 \rightarrow 0$ . Escogiendo una función de control de Lyapunov:

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2} z_2^2 \quad (4.34)$$

derivandola con respecto al tiempo:

$$\dot{V}_2 = \dot{V}_1 + z_2 \dot{z}_2 \quad (4.35)$$

después de reemplazar  $\dot{V}_1$  y  $\dot{z}_2$ , se obtiene:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 = & -c_1 z_1^2 + z_1 z_2 - \frac{1}{J} (\tau_L - \hat{\tau}_L) z_1 + z_2 \left[ \left( -\frac{KR_a}{JL_a} - \frac{BK}{J^2} + c_1 \frac{K}{J} \right) i_a + z_3 + \alpha_2 \right] \\ & + z_2 \left[ \left( -\frac{K^2}{JL_a} + \frac{B^2}{J^2} - c_1 \frac{B}{J} \right) \omega + \left( \frac{B}{J^2} - \frac{c_1}{J} \right) \tau_L - \frac{1}{J} \dot{\hat{\tau}}_L - \ddot{\omega}^* - c_1 \dot{\omega}^* \right] \end{aligned} \quad (4.36)$$

Ahora, puede seleccionarse un control virtual apropiado  $\alpha_2$ , para cancelar algunos términos relacionados con  $z_1$ ,  $\omega$  e  $i_a$ , lo cual estabilizará al sistema de segundo orden. Observar que los términos que involucran a  $z_3$  aún no pueden eliminarse.

$$\begin{aligned} \alpha_2 = & -c_2 z_2 - z_1 + \left( \frac{KR_a}{JL_a} + \frac{BK}{J^2} - c_1 \frac{K}{J} \right) i_a + \left( \frac{K^2}{JL_a} - \frac{B^2}{J^2} + c_1 \frac{B}{J} \right) \omega + \frac{1}{J} \dot{\hat{\tau}}_L \\ & + \ddot{\omega}^* + c_1 \dot{\omega}^* - \left( \frac{B}{J^2} - \frac{c_1}{J} \right) \hat{\tau}_L \end{aligned} \quad (4.37)$$

donde  $c_2$  es una constante positiva. Observar que la ecuación (4.33), usando (4.37) se convierte ahora en:

$$\dot{z}_2 = -z_1 - c_2 z_2 + z_3 + \left( \frac{B}{J^2} - \frac{c_1}{J} \right) (\tau_L - \hat{\tau}_L) \quad (4.38)$$

Por lo tanto, la derivada de  $V_2$  (4.36) se convierte en

$$\dot{V}_2 = -c_1 z_1^2 - c_2 z_2^2 + z_2 z_3 - \frac{1}{J} (\tau_L - \hat{\tau}_L) z_1 + \left( \frac{B}{J^2} - \frac{c_1}{J} \right) (\tau_L - \hat{\tau}_L) z_2 \quad (4.39)$$

Si  $z_3 = 0$ , se tiene que  $\dot{V}_2 = -\sum_{i=1}^2 c_i z_i^2 - \frac{1}{J} (\tau_L - \hat{\tau}_L) z_1 + \left( \frac{B}{J^2} - \frac{c_1}{J} \right) (\tau_L - \hat{\tau}_L) z_2$ , por lo tanto se garantiza que  $z_1$  y  $z_2$  convergen asintóticamente a cero, mientras que el error de estimación este acotado.

**Paso 3.** Procediendo con la penúltima ecuación de (3.14), se deriva la dinámica del error para  $z_3 = \frac{K}{JL_a} v - \alpha_2$  (ecuación 4.32), reemplazando  $\alpha_2$  se obtiene:

$$\begin{aligned} z_3 = & \frac{K}{JL_a} v + c_2 z_2 + z_1 - \left( \frac{KR_a}{JL_a} + \frac{BK}{J^2} + c_1 \frac{K}{J} \right) i_a - \left( \frac{K^2}{JL_a} - \frac{B^2}{J^2} - c_1 \frac{B}{J} \right) \omega \\ & - \frac{1}{J} \dot{\hat{\tau}}_L - \ddot{\omega}^* - c_1 \dot{\omega}^* + \left( \frac{B}{J^2} - \frac{c_1}{J} \right) \hat{\tau}_L \end{aligned} \quad (4.40)$$

derivando  $z_3$

$$\begin{aligned} \dot{z}_3 = & \frac{K}{JL_a} \dot{v} + c_2 \dot{z}_2 + \dot{z}_1 - \left( \frac{KR_a}{JL_a} + \frac{BK}{J^2} - c_1 \frac{K}{J} \right) \frac{di_a}{dt} - \left( \frac{K^2}{JL_a} - \frac{B^2}{J^2} + c_1 \frac{B}{J} \right) \dot{\omega} \\ & - \frac{1}{J} \ddot{\hat{\tau}}_L - \omega^{(3)} - c_1 \ddot{\omega}^* + \left( \frac{B}{J^2} - \frac{c_1}{J} \right) \dot{\hat{\tau}}_L \end{aligned}$$

reemplazando  $\frac{di_a}{dt}$ ,  $\dot{v}$ ,  $\dot{\omega}$ ,  $\dot{z}_1$  y  $\dot{z}_2$ , y agrupando se tiene:

$$\begin{aligned}
\dot{z}_3 = & \left( -\frac{K}{JL_a C} - c_2 \frac{KR_a}{JL_a} - c_2 \frac{BK}{J^2} + c_1 c_2 \frac{K}{J} + \frac{K}{J} + \frac{KR_a^2}{JL_a^2} + \frac{BKR_a}{J^2 L_a} - c_1 \frac{KR_a}{JL_a} \right) i_a \\
& + \left( -\frac{K^3}{J^2 L_a} + \frac{B^2 K}{J^3} + c_1 \frac{BK}{J^2} \right) i_a + \left( -\frac{K}{JL_a R_L C} + c_2 \frac{K}{JL_a} - \frac{KR_a}{JL_a} - \frac{BK}{J^2 L_a} + c_1 \frac{K}{JL_a} \right) v \\
& + \left( -c_2 \frac{K^2}{JL_a} + c_2 \frac{B^2}{J^2} - c_1 c_2 \frac{B}{J} - \frac{B}{J} + \frac{K^2 R_a}{JL_a^2} + \frac{BK^2}{J^2 L_a} - c_1 \frac{K^2}{JL_a} + \frac{K^2 B}{J^2 L_a} - \frac{B^3}{J^3} + c_1 \frac{B^2}{J^2} \right) \omega \\
& + \left( c_2 \frac{B}{J^2} - \frac{c_1 c_2}{J} - \frac{1}{J} + \frac{K^2}{J^2 L_a} - \frac{B^2}{J^3} + c_1 \frac{B}{J^2} \right) \tau_L + \left( -\frac{c_2}{J} + \frac{B}{J^2} - \frac{c_1}{J} \right) \dot{\hat{\tau}}_L - \frac{1}{J} \ddot{\hat{\tau}}_L \\
& + \frac{K}{JL_a C} i - (c_1 c_2 + 1) \dot{\omega}^* - (c_1 + c_2) \ddot{\omega}^* - \omega^{*3} \tag{4.41}
\end{aligned}$$

en la cual,  $\frac{K}{JL_a C} i$  representa una entrada de control virtual. Definiendo una ley de control virtual  $\alpha_3$  y dada  $z_4$  una variable de error representando la diferencia entre el control actual y el control virtual:

$$z_4 = \frac{K}{JL_a C} i - \alpha_3 \longrightarrow \frac{K}{JL_a C} i = z_4 + \alpha_3 \tag{4.42}$$

Así, (4.41) se convierte en:

$$\begin{aligned}
\dot{z}_3 = & \left( -\frac{K}{JL_a C} - c_2 \frac{KR_a}{JL_a} - c_2 \frac{BK}{J^2} + c_1 c_2 \frac{K}{J} + \frac{K}{J} + \frac{KR_a^2}{JL_a^2} + \frac{BKR_a}{J^2 L_a} - c_1 \frac{KR_a}{JL_a} - \frac{K^3}{J^2 L_a} \right) i_a \\
& + \left( \frac{B^2 K}{J^3} + c_1 \frac{BK}{J^2} \right) i_a + \left( -\frac{K}{JL_a R_L C} + c_2 \frac{K}{JL_a} - \frac{KR_a}{JL_a} - \frac{BK}{J^2 L_a} + c_1 \frac{K}{JL_a} \right) v \\
& + \left( -c_2 \frac{K^2}{JL_a} + c_2 \frac{B^2}{J^2} - c_1 c_2 \frac{B}{J} - \frac{B}{J} + \frac{K^2 R_a}{JL_a^2} + \frac{BK^2}{J^2 L_a} - c_1 \frac{K^2}{JL_a} + \frac{K^2 B}{J^2 L_a} - \frac{B^3}{J^3} + c_1 \frac{B^2}{J^2} \right) \omega \\
& + \left( c_2 \frac{B}{J^2} - \frac{c_1 c_2}{J} - \frac{1}{J} + \frac{K^2}{J^2 L_a} - \frac{B^2}{J^3} + c_1 \frac{B}{J^2} \right) \tau_L + \left( -\frac{c_2}{J} + \frac{B}{J^2} - \frac{c_1}{J} \right) \dot{\hat{\tau}}_L - \frac{1}{J} \ddot{\hat{\tau}}_L \\
& + z_4 + \alpha_3 - (c_1 c_2 + 1) \dot{\omega}^* - (c_1 + c_2) \ddot{\omega}^* - \omega^{*3} \tag{4.43}
\end{aligned}$$

El objetivo de control es hacer que  $z_3 \rightarrow 0$ . Escogiendo una función de control de Lyapunov

$$V_3 = V_2 + \frac{1}{2} z_3^2 \tag{4.44}$$

Derivandola con respecto al tiempo, y reemplazando  $\dot{V}_2$ :

$$\begin{aligned}
\dot{V}_3 = & \dot{V}_2 + z_3 \dot{z}_3 \\
= & -c_1 z_1^2 - c_2 z_2^2 + z_2 z_3 - \frac{1}{J} (\tau_L - \hat{\tau}_L) z_1 + \left( \frac{B}{J^2} - \frac{c_1}{J} \right) (\tau_L - \hat{\tau}_L) z_2 + z_3 \dot{z}_3 \tag{4.45}
\end{aligned}$$

reemplazando  $\dot{z}_3$

$$\begin{aligned}
\dot{V}_3 = & -c_1 z_1^2 - c_2 z_2^2 + z_2 z_3 - \frac{1}{J} (\tau_L - \hat{\tau}_L) z_1 + \left( \frac{B}{J^2} - \frac{c_1}{J} \right) (\tau_L - \hat{\tau}_L) z_2 \\
& + z_3 \left( -\frac{K}{JL_a C} - c_2 \frac{KR_a}{JL_a} - c_2 \frac{BK}{J^2} + c_1 c_2 \frac{K}{J} + \frac{K}{J} + \frac{KR_a^2}{JL_a^2} + \frac{BKR_a}{J^2 L_a} - c_1 \frac{KR_a}{JL_a} - \frac{K^3}{J^2 L_a} \right) i_a \\
& + z_3 \left( \left( \frac{B^2 K}{J^3} - c_1 \frac{BK}{J^2} \right) i_a + \left( -\frac{K}{JL_a R_L C} + c_2 \frac{K}{JL_a} - \frac{KR_a}{JL_a} - \frac{BK}{J^2 L_a} + c_1 \frac{K}{JL_a} \right) v \right) \\
& + z_3 \left( -c_2 \frac{K^2}{JL_a} + c_2 \frac{B^2}{J^2} - c_1 c_2 \frac{B}{J} - \frac{B}{J} + \frac{K^2 R_a}{JL_a^2} + \frac{BK^2}{J^2 L_a} - c_1 \frac{K^2}{JL_a} + \frac{K^2 B}{J^2 L_a} - \frac{B^3}{J^3} + c_1 \frac{B^2}{J^2} \right) \omega \\
& + z_3 \left( \left( c_2 \frac{B}{J^2} - \frac{c_1 c_2}{J} - \frac{1}{J} + \frac{K^2}{J^2 L_a} - \frac{B^2}{J^3} + c_1 \frac{B}{J^2} \right) \tau_L + \left( -\frac{c_2}{J} + \frac{B}{J^2} - \frac{c_1}{J} \right) \dot{\hat{\tau}}_L - \frac{1}{J} \ddot{\hat{\tau}}_L \right) \\
& + z_3 \left( +z_4 + \alpha_3 - (c_1 c_2 + 1) \dot{\omega}^* - (c_1 + c_2) \ddot{\omega}^* - \omega^{* (3)} \right) \tag{4.46}
\end{aligned}$$

En este punto, puede seleccionarse un control virtual apropiado  $\alpha_3$  para cancelar algunos términos relacionados con  $z_2$ ,  $\omega$ ,  $i_a$  y  $v$ , lo cual estabilizará al sistema de tercer orden. Mientras que los términos que involucran  $z_4$  aún no pueden eliminarse:

$$\begin{aligned}
\alpha_3 = & -c_3 z_3 - z_2 \\
& - \left( -\frac{K}{JL_a C} - c_2 \frac{KR_a}{JL_a} - c_2 \frac{BK}{J^2} + c_1 c_2 \frac{K}{J} + \frac{K}{J} + \frac{KR_a^2}{JL_a^2} + \frac{BKR_a}{J^2 L_a} - c_1 \frac{KR_a}{JL_a} - \frac{K^3}{J^2 L_a} \right) i_a \\
& - \left( \frac{B^2 K}{J^3} - c_1 \frac{BK}{J^2} \right) i_a - \left( -\frac{K}{JL_a R_L C} + c_2 \frac{K}{JL_a} - \frac{KR_a}{JL_a} - \frac{BK}{J^2 L_a} + c_1 \frac{K}{JL_a} \right) v \\
& - \left( -c_2 \frac{K^2}{JL_a} + c_2 \frac{B^2}{J^2} - c_1 c_2 \frac{B}{J} - \frac{B}{J} + \frac{K^2 R_a}{JL_a^2} + \frac{BK^2}{J^2 L_a} - c_1 \frac{K^2}{JL_a} + \frac{K^2 B}{J^2 L_a} - \frac{B^3}{J^3} + c_1 \frac{B^2}{J^2} \right) \omega \\
& - \left( c_2 \frac{B}{J^2} - \frac{c_1 c_2}{J} - \frac{1}{J} + \frac{K^2}{J^2 L_a} - \frac{B^2}{J^3} + c_1 \frac{B}{J^2} \right) \hat{\tau}_L - \left( -\frac{c_2}{J} + \frac{B}{J^2} - \frac{c_1}{J} \right) \dot{\hat{\tau}}_L \\
& + \frac{\ddot{\hat{\tau}}_L}{J} + (c_1 c_2 + 1) \dot{\omega}^* + (c_1 + c_2) \ddot{\omega}^* + \omega^{* (3)} \tag{4.47}
\end{aligned}$$

donde  $c_3$  es una constante positiva. Observar nuevamente que la ecuación (4.43), usando (4.47) se convierte ahora en:

$$\dot{z}_3 = -z_2 - c_3 z_3 + z_4 + \left( c_2 \frac{B}{J^2} - \frac{c_1 c_2}{J} - \frac{1}{J} + \frac{K^2}{J^2 L_a} - \frac{B^2}{J^3} + c_1 \frac{B}{J^2} \right) (\tau_L - \hat{\tau}_L) \tag{4.48}$$

Por lo tanto la derivada de  $V_3$  (4.46) se convierte en:

$$\begin{aligned}
\dot{V}_3 = & -c_1 z_1^2 - c_2 z_2^2 - c_3 z_3^2 - \frac{1}{J} (\tau_L - \hat{\tau}_L) z_1 + \left( \frac{B}{J^2} - \frac{c_1}{J} \right) (\tau_L - \hat{\tau}_L) z_2 \\
& + \left( c_2 \frac{B}{J^2} - \frac{c_1 c_2}{J} + \frac{K^2}{J^2 L_a} - \frac{B^2}{J^3} + c_1 \frac{B}{J^2} - \frac{1}{J} \right) (\tau_L - \hat{\tau}_L) z_3 + z_3 z_4 \\
= & -\sum_{i=1}^3 c_i z_i^2 - \frac{1}{J} (\tau_L - \hat{\tau}_L) z_1 + \left( \frac{B}{J^2} - \frac{c_1}{J} \right) (\tau_L - \hat{\tau}_L) z_2 \\
& + \left( c_2 \frac{B}{J^2} - \frac{c_1 c_2}{J} + \frac{K^2}{J^2 L_a} - \frac{B^2}{J^3} + c_1 \frac{B}{J^2} - \frac{1}{J} \right) (\tau_L - \hat{\tau}_L) z_3 + z_3 z_4 \tag{4.49}
\end{aligned}$$

Nuevamente se observa que si  $z_4 = 0$ , implica que  $\dot{V}_3 = -\sum_{i=1}^3 c_i z_i^2$ , y así se garantiza que tanto  $z_1$ ,  $z_2$  y  $z_3$  convergen asintóticamente a cero.

**Paso 4.** Procediendo con la última ecuación de (3.14), obtenemos la dinámica del error de  $z_4 = \frac{K}{JL_a C} i - \alpha_3$  (ecuación 4.42), reemplazando el valor de  $\alpha_3$  se obtiene:

$$\begin{aligned}
z_4 &= \frac{K}{JL_a C} i + z_2 + c_3 z_3 \\
&+ \left( -\frac{K}{JL_a C} - c_2 \frac{KR_a}{JL_a} - c_2 \frac{BK}{J^2} + c_1 c_2 \frac{K}{J} + \frac{K}{J} + \frac{KR_a^2}{JL_a^2} + \frac{BKR_a}{J^2 L_a} - c_1 \frac{KR_a}{JL_a} - \frac{K^3}{J^2 L_a} \right) i_a \\
&+ \left( \frac{B^2 K}{J^3} - c_1 \frac{BK}{J^2} \right) i_a - \left( -\frac{K}{JL_a R_L C} + c_2 \frac{K}{JL_a} - \frac{KR_a}{JL_a} - \frac{BK}{J^2 L_a} + c_1 \frac{K}{JL_a} \right) v \\
&+ \left( -c_2 \frac{K^2}{JL_a} + c_2 \frac{B^2}{J^2} - c_1 c_2 \frac{B}{J} - \frac{B}{J} + \frac{K^2 R_a}{JL_a^2} + \frac{BK^2}{J^2 L_a} - c_1 \frac{K^2}{JL_a} + \frac{K^2 B}{J^2 L_a} - \frac{B^3}{J^3} + c_1 \frac{B^2}{J^2} \right) \omega \\
&+ \left( c_2 \frac{B}{J^2} - \frac{c_1 c_2}{J} - \frac{1}{J} + \frac{K^2}{J^2 L_a} - \frac{B^2}{J^3} + c_1 \frac{B}{J^2} \right) \dot{\hat{\tau}}_L + \left( -\frac{c_2}{J} + \frac{B}{J^2} - \frac{c_1}{J} \right) \dot{\hat{\tau}}_L \\
&- \frac{\ddot{\hat{\tau}}_L}{J} - (c_1 c_2 + 1) \dot{\omega}^* - (c_1 + c_2) \ddot{\omega}^* - \overset{(3)*}{\omega} \tag{4.50}
\end{aligned}$$

derivando  $z_4$

$$\begin{aligned}
\dot{z}_4 &= \frac{K}{JL_a C} \frac{di}{dt} + \dot{z}_2 + c_3 \dot{z}_3 \\
&+ \left( -\frac{K}{JL_a C} - c_2 \frac{KR_a}{JL_a} - c_2 \frac{BK}{J^2} + c_1 c_2 \frac{K}{J} + \frac{K}{J} + \frac{KR_a^2}{JL_a^2} + \frac{BKR_a}{J^2 L_a} - c_1 \frac{KR_a}{JL_a} - \frac{K^3}{J^2 L_a} \right) \frac{di_a}{dt} \\
&+ \left( \frac{B^2 K}{J^3} - c_1 \frac{BK}{J^2} \right) \dot{i}_a - \left( -\frac{K}{JL_a R_L C} + c_2 \frac{K}{JL_a} - \frac{KR_a}{JL_a} - \frac{BK}{J^2 L_a} + c_1 \frac{K}{JL_a} \right) \dot{v} \\
&+ \left( -c_2 \frac{K^2}{JL_a} + c_2 \frac{B^2}{J^2} - c_1 c_2 \frac{B}{J} - \frac{B}{J} + \frac{K^2 R_a}{JL_a^2} + \frac{BK^2}{J^2 L_a} - c_1 \frac{K^2}{JL_a} + \frac{K^2 B}{J^2 L_a} - \frac{B^3}{J^3} + c_1 \frac{B^2}{J^2} \right) \dot{\omega} \\
&+ \left( c_2 \frac{B}{J^2} - \frac{c_1 c_2}{J} - \frac{1}{J} + \frac{K^2}{J^2 L_a} - \frac{B^2}{J^3} + c_1 \frac{B}{J^2} \right) \dot{\hat{\tau}}_L + \left( -\frac{c_2}{J} + \frac{B}{J^2} - \frac{c_1}{J} \right) \ddot{\hat{\tau}}_L \\
&- \frac{\overset{(3)}{\hat{\tau}}_L}{J} - (c_1 c_2 + 1) \ddot{\omega}^* - (c_1 + c_2) \overset{(3)}{\omega}^* - \overset{(4)}{\omega}^* \tag{4.51}
\end{aligned}$$

reemplazando  $\frac{di}{dt}$ ,  $\dot{z}_2$  y  $\dot{z}_3$ , y agrupando se tiene:

$$\begin{aligned}
\dot{z}_4 = & \frac{KE}{JL_aLC} u_{av} - \frac{K}{JL_aLC} v \\
& + \left( -z_1 - c_2 z_2 + z_3 - \left( \frac{B}{J^2} - \frac{c_1}{J} \right) (\hat{\tau}_L - \tau_L) \right) \\
& - \left( \frac{K}{JL_aC} + c_2 \frac{KR_a}{JL_a} + c_2 \frac{BK}{J^2} - c_1 c_2 \frac{K}{J} - \frac{K}{J} - \frac{KR_a^2}{JL_a^2} - \frac{BKR_a}{J^2 L_a} + c_1 \frac{KR_a}{JL_a} \right) \frac{di_a}{dt} \quad (4.52) \\
& - \left( \frac{K^3}{J^2 L_a} - \frac{B^2 K}{J^3} + c_1 \frac{BK}{J^2} \right) \frac{di_a}{dt} - \left( \frac{K}{JL_a R_L C} - c_2 \frac{K}{JL_a} + \frac{KR_a}{JL_a} + \frac{BK}{J^2 L_a} + c_1 \frac{K}{JL_a} \right) \dot{v} \\
& + \left( -c_2 \frac{K^3}{J^2 L_a} + \frac{B^2}{J^3} K c_2 - c_1 c_2 \frac{BK}{J^2} - \frac{BK}{J^2} + \frac{K^3 R_a}{J^2 L_a^2} + 2 \frac{BK^3}{J^3 L_a} + c_1 \frac{K^3}{J^2 L_a} - \frac{B^3 K}{J^4} \right) i_a \\
& + \left( -c_1 \frac{BK^2}{J^2 L_a} + c_2 \frac{BK^2}{J^2 L_a} - \frac{BK^2 R_a}{J^2 L_a^2} - 2 \frac{B^2 K^2}{J^3 L_a} + c_1 c_2 \frac{B^2}{J^2} + \frac{B^2}{J^2} + \frac{B^4}{J^4} - c_2 \frac{B^3}{J^3} - c_1 \frac{B^3}{J^3} \right) \omega \\
& + \left( -2 \frac{BK^2}{J^3 L_a} + \frac{B^3}{J^4} - c_2 \frac{B^2}{J^3} + c_1 c_2 \frac{B}{J^2} - c_1 \frac{B^2}{J^3} - c_1 \frac{K^2}{J^2 L_a} + c_2 \frac{K^2}{J^2 L_a} - \frac{K^2 R_a}{J^2 L_a^2} + \frac{B}{J^2} \right) \tau_L \\
& - \left( c_2 \frac{B}{J^2} - \frac{c_1 c_2}{J} + \frac{K^2}{J^2 L_a} - \frac{B^2}{J^3} + c_1 \frac{B}{J^2} - \frac{1}{J} \right) \dot{\hat{\tau}}_L - \left( \frac{c_2}{J} - \frac{B}{J^2} + \frac{c_1}{J} \right) \ddot{\hat{\tau}}_L \\
& - \frac{\hat{\tau}_L}{J} - (c_1 c_2 + 1) \ddot{\omega}^* - (c_1 + c_2) \omega^{(3)*} - \omega_r^{(4)} + \left( c_1 \frac{B^2 K}{J^3} \right) i_a \\
& + c_3 \left( -z_2 - c_3 z_3 + z_4 + \left( c_2 \frac{B}{J^2} - \frac{c_1 c_2}{J} - \frac{1}{J} + \frac{K^2}{J^2 L_a} - \frac{B^2}{J^3} + c_1 \frac{B}{J^2} \right) (\tau_L - \hat{\tau}_L) \right) \quad (4.53)
\end{aligned}$$

En esta ecuación, aparece la entrada de control actual  $u_{av}$ . El objetivo es diseñar la entrada de control actual  $u_{av}$ , tal que  $z_1$ ,  $z_2$ ,  $z_3$  y  $z_4$  converjan a cero. Eligiendo una función de Lyapunov  $V_4$  como:

$$V_4 = V_3 + \frac{1}{2} z_4^2 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^4 z_i^2 \quad (4.54)$$

Su derivada con respecto al tiempo, a lo largo de la trayectoria de (4.49) y (4.53) es:

$$\begin{aligned}
\dot{V}_4 = & - \sum_{i=1}^3 c_i z_i^2 + z_4 (z_3 + \dot{z}_4) - \frac{1}{J} e_{\tau} z_1 + \left( \frac{B}{J^2} - \frac{c_1}{J} \right) e_{\tau} z_2 \\
& + \left( c_2 \frac{B}{J^2} - \frac{c_1 c_2}{J} + \frac{K^2}{J^2 L_a} - \frac{B^2}{J^3} + c_1 \frac{B}{J^2} - \frac{1}{J} \right) e_{\tau} z_3 \quad (4.55) \\
& + \left( -2 \frac{BK^2}{J^3 L_a} + \frac{B^3}{J^4} - c_2 \frac{B^2}{J^3} + c_1 c_2 \frac{B}{J^2} - c_1 \frac{B^2}{J^3} - c_1 \frac{K^2}{J^2 L_a} + c_2 \frac{K^2}{J^2 L_a} - \frac{K^2 R_a}{J^2 L_a^2} + \frac{B}{J^2} \right) \hat{\tau} z_4
\end{aligned}$$

donde:

$$e_{\tau_L} = (\tau_L - \hat{\tau}_L)$$

Esto muestra que para que el sistema  $(z_1, z_2, z_3, z_4)$  sea estable asintóticamente, es suficiente escoger la entrada de control  $u_{av}$  tal que:

$$\dot{z}_4 = -z_3 - c_4 z_4 \quad (4.56)$$

Combinando las ecuaciones (4.53) y (4.56), se obtiene la ley de control Backstepping:

$$\begin{aligned}
u_{av} &= \frac{JL_aLC}{KE} \vartheta \\
\vartheta &= \frac{K}{JL_aLC} v - z_3 - c_4 z_4 \\
&\quad - \left( -z_1 - c_2 z_2 + z_3 - \left( \frac{B}{J^2} - \frac{c_1}{J} \right) e_{\tau_L} \right) \\
&\quad + \left( \frac{K}{JL_aC} + c_2 \frac{KR_a}{JL_a} + c_2 \frac{BK}{J^2} - c_1 c_2 \frac{K}{J} - \frac{K}{J} - \frac{KR_a^2}{JL_a^2} - \frac{BKR_a}{J^2 L_a} + c_1 \frac{KR_a}{JL_a} \right) \frac{di_a}{dt} \\
&\quad + \left( \frac{K^3}{J^2 L_a} - \frac{B^2 K}{J^3} + c_1 \frac{BK}{J^2} \right) \frac{di_a}{dt} + \left( \frac{K}{JL_a R_L C} - c_2 \frac{K}{JL_a} + \frac{KR_a}{JL_a} + \frac{BK}{J^2 L_a} + c_1 \frac{K}{JL_a} \right) \dot{v} \\
&\quad - \left( -c_2 \frac{K^3}{J^2 L_a} + \frac{B^2}{J^3} K c_2 - c_1 c_2 \frac{BK}{J^2} - \frac{BK}{J^2} + \frac{K^3 R_a}{J^2 L_a^2} + 2 \frac{BK^3}{J^3 L_a} + c_1 \frac{K^3}{J^2 L_a} - \frac{B^3 K}{J^4} \right) i_a \\
&\quad - \left( -c_1 \frac{BK^2}{J^2 L_a} + c_2 \frac{BK^2}{J^2 L_a} - \frac{BK^2 R_a}{J^2 L_a^2} - 2 \frac{B^2 K^2}{J^3 L_a} + c_1 c_2 \frac{B^2}{J^2} + \frac{B^2}{J^2} + \frac{B^4}{J^4} - c_2 \frac{B^3}{J^3} - c_1 \frac{B^3}{J^3} \right) \omega \\
&\quad - \left( -2 \frac{BK^2}{J^3 L_a} + \frac{B^3}{J^4} - c_2 \frac{B^2}{J^3} + c_1 c_2 \frac{B}{J^2} - c_1 \frac{B^2}{J^3} - c_1 \frac{K^2}{J^2 L_a} + c_2 \frac{K^2}{J^2 L_a} - \frac{K^2 R_a}{J^2 L_a^2} + \frac{B}{J^2} \right) \hat{\tau}_L \\
&\quad + \left( c_2 \frac{B}{J^2} - \frac{c_1 c_2}{J} + \frac{K^2}{J^2 L_a} - \frac{B^2}{J^3} + c_1 \frac{B}{J^2} - \frac{1}{J} \right) \dot{\hat{\tau}}_L + \left( \frac{c_2}{J} - \frac{B}{J^2} + \frac{c_1}{J} \right) \ddot{\hat{\tau}}_L \\
&\quad + \frac{\hat{\tau}_L}{J} + (c_1 c_2 + 1) \ddot{\omega}^* + (c_1 + c_2) \omega^{*(3)} + \omega_r^{(4)} - \left( c_1 \frac{B^2 K}{J^3} \right) i_a \\
&\quad - c_3 \left( -z_2 - c_3 z_3 + z_4 + \left( c_2 \frac{B}{J^2} - \frac{c_1 c_2}{J} - \frac{1}{J} + \frac{K^2}{J^2 L_a} - \frac{B^2}{J^3} + c_1 \frac{B}{J^2} \right) e_{\tau_L} \right) \tag{4.57}
\end{aligned}$$

donde  $c_4$  es una constante positiva.

Utilizando la ecuación (4.57), la ecuación (4.53) se convierte en:

$$\dot{z}_4 = -z_3 - c_4 z_4 - \left( -2 \frac{BK^2}{J^3 L_a} + \frac{B^3}{J^4} - c_2 \frac{B^2}{J^3} + c_1 c_2 \frac{B}{J^2} - c_1 \frac{B^2}{J^3} - c_1 \frac{K^2}{J^2 L_a} + c_2 \frac{K^2}{J^2 L_a} - \frac{K^2 R_a}{J^2 L_a^2} + \frac{B}{J^2} \right) \tau_L \tag{4.58}$$

Utilizando (4.55) y (4.58), se deduce que la derivada de la función de Lyapunov  $V_4$  está dada por:

$$\begin{aligned}
\dot{V}_4 &= -\sum_{i=1}^4 c_i z_i^2 - \phi_1 e_{\tau} z_1 + \phi_2 e_{\tau_L} z_2 + \phi_3 e_{\tau_L} z_3 + \phi_4 e_{\tau_L} z_4 \\
\dot{V}_4 &= -\sum_{i=1}^4 c_i z_i^2 - \phi_1 e_{\tau} z_1 + \sum_{i=2}^4 z_i \phi_i e_{\tau_L} \tag{4.59}
\end{aligned}$$

donde:

$$\begin{aligned}
\phi_1 &= \frac{1}{J}, \quad \phi_2 = \left( \frac{B}{J^2} - \frac{c_1}{J} \right), \quad \phi_3 = \left( c_2 \frac{B}{J^2} - \frac{c_1 c_2}{J} + \frac{K^2}{J^2 L_a} - \frac{B^2}{J^3} + c_1 \frac{B}{J^2} - \frac{1}{J} \right), \\
\phi_4 &= \left( -2 \frac{BK^2}{J^3 L_a} + \frac{B^3}{J^4} - c_2 \frac{B^2}{J^3} + c_1 c_2 \frac{B}{J^2} - c_1 \frac{B^2}{J^3} - c_1 \frac{K^2}{J^2 L_a} + c_2 \frac{K^2}{J^2 L_a} - \frac{K^2 R_a}{J^2 L_a^2} + \frac{B}{J^2} \right)
\end{aligned}$$

#### 4.2.4. Análisis de estabilidad en lazo cerrado

En esta subsección se analiza la estabilidad de la derivada de la función de Lyapunov (4.59), observe que en el caso de que  $e_{\tau_L} = 0$ , implica que  $z_i = 0$ , ( $i = 1, \dots, 4$ ), (es decir, el segundo y tercer término se hacen cero) es un punto de equilibrio globalmente exponencialmente estable, ya que:

$$\dot{V}_4 = -\sum_{i=1}^4 c_i z_i^2 < 0 \quad (4.60)$$

Por otro lado, si el error de estimación del par de carga, resulta ser  $e_{\tau_L} \neq 0$ , entonces el término  $\sum_{i=2}^4 z_i \phi_i e_{\tau_L}$ , puede reescribirse con la desigualdad de Young ([37] ecuación 2.253, [95]), la cual en su forma simplificada establece que si las constantes  $p > 1$  y  $q > 1$  son tal que  $(p-1)(q-1) = 1$ , con  $\varepsilon > 0$  y  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ , se tiene:

$$xy \leq \frac{\varepsilon^p}{p} |x|^p + \frac{1}{q\varepsilon^p} |y|^q \quad (4.61)$$

Escogiendo  $p = q = 2$  y  $\varepsilon^p = 2$ , (4.61) se convierte en:

$$xy \leq x^2 + \frac{1}{4}y^2 \quad (4.62)$$

Así, (4.62) es la desigualdad que se tiene en (4.59), con  $x = z_i \phi_i$ ,  $y = e_{\tau_L}$ :

$$\sum_{i=2}^4 z_i \phi_i e_{\tau_L} \leq \sum_{i=2}^4 z_i^2 \phi_i^2 + \frac{e_{\tau_L}^2}{4}$$

en consecuencia, (4.59), queda de la siguiente manera:

$$\dot{V}_4 = -\sum_{i=1}^4 c_i z_i^2 - \phi_1 e_{\tau} z_1 + \sum_{i=2}^4 z_i \phi_i e_{\tau_L} \leq -\sum_{i=1}^4 c_i z_i^2 - \phi_1 e_{\tau} z_1 + \sum_{i=2}^4 z_i^2 \phi_i^2 + \frac{e_{\tau_L}^2}{4} \quad (4.63)$$

En este punto, podemos sacar algunas conclusiones sobre el comportamiento asintótico de  $z(t)$ . Reescribiendo (4.63) como:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2} z^2 \right) \leq -\sum_{i=1}^4 c_i z_i^2 - \phi_1 e_{\tau} z_1 + \sum_{i=2}^4 z_i^2 \phi_i^2 + \frac{e_{\tau_L}^2}{4} \quad (4.64)$$

Para obtener explícitamente la cota de  $z(t)$ , se considera la función  $z(t)e^{ct}$ . Utilizando (4.64) se obtiene:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} (z^2 e^{2ct}) &= \frac{d}{dt} (z^2) e^{2ct} + 2cz^2 e^{2ct} \\ &\leq -2cz^2 e^{2ct} + \sum_{i=2}^4 z_i^2 \phi_i^2 e^{2ct} + \frac{e_{\tau_L}^2}{4} e^{2ct} + 2cz^2 e^{2ct} \\ &= \sum_{i=2}^4 z_i^2 \phi_i^2 e^{2ct} + \frac{e_{\tau_L}^2}{4} e^{2ct} \end{aligned} \quad (4.65)$$

Integrando ambos lados de (4.65), en el intervalo  $[0, t]$ , se produce:

$$\begin{aligned}
z^2(t)e^{2ct} &\leq z^2(0) + \int_0^t \frac{1}{4} e_{\tau_L}^2(\tau) e^{2c\tau} d\tau \\
&\leq z^2(0) + \frac{1}{4} \left[ \sup_{0 \leq \tau \leq t} e_{\tau_L}^2(\tau) \right] \int_0^t e^{2c\tau} d\tau \\
&= z^2(0) + \frac{1}{4} \left[ \sup_{0 \leq \tau \leq t} e_{\tau_L}^2(\tau) \right] (e^{2ct} - 1)
\end{aligned} \tag{4.66}$$

Multiplicando ambos lados de (4.66) con  $e^{-2ct}$ , y utilizando el hecho de que  $\sqrt[2]{a^2 + b^2} \leq |a| + |b|$ , se obtiene la cota de  $z(t)$ .

$$\begin{aligned}
|z(t)| &\leq |z^2(0)| e^{-ct} + \frac{1}{2} \left[ \sup_{0 \leq \tau \leq t} |e_{\tau_L}(\tau)| \right] (1 - e^{-2ct})^{\frac{1}{2}} \\
&\leq |z^2(0)| e^{-ct} + \frac{1}{2} \left[ \sup_{0 \leq \tau \leq t} |e_{\tau_L}(\tau)| \right]
\end{aligned} \tag{4.67}$$

Dado que  $\sup_{0 \leq \tau \leq t} |e_{\tau_L}(\tau)| \leq \sup_{0 \leq \tau \leq \infty} |e_{\tau_L}(\tau)| \triangleq \|e_{\tau_L}\|_{\infty}$ , (4.67) conduce a:

$$|z(t)| \leq |z(0)| e^{-ct} + \frac{\|e_{\tau_L}\|_{\infty}}{2}$$

lo cual muestra que  $z(t)$  converge al conjunto compacto, definido como [37]:

$$\Omega = \left\{ z : z \leq \frac{\|e_{\tau_L}\|_{\infty}}{2} \right\}$$

y por lo tanto:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \text{mdist} \{z(t), \Omega\} = 0$$

#### 4.2.5. Trayectorias de referencia

El modelo promedio del buck-motor de cd (3.14) es un sistema lineal de cuarto orden de la forma típica:  $\dot{x} = Ax + Bu$ . La matriz Kalman de controlabilidad del sistema  $C = [B, AB, A^2B, A^3B]$  esta dada por:

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \frac{1}{CJ} \frac{K}{L} \frac{E}{L_a} \\ 0 & 0 & \frac{1}{CL} \frac{E}{L_a} & \alpha \\ 0 & \frac{E}{CL} & -\frac{1}{C^2L} \frac{E}{R_L} & \beta \\ \frac{E}{L} & 0 & -\frac{1}{CL^2} E & \frac{1}{C^2L^2} \frac{E}{R_L} \end{pmatrix} \tag{4.68}$$

donde

$$\begin{aligned}
\alpha &= -\frac{1}{CL} \frac{E}{L_a^2} R_a - \frac{1}{C^2L} \frac{E}{R_L L_a}, \\
\beta &= -\frac{1}{C^2L^2} E + \frac{1}{C^3L} \frac{E}{R_L^2} - \frac{1}{C^2L} \frac{E}{L_a}
\end{aligned}$$

Con lo anterior se calcula el determinante de la matriz de controlabilidad, que resulta:

$$\frac{E^4 K}{C^3 J L^4 L_a^2} \neq 0 \quad (4.69)$$

El sistema lineal es controlable y por lo tanto es *Plano*. El cálculo de la salida plana del sistema se obtiene multiplicando el último renglón de la inversa de la matriz de controlabilidad (4.68) por el vector de estados  $x$  del sistema lineal (ver [87])

$$\begin{aligned} F &= (0 \ 0 \ 0 \ 1) C^{-1} x \\ F &= \left( \frac{LCJL_a}{KE} \right) \omega \end{aligned} \quad (4.70)$$

donde  $x = (\omega \ i_a \ v \ i)^T$ .

Por lo tanto, tomando como salida plana del sistema a la velocidad angular del eje del motor (véase [12]):

$$F = \omega^* \quad (4.71)$$

La salida plana proporciona la siguiente parametrización diferencial de las variables del sistema y la entrada de control promedio, es decir, implica que todas las variables de estado y la misma variable de entrada de control promedio sean parametrizables en términos de  $\omega$  y un número finito de sus derivadas.

$$\omega^* = F \quad (4.72)$$

$$i_a^* = \frac{1}{K} (J\dot{F} + BF + \hat{\tau}_L) \quad (4.73)$$

$$v^* = \frac{R_a}{K} (J\dot{F} + BF + \hat{\tau}_L) + KF + a_5 \quad (4.74)$$

$$a_5 = \frac{L_a}{K} (J\ddot{F} + B\dot{F} + \dot{\hat{\tau}}_L) \quad (4.75)$$

$$i^* = a_4 \ddot{F} + a_3 \ddot{F} + a_2 \dot{F} + a_1 F + a_0 \quad (4.76)$$

$$a_4 = \frac{JCL_a}{K}$$

$$a_3 = \frac{JR_a C}{K} + \frac{BL_a C}{K} + \frac{JL_a}{R_L K}$$

$$a_2 = \frac{BR_a C}{K} + KC + \frac{JR_a}{R_L K} + \frac{BL_a}{R_L K} + \frac{J}{K}$$

$$a_1 = \frac{BR_a}{R_L K} + \frac{K}{R_L} + \frac{B}{K}$$

$$a_0 = \frac{L_a C \hat{\tau}_L}{K} + \left( \frac{R_a C}{K} + \frac{L_a}{KR_L} \right) \dot{\hat{\tau}}_L + \left( \frac{R_a}{R_L K} + \frac{1}{K} \right) \hat{\tau}_L \quad (4.77)$$

$$u_{av}^* = \frac{1}{E} \left[ a_4 L \ddot{F} + a_3 L \ddot{F} + a_2 L \dot{F} + a_1 L \dot{F} + \dot{a}_0 L + v_d^* \right] \quad (4.78)$$

Una vez que la referencia de trayectoria  $\omega^*$  es especificada, todas las trayectorias de referencia pueden generarse en vista de la ley de control (4.57), en particular,  $i_a^*$ ,  $i^*$  y  $v^*$ , y además el control nominal  $u^*$ , el cual es el promedio de  $u_{av}^*$ . Observe que el par de carga  $\hat{\tau}_L$ , y sus derivadas se han obtenido en la sección anterior.

Un perfil de velocidad angular nominal deseada  $\omega^*$ , que presenta un inicio suave para el motor de cd; se ha especificado utilizando un polinomio de interpolación Bézier de décimo orden dado por (ver [86]):

$$\omega^*(t) = \begin{cases} \omega_{ini}, & \text{para } t < t_{ini,\omega} \\ \omega_{ini} + (\omega_{fin} - \omega_{ini}) p_\omega, & \text{para } t_{ini,\omega} \leq t \leq t_{fin,\omega} \\ \omega_{fin}, & \text{para } t > t_{fin,\omega} \end{cases} \quad (4.79)$$

donde, el polinomio  $p_\omega$  debe interpolar suavemente entre los valores 0 y 1 para  $t \in (t_{ini}, T)$ , de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} p_\omega &= t_r^5 [252 - 1050t_r + 1800t_r^2 - 1575t_r^3 + 700t_r^4 - 126t_r^5] \\ t_r &= \left( \frac{t - t_{ini,\omega}}{t_{fin,\omega} - t_{ini,\omega}} \right) \end{aligned} \quad (4.80)$$

La velocidad angular inicial es establecida como  $\omega_{ini} = 0$  rad/seg hasta  $t_{ini,\omega} = 0.3$  seg, el valor de velocidad angular fue especificado como  $\omega_{fin} = 115$  rad/seg a ser alcanzada en  $t_{fin,\omega} = 4.5$  seg.

Las trayectorias de referencia empleadas en la ley de control (4.57) siguen la trayectoria de referencia  $\omega^*$ , como una consecuencia de la parametrización diferencial establecida en la ecuación (4.73), (4.74) y (4.76).

#### 4.2.6. Prueba de estabilidad en lazo cerrado controlador-observador

Frecuentemente en el diseño de una ley de control para un sistema dado, se asume que las variables de estado son medidas para su retroalimentación, sin embargo en la práctica casi no es así. Es entonces cuando es necesario una estimación de las variables de estado, es decir, un observador de estados que permita obtener un valor estimado ( $\hat{x}$ ) del estado real ( $x$ ). En nuestro caso, en el diseño del controlador backstepping se asumió que todas las variables de estado se encuentran disponibles, posteriormente se presento el diseño de un observador PIG para la estimación de la velocidad angular y del parámetro de par de carga aplicado al eje del motor, después los valores obtenidos de las estimaciones se adaptan a las variables de referencia del controlador, esto con la finalidad, primero de evitar medir la velocidad angular, y segundo minimizar los efectos provocados por el par de carga aplicado al eje del motor. En esta sección se presenta la prueba de estabilidad global del sistema convertidor-motor cd, considerando la estabilidad del controlador backstepping y el observador PIG. Para la prueba de la estabilidad global se utiliza el **Principio de separación**, el cual se presenta a continuación.

##### 4.2.6.1. Principio de separación

*El Principio de separación garantiza que la retroalimentación de la salida puede realizarse en dos pasos [42]:*

1. *Se diseña una ley por retroalimentación de estado asumiendo que el estado  $x$  es medido.*
2. *Se diseña un observador, y se reemplaza a la variable  $x$  con el valor estimado de  $\hat{x}$  en la ley de control.*

Considérese el siguiente sistema lineal (SISO):

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu, & A \in \mathbb{R}^{n \times n}, B \in \mathbb{R}^{n \times 1} \\ y &= Cx, & C \in \mathbb{R}^{1 \times n} \end{aligned} \quad (4.81)$$

Se asume que el sistema (4.81) es controlado vía la siguiente ley de control:

$$u = K\hat{x} \quad (4.82)$$

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + \lambda(y - C\hat{x}) \quad (4.83)$$

es decir, una ley por retroalimentación de estado se usa en (4.82). Sin embargo, en ausencia del valor verdadero del estado  $x$ , medible para la retroalimentación, se utiliza una estimación  $\hat{x}$  del estado en la ecuación (4.82). De ahí que, la ecuación (4.83) es la ecuación del observador. Por lo tanto, se tiene lo siguiente:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}} &= Ax + BK\hat{x} \\ &= Ax + BKx - BK\tilde{x} \\ &= (A + BK)x - BK\tilde{x} \end{aligned}$$

Además

$$\dot{\tilde{x}} = (A - \lambda C)\tilde{x}$$

Así

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\tilde{x}} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A + BK & -BK \\ 0 & A - \lambda C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \tilde{x} \end{bmatrix} \\ \dot{\tilde{x}} &= \bar{A}\tilde{x} \end{aligned}$$

donde se define

$$\bar{x} \stackrel{def}{=} \begin{bmatrix} x \\ \tilde{x} \end{bmatrix}$$

Los valores propios de la matriz  $\bar{A}$  son la unión de  $(A + BK)$  y  $(A - \lambda C)$ . De esta manera, se concluye que:

1. Los valores propios del observador no son afectados por la ley del controlador y viceversa.
2. El diseño del controlador y el observador se llevan a cabo independientemente. Esto se conoce como el Principio de separación.

#### 4.2.6.2. Análisis de estabilidad

Considérese el observador PIG dado en (5.14) y los errores de estimación definidos como:

$$\begin{aligned} e_\omega &= \tilde{\omega} = \omega - \hat{\omega} \\ \tilde{\tau}_L &= \tau_L - \hat{\tau}_L \end{aligned}$$

Restando la dinámica del observador propuesto (5.14) de la dinámica mecánica del sistema convertidor-motor de cd (3.14), se tiene

$$\dot{\tilde{x}} = (A_o - \lambda C)\tilde{x}$$

donde

$$\tilde{x} = [\tilde{\omega} \quad \tilde{\tau}_L \quad 0 \quad 0]^T, \quad A_o = \begin{bmatrix} \frac{B}{J} & \frac{1}{J} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \lambda = \begin{bmatrix} \lambda_3 \\ \lambda_2 \\ \lambda_1 \\ \lambda_0 \end{bmatrix} \quad y \quad C = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}^T$$

Dado que  $(A_o, C)$  es observable, existe siempre una ganancia  $\lambda$  que hace que

$$A = (A_o - \lambda C) \quad (4.84)$$

sea Hurwitz.

**Proposición 1:** Considere el modelo del sistema convertidor-motor de cd dado por (3.14), el observador PIG propuesto en (5.14) y la ley de control backstepping dada por (4.57). Entonces

- $x$  exponencialmente y globalmente converge al estado deseado.
- El principio de separación se conserva.

*Prueba:* Proponiendo la siguiente *función de Lyapunov* dada como:

$$V_c = \frac{1}{2} e^T e + \tilde{x}^T P \tilde{x}$$

diferenciado  $V_c$  con respecto al tiempo se obtiene:

$$\dot{V}_c = -(c_1 z_1^2 + c_2 z_2^2 + c_3 z_3^2 + c_4 z_4^2) - \left( -\frac{B}{J} + c_1 \right) z_1 \hat{\omega} - \frac{-1}{J} e_x \hat{\tau}_L - \tilde{x}^T Q \tilde{x} \quad (4.85)$$

Debido a que la dinámica del error del observador PIG (5.14) es lineal, las matrices definidas positivas  $P$  y  $Q$  siempre existen. Aplicando el vector de error  $e$  de seguimiento y el vector de error de estimación  $\tilde{x}$  a  $\dot{V}_c$  (4.85) se obtiene que:

$$\dot{V}_c = - \begin{bmatrix} e \\ \tilde{x} \end{bmatrix}^T \Phi \begin{bmatrix} e \\ \tilde{x} \end{bmatrix}$$

donde

$$\begin{aligned} \Phi &= \begin{bmatrix} \Phi_1 & \Phi_2 \\ \Phi_2^T & \Phi_3 \end{bmatrix}, \\ \Phi_1 &= \begin{bmatrix} c_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_4 \end{bmatrix}, \\ \Phi_2 &= \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \left( -\frac{B}{J} + c_1 \right) & -\frac{1}{2J} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ \Phi_3 &= Q = \begin{bmatrix} q_1 & 0 \\ 0 & q_2 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (4.86)$$

Las condiciones para hacer que  $Q$  sea definida positiva, están dadas por

$$\begin{aligned} q_1 &> 0 \\ q_2 &> 0 \end{aligned} \quad (4.87)$$

Si  $\Phi_1$  es definida positiva y

$$\Phi_3 - \Phi_2^T \Phi_1^{-1} \Phi_2 > 0 \quad (4.88)$$

entonces por el complemento Schur,  $\Phi$  es definida positiva. Dado que  $\Phi_1$  es una matriz diagonal de la cual todos los términos son positivos,  $\Phi_1$  es definida positiva. Sustituyendo (4.86) en la desigualdad (4.88) resulta

$$\begin{bmatrix} q_1 - a_1 & a_2 \\ a_2 & q_2 - a_3 \end{bmatrix} > 0 \quad (4.89)$$

donde

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{-2BJc_1 + B^2 + J^2c_1^2}{4J^2c_1} \\ a_2 &= \frac{1}{4J} - \frac{B}{4J^2c_1} \\ a_3 &= \frac{1}{4J^2c_1} \end{aligned}$$

Por las condiciones (4.89), con las cuales  $\Phi$  es definida positiva se ha encontrado que son

$$\begin{aligned} q_1 &> a_1 \\ q_2 &> \frac{a_2}{(q_2 - a_1)} + a_3 \end{aligned} \quad (4.90)$$

Dado que  $A$  (4.84) es Hurwitz, siempre existe la matriz  $Q$  tal que satisface las condiciones (4.87) y (4.90), por lo tanto, esto obliga a que  $\tilde{V}_c$  sea definida negativa. Así, el estado  $x$  converge global y exponencialmente al estado deseado  $x_d$ , con esto, el **Principio de Separación** se cumple, con lo que se puede lograr la separación entre el diseño del controlador backstepping y el diseño de observador PI $\tilde{G}$ , y conducir a una estabilización global del control de lazo cerrado.

## Capítulo 5

# Diseño de observadores para el par de carga

En el presente capítulo se presenta el diseño de los observadores. En la primera sección se muestra el diseño del estimador algebraico y del observador de orden reducido para la estimación en línea; del par de carga aplicado al eje del motor del convertidor ca-cd, el valor estimado de cada observador es adaptado a las referencias del controlador, de manera alternada lo cual hace posible analizar y comparar el desempeño de estos últimos.

En la segunda sección, se presenta el diseño del observador PIG para la estimación del par de carga, del sistema convertidor cd-cd motor de cd. De la misma forma, el valor estimado del par de carga es adaptado a las referencias del controlador backstepping del convertidor cd-cd.

Los detalles de los metodos empleados para los tres estimadores se han presentado en la sección 2.5.

### 5.1. Diseño del estimador algebraico

El cálculo de las referencias deseadas para el sistema convertidor ca-cd; presentadas en el capítulo anterior, está basado en el conocimiento adquirido del par de carga desconocido  $\tau_L$ . Para proponer un esquema de estimación algebraico de par de carga, se emplea la ecuación mecánica lineal del modelo promedio del sistema convertidor ca-cd motor de cd, dada en el sistema de ecuaciones de (3.2), que por motivos de claridad la ecuación se repite a continuación:

$$J \frac{d\Omega}{dt} = KI_a - B\Omega - \tau_L$$

donde se asume que el par de carga  $\tau_L$  es constante seccionalmente (*piecewise*). Aplicando la transformada de Laplace se obtiene:

$$J [s\Omega(s) - \Omega(0)] = KI_a(s) - B\Omega(s) - \frac{\tau_L}{s} \quad (5.1)$$

con el fin de deshacerse del valor inicial  $\Omega(0)$ , se deriva la ecuación (5.1) con respecto al operador  $s$ :

$$J \left[ \Omega(s) + s \frac{d\Omega(s)}{ds} \right] = K \frac{dI_a(s)}{ds} - B \frac{d\Omega(s)}{ds} + \frac{\tau_L}{s^2} \quad (5.2)$$

multiplicando (5.2) por  $1/s$ , se eliminan las derivadas con respecto al tiempo:

$$J \left[ \frac{\Omega(s)}{s} + \frac{d\Omega(s)}{ds} \right] = K \frac{1}{s} \frac{dI_a(s)}{ds} - B \frac{1}{s} \frac{d\Omega(s)}{ds} + \frac{\tau_L}{s^3} \quad (5.3)$$

aplicando la transformada inversa de Laplace a la ecuación (5.3) produce:

$$\tau_L = \frac{2}{(t-t_i)^2} J \int_{t_i}^t \Omega(\tau) d\tau - J(t-t_i) \Omega(t) + K \int_{t_i}^t (t-t_i) I_a(\tau) d\tau - B \int_{t_i}^t (t-t_i) \Omega(\tau) d\tau \quad (5.4)$$

ésta ecuación (5.4) indica que una estimación del par de carga desconocido  $\hat{\tau}_L$ , puede expresarse en términos de los estados medibles  $I_a$  y  $\Omega$ . Por lo que, se propone el uso de la siguiente estimación:

$$\hat{\tau}_L = \begin{cases} \hat{\tau}_L(t_i^-) & \text{para } t \in [t_i, t_i + \delta] \\ \frac{n(t)}{d(t)} & \text{para } t > t_i + \delta \\ \text{con} \\ n(t) = 2J \int_{t_i}^t \Omega(\tau) d\tau - J(t-t_i) \Omega(t) + \\ K \int_{t_i}^t (t-t_i) I_a(\tau) d\tau - B \int_{t_i}^t (t-t_i) \Omega(\tau) d\tau \\ d(t) = (t-t_i)^2 \\ \text{y} \\ t_i = kT, k = 0, 1, 2, \dots, T \gg \delta \end{cases} \quad (5.5)$$

En la fórmula (5.5) se consideran reseteos (reinicios) periódicos al final de los intervalos de tiempo de duración  $T$ . Estos reseteos toman en cuenta que el par de carga se supone constante seccionalmente. Al reiniciar los valores de las mediciones anteriores son descartadas y se toma en cuenta solo las recientes; dado que éstas contienen información actualizada para el cálculo del par de carga. Por esta razón, el valor de duración de  $T$ , tiene que adaptarse a la escala de tiempo que se espera que ocurran los cambios de carga, lo cual puede determinarse en la fase experimental. El valor de duración  $\delta$ , en la fórmula (5.5) se considera un estricto límite inferior para el periodo  $T$  y es una forma simple para abordar el problema de indeterminación al dividir valores pequeños con una precisión finita en la numeración de los procesadores digitales. El valor de  $\delta$  requiere elegirse lo suficientemente grande debido a que el ruido afecta a las señales medidas. Esto puede causar una indeterminación similar. En los experimentos, se ha encontrado que ha sido suficiente mantener los últimos valores estimados  $\hat{\tau}_L(t_i^-)$  como un estimado para el valor de duración de  $\delta$ , es decir, un pequeño periodo de *descanso* ha sido implementado. La mejor aproximación del par de carga estimado sucede cuando el valor de  $\delta$  es seleccionado de acuerdo a la siguiente desigualdad:

$$T_s < \delta < T \quad (5.6)$$

Los valores del periodo de descanso ( $\delta$ ), el tiempo de muestreo ( $T_s$ ) y el tiempo de reseteo periódico ( $T$ ) son mostrados en la Tabla 5.1.

La base teórica del método algebraico para la estimación de parámetros se fundamenta en la teoría de modulos y la relevancia de álgebra no conmutativa, específicamente álgebra Weyl en el tratamiento del problema de estimación de parámetros basado en modelos. En ([54]) presentan los

Voltaje de alimentación	120V/12V
Dispositivo de conmutación	IRF640 (200V/18A)
Frecuencia de conmutación	45kHz
Diodo	MBRF20100CT
Tarjeta de adquisición	Pc-card-das16/16-AO
Capacitor	C = 1000 $\mu$ F
Inductor	L = 1mH
Resistor	R <sub>L</sub> = 4.4k $\Omega$
Resistor de línea	r <sub>L</sub> = 0.1450 $\Omega$
Resistencia de armadura	R <sub>a</sub> = 5.0 $\Omega$
Inductancia de armadura	L <sub>a</sub> = 9mH
Momento de inercia	J = 7.95 $\mu$ kgm <sup>2</sup>
Constante eléctrica	K <sub>e</sub> = 0.042 Vs/rad
Torque constante	K <sub>m</sub> = 0.042 N-m/A
Coefficiente de fricción viscosa	B = 40.1 $\mu$ (Nm-s)/rad
<hr/>	
Parámetros del estimador algebraico:	
Periodo de descanso	$\delta = 0.035$ sec
Tiempo de reseteo periódico	T = 0.5 sec

Tabla 5.1. Especificaciones del sistema rectificador convertidor-motor de cd y del estimador de par de carga.

desarrollos teóricos y ejemplos ilustrativos de este enfoque. Temas tales como estabilidad del error de seguimiento asintótico, no son esenciales para el enfoque debido a que los cálculos de los parámetros son realizados y reemplazados donde son necesarios en el lazo de retroalimentación, en un intervalo de tiempo muy pequeño. Una vez que el valor del parámetro es sustituido en el controlador, las características de estabilidad están dominados por las acciones del control retroalimentado con un sistema de control utilizando parámetros correctos, y no por el estimador de parámetros, cuya existencia cesa después de que los cálculos terminan. Su reactivación, cuando se produce un cambio de parámetro, cuenta con características idénticas con efectos generales similares.

## 5.2. Diseño del observador proporcional de orden reducido

El segundo estimador del par de carga para el sistema convertidor ca-cd/motor de cd, es un observador proporcional de orden reducido. Su diseño se presenta a continuación:

Del sistema de ecuaciones (3.2) del sistema convertidor ca-cd motor de cd, se considera la ecuación mecánica que por motivos de claridad se repite nuevamente:

$$J \frac{d\Omega}{dt} = KI_a - B\Omega - \tau_L$$

donde:  $\Omega = \omega$  y  $K_t = K$ . Entonces, como una medición indirecta del par de carga  $\tau_L$ , se resuelve para éste:

$$\tau_L = KI_a - B\Omega - J \frac{d\Omega}{dt} \quad (5.7)$$

Se puede observar que (5.7), satisface la condición de observabilidad [96], [88], es decir,  $\tau_L$  depende de la entrada, en este caso  $I_a$  y la medición de la salida  $\Omega$  y de su derivada con respecto al tiempo,  $\dot{\Omega}$ .

Ahora, considere el siguiente observador proporcional de orden reducido para  $\tau_L$ , de la siguiente manera:

$$\dot{\hat{\tau}}_L = \lambda(\tau_L - \hat{\tau}_L), \quad \lambda > 0 \quad (5.8)$$

donde  $\hat{\tau}_L$ , denota el estimado de  $\tau_L$ , y  $\lambda$  es la tasa de convergencia deseada del observador.

Sustituyendo (5.7) en (5.8) se obtiene:

$$\dot{\hat{\tau}}_L = \lambda \left[ KI_a - B\Omega - J \frac{d\Omega}{dt} - \hat{\tau}_L \right] \quad (5.9)$$

Debido a que no se conoce la derivada en el dominio del tiempo de  $\Omega$ , el observador (5.9) no puede implementarse. Sin embargo, con el fin de superar este problema se introduce la variable auxiliar  $\zeta$ :

$$\zeta \triangleq \hat{\tau}_L + \lambda J \Omega \quad (5.10)$$

entonces:

$$\hat{\tau}_L = \zeta - \lambda J \Omega \quad (5.11)$$

La derivada de (5.11) es:

$$\dot{\hat{\tau}}_L = \dot{\zeta} - \lambda J \dot{\Omega} \quad (5.12)$$

Entonces, de (5.9), (5.11) y (5.12), la derivada con respecto al tiempo de  $\dot{\zeta}$  está dada por:

$$\dot{\zeta} = \lambda [KI_a - B\Omega - \zeta + \lambda J \Omega] \quad (5.13)$$

De esta manera, el observador proporcional de orden reducido para  $\tau_L$ , está dado por las ecuaciones (5.11) y (5.13).

### 5.3. Diseño del observador PIG

La ley de control Backstepping (ecuación 4.57) para el sistema convertidor cd-cd motor de cd, obtenida en el capítulo anterior, requiere del conocimiento del par de carga aplicado ( $\tau_L$ ) y la velocidad angular ( $\omega$ ). La corriente de armadura  $i_a$ , y el voltaje de salida  $v$  en el capacitor son medibles.

Se considera que el par de carga real aplicado al eje del motor es variante en el tiempo, desconocido pero uniformemente y absolutamente acotado. Proponiendo, el siguiente observador PIG para el sistema (3.14):

$$\begin{aligned} \frac{d\hat{\omega}}{dt} &= \frac{K}{J} i_a - \frac{B}{J} \hat{\omega} + z_1 + \lambda_3(\omega - \hat{\omega}) \\ \dot{z}_1 &= z_2 + \lambda_2(\omega - \hat{\omega}) \\ \dot{z}_2 &= z_3 + \lambda_1(\omega - \hat{\omega}) \\ \dot{z}_3 &= \lambda_0(\omega - \hat{\omega}) \end{aligned} \quad (5.14)$$

Con la selección apropiada de los parámetros de diseño  $\{\lambda_0, \dots, \lambda_3\}$ , el observador de estados  $\hat{\omega}$ ; de forma redundante estima la velocidad angular  $\omega$ . Por otro lado, el observador de estados

$z_1$  produce una estimación asintótica de la incertidumbre de la señal  $\tau_L(\tau)$ . Las ganancias del observador  $\{\lambda_0, \dots, \lambda_3\}$  son seleccionadas de tal forma que las raíces del polinomio característico domine el comportamiento de la dinámica del error de estimación de salida, ubicándolas en el semiplano izquierdo del plano complejo, alejadas convenientemente del eje imaginario. Es claro, que cuando mayor sean las ganancias, mayor será la precisión de la estimación y también mayor será el *pico* inicial en las variables de observación  $\hat{\omega}$  y  $z_1$  (ver [61]).

El error de estimación es definido como  $e_\omega = \omega - \hat{\omega}$ , y satisface la siguiente dinámica inyectada:

$$e_\omega^{(4)} + \left(\frac{B}{J} + \lambda_3\right) e_\omega^{(3)} + \lambda_2 \ddot{e}_\omega + \lambda_1 \dot{e}_\omega + \lambda_0 e_\omega = 0 \quad (5.15)$$

Mediante una selección adecuada de los coeficientes  $\lambda_i : i = 0, 3$ , el polinomio característico de la variable compleja  $s$ , se puede convertir en un polinomio Hurwitz:

$$p_{\hat{\tau}_L}(s) = (s^2 + 2\omega_n^2 s + \omega_n^2)^2 \quad (5.16)$$

y en comparación con (5.15) se encuentra que:

$$\begin{aligned} \lambda_3 &= 4\zeta\omega_n - \frac{B}{J} \\ \lambda_2 &= 2\omega_n^2 + 4\zeta\omega_n^2 \\ \lambda_1 &= 4\zeta\omega_n^3 \\ \lambda_0 &= \omega_n^4 \end{aligned}$$

El error de estimación se asegura que esta uniformemente acotado por un disco, de radio tan pequeño como se desee, centrado en el origen en el espacio de fase del error de estimación. El radio puede reducirse aún más mediante el ajuste de las ganancias de observador para producir valores propios lo suficientemente lejos en el semiplano izquierdo del plano complejo. Bajo estas circunstancias,  $\hat{\omega} \rightarrow \omega$  y  $\dot{\hat{\omega}}_L \rightarrow \dot{\omega}$  modulo un error arbitrariamente pequeño y, en consecuencia, es claro que  $z_1 \rightarrow -\frac{\tau}{J}$  con la misma razón de convergencia (ver [57] y [59]).

Observar que debido a la dinámica del observador y dado que el parámetro de  $\tau_L$  aparece en la ecuación de  $\omega$  en el sistema (3.14), existe una estimación directa de ésta última. Aunque el controlador backstepping solo requiere la estimación de  $\tau_L$ , en las pruebas experimentales se presenta una comparación de los valores  $\omega$  y  $\hat{\omega}$ . La estimación de  $\omega$ , posibilita la idea de que controlador sea del tipo *sensorless*.



## Capítulo 6

# Plataformas experimentales y resultados experimentales

En el presente capítulo se describen las dos plataformas experimentales de los convertidores ca-cd y cd-cd, acoplados cada uno al motor de cd correspondiente. Posteriormente se muestran las pruebas experimentales, donde puede observarse el desempeño de cada controlador en lazo cerrado, adaptando el valor del par de carga obtenido por su estimador correspondiente.

### 6.1. Justificación de las plataformas experimentales de los convertidores

En la actualidad los motores de cd siguen teniendo gran demanda para aplicaciones de pequeña a mediana potencia, es decir; para aplicaciones en donde no se requiere tener una cantidad considerable de par de carga. Este tipo de motores son regularmente accionados mediante convertidores del tipo ca-cd y del tipo cd-cd, en el primer tipo; estos son alimentados a través de fuentes de ca convencionales como son: la red de distribución eléctrica y generadores eléctricos. La conversión ca-cd tiene una gran importancia en el campo de la electrónica y de la electricidad en general, derivada de la necesidad de adaptar las características de las redes de distribución eléctrica a los requerimientos de un amplio abanico de equipo electrónico (incluyendo motores de corriente directa). Todo este equipo requiere corriente directa para su correcto funcionamiento, en tanto que las redes eléctricas presentan formas de onda alternas senoidales. Por ello, a fin de que la red eléctrica pueda ser utilizada como fuente de suministro de energía para estos equipos, se comprende la necesidad de utilizar convertidores específicos (rectificadores) encargados de *transformar* en cd las forma de onda alterna.

Para el caso cuando estos tipos de motores son accionados mediante convertidores cd-cd de topología reductora (buck), elevadora (boost), reductora-elevadora (buck-boost), los cuales son alimentados a través de fuentes de cd convencionales como: paneles solares, baterías y celdas de combustible. Debido a la demanda de los motores de cd, una herramienta de identificación rápida de sus parámetros, se traduce en un menor costo para los fabricantes y empresas de mantenimiento.

Por otro lado, el diseño, construcción y análisis de la plataforma experimental del convertidor ca-cd/motor de cd de arquitectura abierta, es una de las aportaciones de la presente tesis al área de la docencia, ya que integra el aspecto teórico con el aspecto experimental, los resultados de este análisis revelan una simplicidad en el manejo teórico de la técnica de retroalimentación de la

salida pasiva, la implementación vía programación del observador de orden reducido y del estimador algebraico, además que dicha plataforma permitirá implementar otros tipos de leyes de control y de otros tipos de estimadores.

El diseño, construcción y análisis de la plataforma experimental del convertidor cd-cd/motor de cd, que es también de arquitectura abierta, es una de las aportaciones de la tesis al área de la docencia, ya que integra el aspecto teórico con el aspecto experimental, los resultados de este análisis revelan una simplicidad en el manejo teórico de la técnica backstepping y el observador FIG. Por otro lado, la plataforma experimental permite implementar otras leyes de control y estimadores, dado que la estimación en línea del par de carga y el control de motores de cd vía convertidores de potencia es un área de gran interés en el control adaptativo y en especial en sistemas que no necesitan medir (sensorless) alguna variable o parámetro para operar.

En la siguiente subsección, se presentan los detalles de la construcción de la plataforma experimental del convertidor ca-cd, posteriormente en la segunda subsección se muestran el diseño de la plataforma del convertidor cd-cd.

## 6.2. Diseño y construcción de la plataforma experimental del convertidor ca-cd

En el capítulo cuatro, se ha diseñado una ley de control mediante la técnica de retroalimentación de la salida pasiva para la regulación de velocidad angular en el motor de cd, así como la identificación en línea del par de carga aplicado al eje del motor (capítulo cinco). Para poder evaluar el desempeño de la ley de control, de los estimadores de par de carga y del nivel de corrección del FP es necesario construir una plataforma experimental que permita realizar pruebas del sistema en lazo cerrado.

### 6.2.1. Plataforma experimental del convertidor ca-cd/motor cd

Las bloques que constituyen la plataforma experimental del convertidor ca-cd/motor cd son:

- Convertidor ca-cd tipo boost.
- Modulador de ancho de pulso (PWM).
- Generador de tiempos muertos.
- Etapa de potencia del convertidor ca-cd.
- Sensores eléctricos.
- Motor de cd de imán permanente.
- Generador de carga mecánica.
- Programación en Matlab-Simulink:
  - Controlador basado en la técnica de retroalimentación de la salida pasiva.
  - Estimador algebraico y observador de orden reducido para la estimación del par de carga.

Cada uno de estos bloques se presentan con mayor detalle en las siguientes subsecciones.

### 6.2.2. Convertidor ca-cd tipo boost

Los parámetros de diseño seleccionados para el convertidor boost se muestran en la Tabla 6.1.

Parámetro	Valor
Voltaje de alimentación nominal	120 V, 12 V
Dispositivo de conmutación	IRF640
Frecuencia de conmutación	45KHz
Diodo de corrimiento libre	MBRF20100CT
Capacitor de salida, $C$	1000 $\mu$ F
Inductor del convertidor Boost, $L$	1 mH
Carga resistiva, $R_L$	4.4 K $\Omega$
Resistor de línea, $r_L$	0.1450 $\Omega$
Rizo de corriente, $\Delta i_L$	0.67 A

Tabla 6.1. Parámetros del convertidor boost.

### 6.2.3. Modulador de ancho de pulso (PWM)

Los moduladores de ancho de pulso son de gran utilidad para la implementación experimental de los controladores promedio, debido a que con estos se transforma la señal continua en una señal discreta equivalente, lo que posibilita el encendido/apagado del interruptor en forma apropiada.

La idea del diseño de los métodos de control, es representar una expresión de control continuo de retroalimentación basado en sistemas promedio, con entradas de control acotadas en un intervalo cerrado  $[0,1]$ , donde estas traducen una ley de control de retroalimentación en una forma discreta (resultado de la comparación de la señal de entrada promedio con una señal triangular de alta frecuencia) que toma por entrada la señal de control continua, como una función de ciclo de trabajo para la implementación del PWM.

Existen muchas aplicaciones en donde el modulador PWM funciona como un actuador electrónico para la activación y desactivación del interruptor, en donde su salida funciona como la entrada de control real (ver [97]). Este modulador es muy usado en equipos industriales y de investigación. Por tal motivo, en esta sección se trata en detalle al modulador PWM.

#### 6.2.3.1. Modulador de ancho de pulso (PWM) clásico y circuito PWM

En la mayoría de aplicaciones se encuentran sistemas de control de la siguiente forma:

$$\dot{x} = f(x, u), \quad x \in X, \quad u \in U \quad (6.1)$$

donde,  $X \subset \mathbb{R}^n$ , mientras el espacio de entrada  $U$ , es un conjunto discreto. Una clase dominante de ejemplos de este tipo son los convertidores de potencia, que pueden representarse mediante esta notación matemática.

Considérese un sistema de control cualquiera con  $U = \{0, 1\}$ , esto es:

$$\dot{x} = f(x, u), \quad u \in \{0, 1\} \quad (6.2)$$

donde, el ciclo de trabajo se define como la relación de trabajo efectiva de la variable de control  $u$ , que tiene un valor fijo en un instante de tiempo  $\Delta$ .

En todo ciclo de trabajo la entrada de control  $u$ , se conmuta exactamente un tiempo de 1 a 0. La fracción del ciclo de trabajo sobre el cual la entrada retiene el valor fijo 1, se conoce como la razón de trabajo y se denota por  $\alpha$ . La razón de trabajo puede también depender del estado  $x$  (es decir, del valor del estado muestreado desde el inicio del ciclo de trabajo). En todo ciclo de trabajo  $[t, t + \Delta]$  la entrada de control  $u$ , es definida por:

$$u(\tau) = \begin{cases} 1, & \text{para } t \leq \tau \leq t + \alpha\Delta \\ 0, & \text{para } t + \alpha\Delta \leq \tau \leq t + \Delta \end{cases} \quad (6.3)$$

El estado  $x$  al final del ciclo de trabajo, está dado por:

$$x(t + \Delta) = x(t) + \int_t^{t+\alpha\Delta} f(x(\tau), 1) d\tau + \int_{t+\alpha\Delta}^{t+\Delta} f(x(\tau), 0) d\tau \quad (6.4)$$

El modelo ideal promedio del sistema controlado por PWM, se obtiene por medio del ciclo de trabajo de duración instantánea  $\Delta$ , que tiende al valor cero. Se obtiene el límite de la expresión (6.4) y entonces se produce:

$$\dot{x} = \lim_{\Delta \rightarrow 0} \frac{m}{\Delta} \frac{x(t + \Delta) - x(t)}{\Delta} = \alpha f(x(\tau), 1) + (1 - \alpha) f(x(\tau), 0) \quad (6.5)$$

La razón de trabajo  $\alpha$ , se considera como una *entrada a valores continuos* que toma sus valores en el intervalo cerrado  $[0, 1]$ . Ahora para un valor suficientemente pequeño  $\Delta$ , las trayectorias del sistema continuo en el tiempo (6.5), será cerrado para trayectorias del sistema (6.2). Nótese en general que el comportamiento global del sistema (6.2) es más bondadoso que el sistema (6.5); ya que no todas las trayectorias de (6.2) pueden ser aproximadas por trayectorias de (6.5).

El esquema de control por PWM produce el control desde la propia conmutación de los convertidores de potencia, donde es razonable asumir que los interruptores pueden estar abiertos ( $u = 0$ ) o cerrados ( $u = 1$ ) en una forma suficientemente rápida en una razón de trabajo  $\alpha \in [0, 1]$ . Un análisis similar puede realizarse para un sistema de control (6.2) con una entrada acotada arbitraria en el conjunto  $U \subset R^m$ . Entonces el PWM asociado al sistema continuo en el tiempo tiene entradas continuas  $\alpha$ , tomando valores en la superficie convexa de  $U$ .

El índice de modulación de amplitud  $m_a$ , está definido por la razón:

$$m_a = \frac{u_{av}}{v_{tri}} \quad (6.6)$$

donde:  $u_{av}$  es la amplitud pico de la señal de control promedio y  $v_{tri}$  es la amplitud pico de la señal triangular. Este último parámetro generalmente se mantiene constante.

### 6.2.3.2. Circuito PWM para el convertidor ca-cd

En la Figura 6.1 se presenta el circuito generador PWM, este se compone de un circuito integrado (CI) generador de onda triangular (ICL8038) y de un CI comparador analógico de alta velocidad (LM311N). Este último compara el nivel de voltaje de la señal promedio de entrada con la señal triangular generada por el ICL8038. La implementación física del modulador PWM se realizó mediante la comparación de la señal triangular de frecuencia finita (45 Khz), y la señal promedio (salida del controlador) que se impone en la salida del convertidor (señal moduladora). La salida de este circuito se conecta al circuito generador de tiempos muertos, el cual se presenta a continuación.

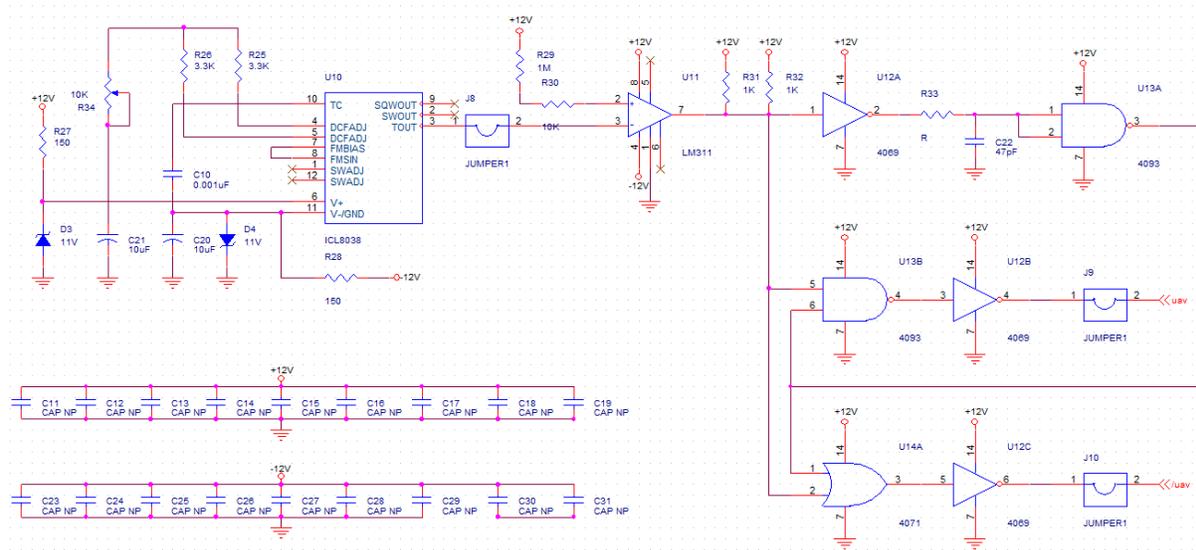


Figura 6.1. Circuito PWM y circuito generador de tiempo muerto.

#### 6.2.4. Generador de tiempo muerto

La topología empleada del convertidor ca-cd es un Boost de puente completo, se requiere de cuatro transistores Mosfet's (IRFP250). Estos son disparados alternativamente en pares: T1 y T3, posteriormente T2 y T4. Sin embargo, con el fin de evitar que al alternar la conexión de los pares de Mosfet's no exista daño entre estos, se requiere de un circuito adicional para la generación de tiempo muerto en la señal PWM. Para esto se utiliza el circuito mostrado también en la Figura 6.1, se basa en los circuitos lógicos CMOS: CD40106B y CD4093B, los cuales generan dos señales complementarias ( $u_{av}$  y  $/u_{av}$ ) a partir de la salida del circuito PWM, las cuales se conectan a los circuitos de disparo.

#### 6.2.5. Etapa de potencia del convertidor ca-cd

La Figura 6.2 muestra la etapa de potencia del sistema convertidor ca-cd, consta de cuatro transistores Mosfet's que forman el puente completo. Dada la naturaleza de los sistemas conmutados de corriente, como es el caso de éste convertidor, cada transistor tiene conectado un diodo (*Damper*) de protección BYV32-100, el cual impide la retroalimentación destructiva que se origina en este tipo de aplicaciones. Cada par de Mosfet's tiene el driver IR2210, éste recibe las señales  $u_{av}$  y  $/u_{av}$ , proveniente del circuito PWM y del circuito generador de tiempo muerto.

#### 6.2.6. Sensores eléctricos

El controlador propuesto requiere de la medición de la corriente del inductor ( $I$ ), la corriente de armadura ( $I_a$ ) y el voltaje de armadura ( $V$ ) (o el voltaje de salida del capacitor) para su retroalimentación en la ley de control, a continuación se describe como se realiza cada una de éstas mediciones.

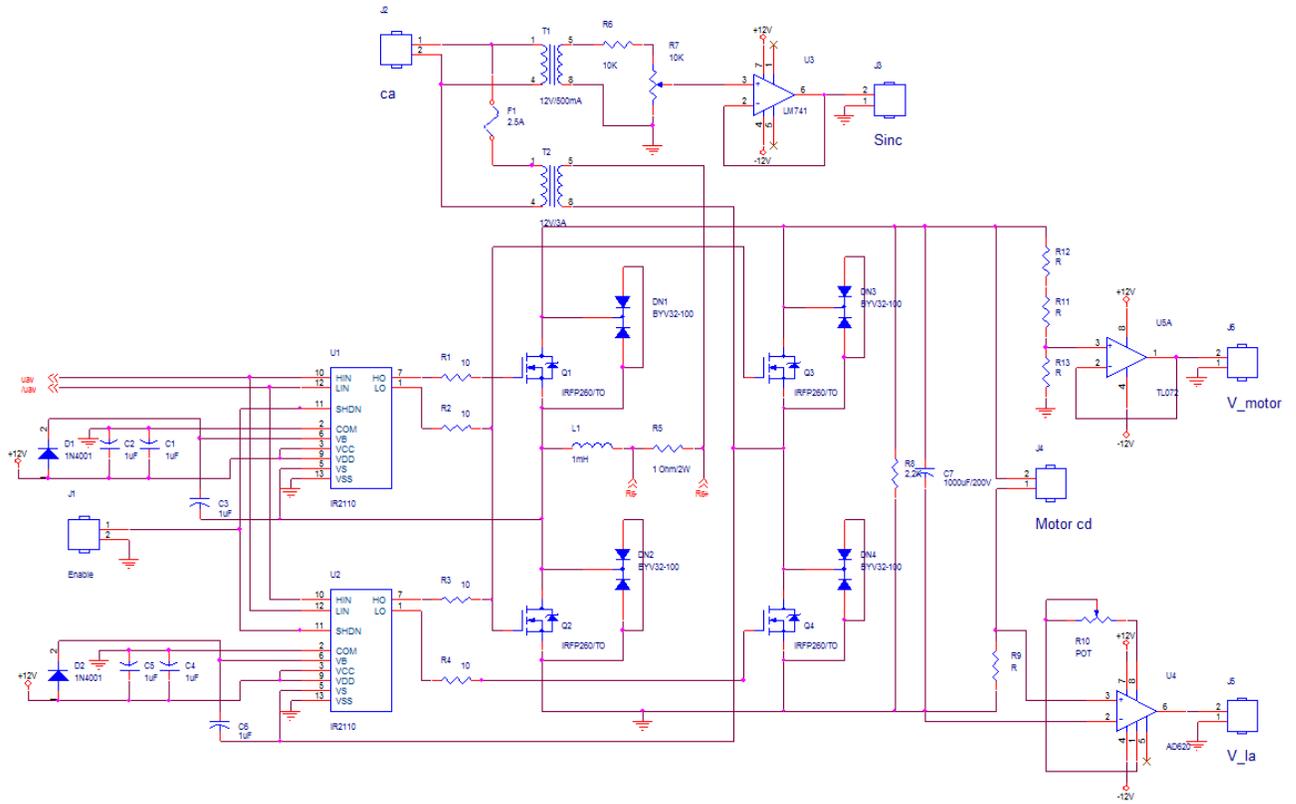


Figura 6.2. Etapa de potencia del sistema convertidor boost ca-cd.

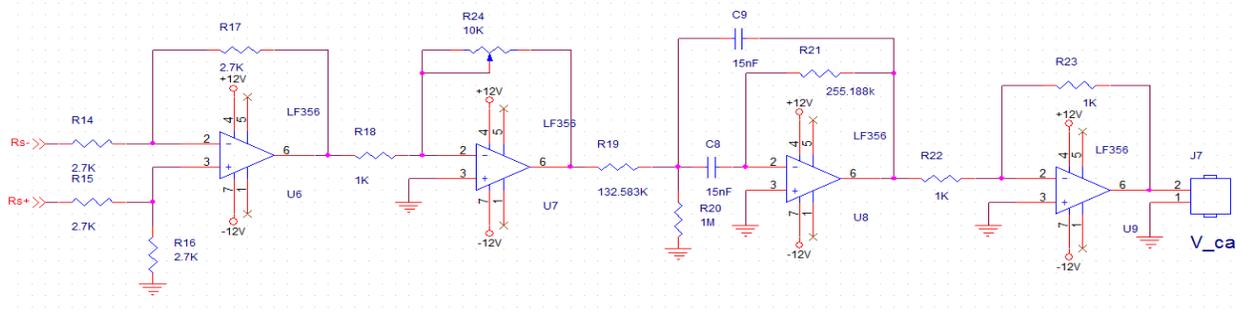


Figura 6.3. Circuito para la medición de la corriente del inductor.

### 6.2.6.1. Medición de la corriente del inductor

Para la medición de la corriente del inductor, se emplea un resistor de potencia de  $1 \Omega / 2$  W, (R5 en el diagrama) (Figura 6.2), la caída de voltaje obtenido en éste resistor es proporcional a la corriente que circula a través de él. Las terminales del resistor (Rs+ y Rs-) se encuentran conectadas al circuito que se muestra en la Figura 6.3, el cual es un amplificador diferencial (U6), seguido de un amplificador inversor con ganancia variable (U7), un filtro pasa bajas (U8) y por último un amplificador inversor (U9).

### 6.2.6.2. Medición de la corriente de armadura

Para medir la corriente de armadura se ha empleado un resistor de potencia de  $0.68 \Omega$  (R9 en el diagrama), en serie con las terminales de alimentación del motor de cd, y un CI amplificador de instrumentación (AD620), con el objeto de tener un voltaje proporcional a dicha corriente. En la Figura 6.2 se muestra el circuito eléctrico empleado.

### 6.2.6.3. Medición del voltaje de armadura

Para la medición del voltaje de armadura  $V$  (voltaje de salida del capacitor), se emplea un amplificador operacional TL072 (U5A), configurador como seguidor después de atenuar el voltaje de entrada a éste, el circuito eléctrico se muestra en la Figura 6.2.

## 6.2.7. Motor de cd de imán permanente

El motor de cd de imán permanente utilizado es de la firma Dunkermotor. La obtención de los parámetros del motor se realizó en forma experimental a través de su ecuación eléctrica y mecánica ([98]), mediante la respuesta en el tiempo en lazo abierto ([29]). Estos son presentados en la Tabla 6.2.

Parámetro	Valor
Marca	Dunkermotor
Modelo	GR42x25
Potencia	14 Watts
Voltaje de alimentación nominal	24 Volts
Corriente de arranque	4 A
Resistencia de armadura, $R_a$	$6.14 \Omega$
Constante eléctrica, $K_s$	$0.04913 \text{ V}\cdot\text{s}/\text{rad}$
Constante mecánica, $K_m$	$0.04913 \text{ N}\cdot\text{m}/\text{A}$
Coefficiente de fricción viscosa, $B$	$40.923 \mu(\text{N}\cdot\text{m}\cdot\text{s}/\text{rad})$
Inductancia de armadura, $L_a$	8.9 mH
Par de carga máx., $\tau_{\text{máx}}$	4 N-cm
Velocidad angular nominal, $\omega_{\text{nom}}$	3600 rpm

Tabla 6.2. Características del motor de cd de imán permanente.

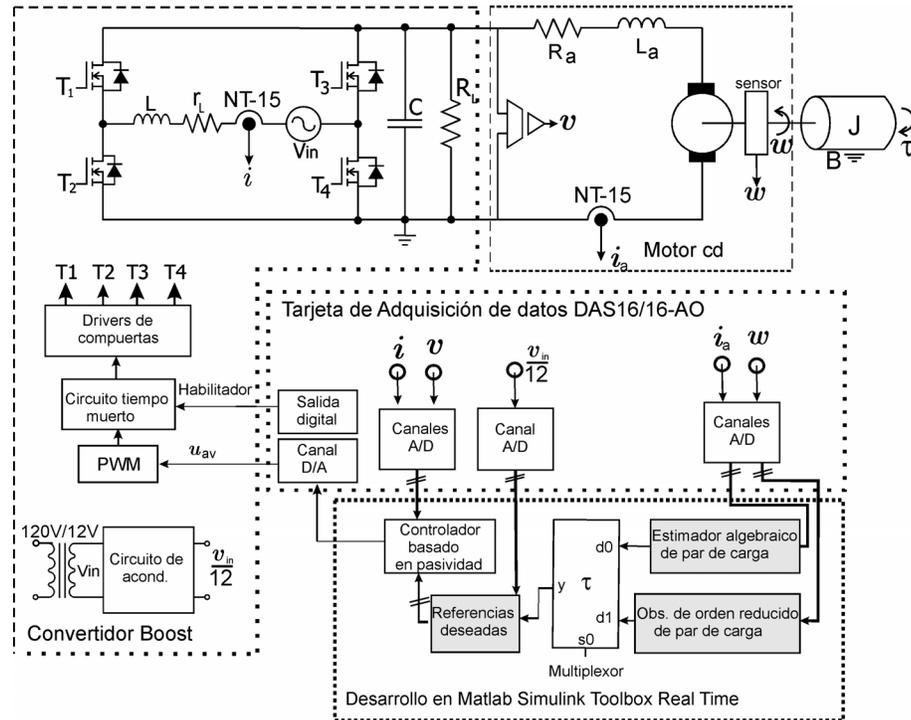


Figura 6.4. Plataforma experimental del sistema convertidor boost ca-cd y la tarjeta de adquisición de datos en lazo cerrado.

### 6.2.8. Fase de programación para el sistema convertidor ca-cd

En las siguientes dos subsecciones se presenta el diseño del programa en Matlab-Simulink<sup>®</sup> que contiene al controlador por retroalimentación de la salida pasiva, el estimador algebraico y el observador de orden reducido, diseñados en el capítulo anterior.

En la Figura 6.4 se muestra el diagrama a bloques del sistema convertidor boost/motor cd en lazo cerrado. Puede observarse que se muestran las entradas y salidas principales hacia la tarjeta de adquisición DAS16/16-AO. El convertidor boost propiamente, así como las conexiones en Matlab-Simulink<sup>®</sup> del controlador por retroalimentación de la salida pasiva.

#### 6.2.8.1. Diseño del estimador algebraico y el observador de orden reducido

Las Figura 6.5(a) y (b) muestran los modelos a bloques desarrollados en Matlab-Simulink<sup>®</sup> del estimador algebraico y el observador de orden reducido, descritos por las ecuaciones (5.5), (5.11) y (5.13), respectivamente.

Los valores obtenidos por el estimador algebraico y el observador de orden reducido (Figura 6.5) son adaptados a las señales de referencia dadas en las ecuaciones (4.14)-(4.17), para minimizar los efectos que se presentan cuando el par de carga es aplicado al eje del motor de cd. Es importante recordar que los valores de ambos estimadores son usados alternadamente, con el propósito de comparar su desempeño al adaptarlas a las señales de referencia del controlador.

En las pruebas experimentales, se utilizó como interfaz una tarjeta de adquisición de datos Pc-Card-DAS16/16-AO de la firma Measurement Computing, ésta permite la comunicación entre

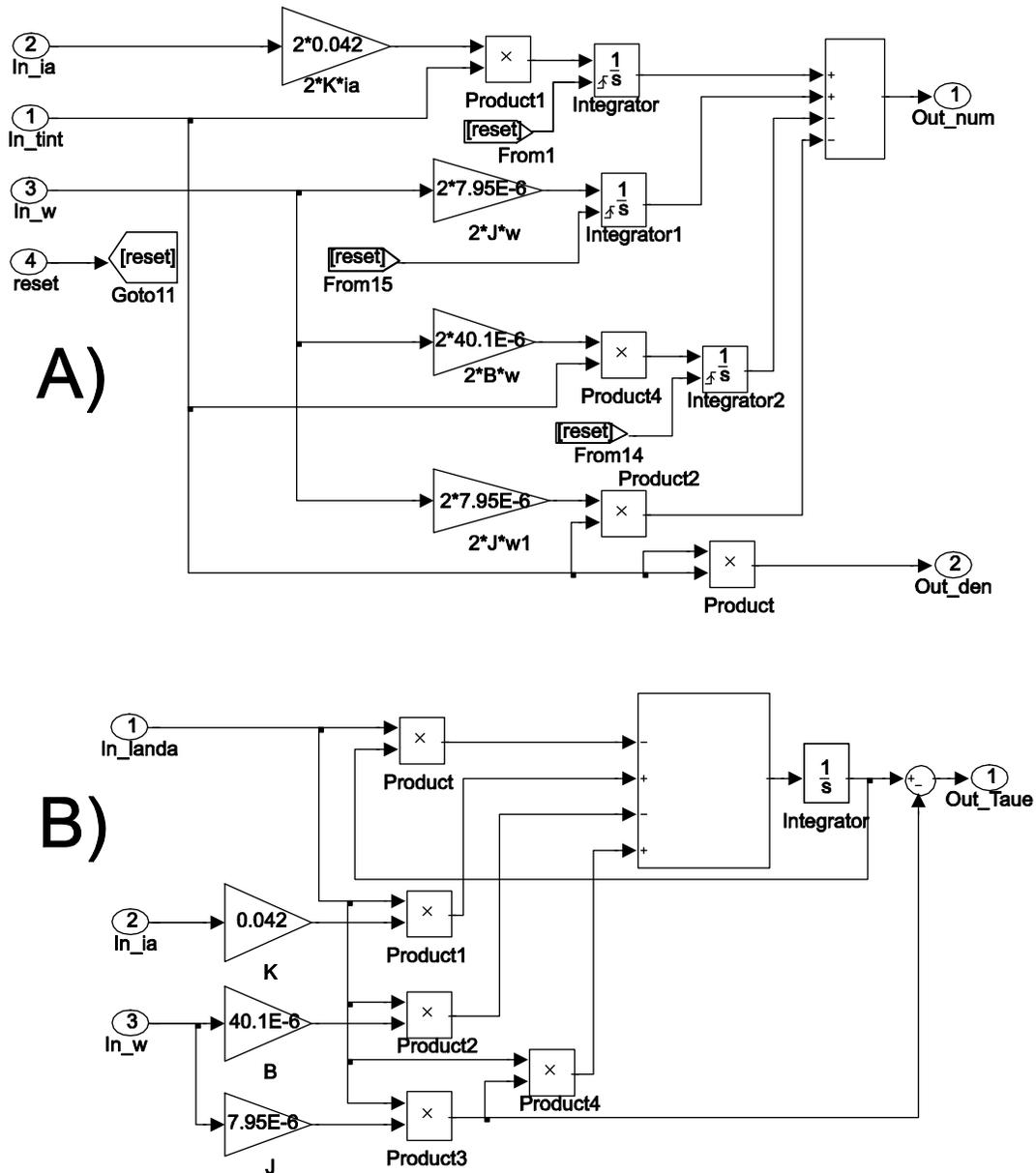


Figura 6.5. Estimadores de par de carga para el sistema convertidor ca-cd; (a) Estimador algebraico; (b) Observador de orden reducido.

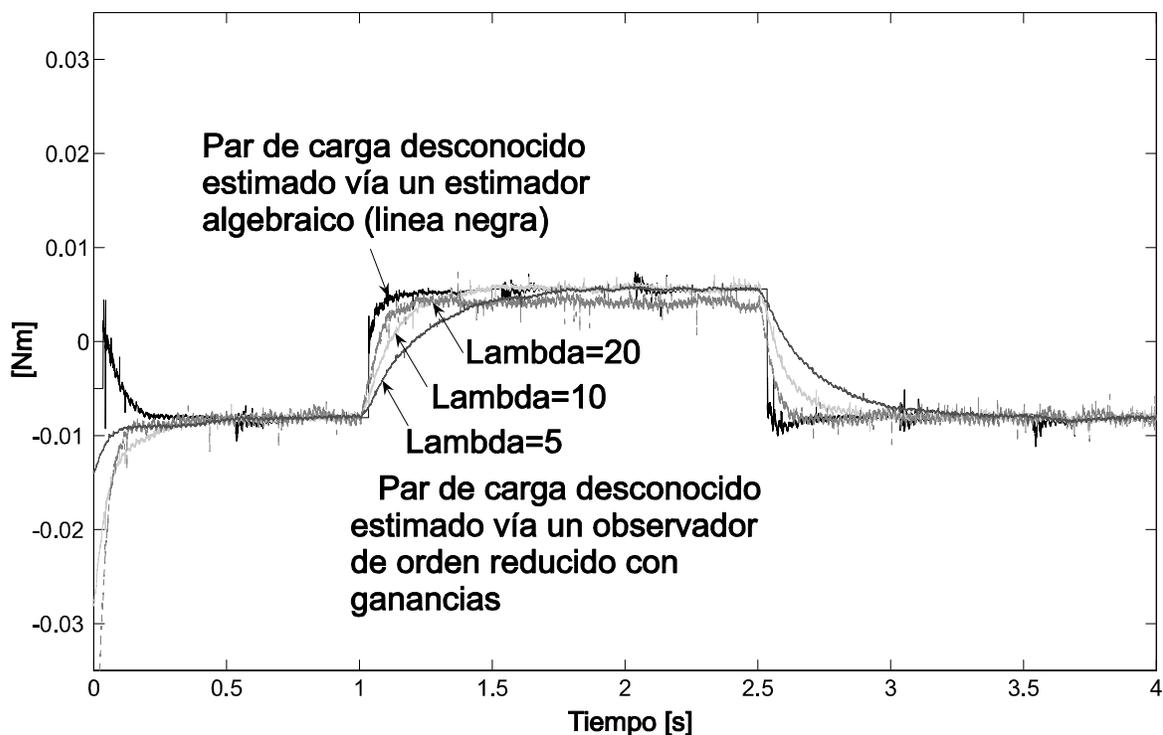


Figura 6.6. Resultado experimental. Respuesta en lazo cerrado del estimador algebraico y el observador de orden reducido, para la estimación del par de carga.

el programa que se ejecuta en la computadora con los circuitos analógicos de sensado y de control. El periodo de muestreo utilizado en la implementación del controlador es de  $220 \mu s$ .

### 6.3. Pruebas experimentales y análisis de los resultados del convertidor ca-cd/motor

La Figura 6.6 muestra la señal experimental de la respuesta en lazo cerrado de los dos estimadores. El par de carga obtenido por el estimador algebraico se presenta en color negro, mientras que los valores obtenidos por el observador de orden reducido se presentan en color en tonos de gris para las ganancias de  $\lambda$  de 5, 10 y 20. Para llegar al valor nominal del par aplicado por medio del observador se necesita tener un valor alto de  $\lambda$ , mientras que con el estimador algebraico no es necesario el empleo de alguna ganancia. Por otro lado, la alta ganancia del observador genera sobre tiros en el valor estimado durante la puesta en marcha del mismo. Adicionalmente, el observador de orden reducido requiere ser sintonizado de forma heurística, en cambio el estimador algebraico no requiere tal sintonización. En la señal en color negro mostrada en la Figura 6.6, se observa la rapidez del estimador algebraico para calcular el valor estimado del parámetro del par aplicado.

Con el fin de comparar el desempeño de ambos estimadores, estos se adaptan alternadamente

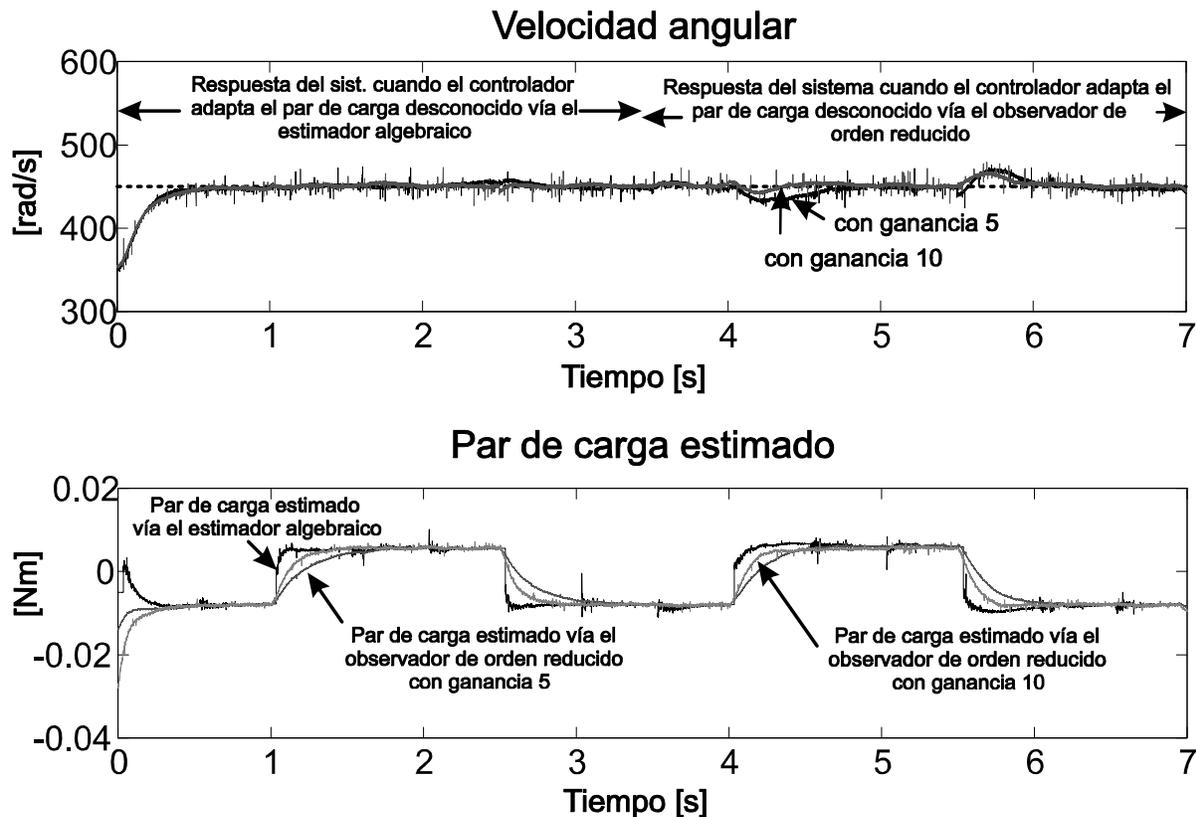


Figura 6.7. Resultado experimental. Respuesta de la velocidad angular para una tarea de regulación de velocidad angular constante con par de carga variante en el tiempo.

en intervalos de tiempo al controlador. En la Figura 6.7 se observa en primer lugar el desempeño del estimador algebraico en el intervalo de tiempo de [0-3.5] segundos, mientras que en el intervalo de tiempo de  $[\approx 3.5-7]$  segundos se presenta el desempeño del observador de orden reducido, con valores de  $\lambda$  de 5 y 10. Las respuestas de velocidad angular muestran una mayor robustez bajo perturbaciones exógenas de par cuando se adapta el valor estimado mediante el estimador algebraico, esto se observa en el intervalo de tiempo de [0-3.5] segundos de la Figura 6.7.

La Figura 6.8 presenta las referencias que utiliza el controlador, las cuales incluyen el valor obtenido por los dos estimadores. Se muestran también las señales de corriente de entrada, corriente de armadura, voltaje de salida y entrada de control. También se puede apreciar como la corriente de entrada incrementa su amplitud cuando el par de carga es aplicado en el intervalo de [1-1.2] segundos, esto no produce un desplazamiento significativo en el FP a la entrada de alimentación (ver Figura 6.9). En los intervalos de tiempo cuando se aplica el par de carga, el voltaje de salida del convertidor mantiene su valor preestablecido, mientras que el valor de corriente en la armadura presenta cambios en su valor nominal, así como también lo hace la entrada de control promedio con la finalidad de minimizar los efectos súbitos del par de carga aplicado.

La Figura 6.9 muestra las graficas obtenidas del cálculo del FP, la distorsión armónica total de corriente ( $DAT_i$ ) y del desplazamiento del FP (DFP) a la entrada del convertidor ca-cd; ante los cambios repentinos del par de carga en el eje del motor. En estas gráficas es posible ver una mejor

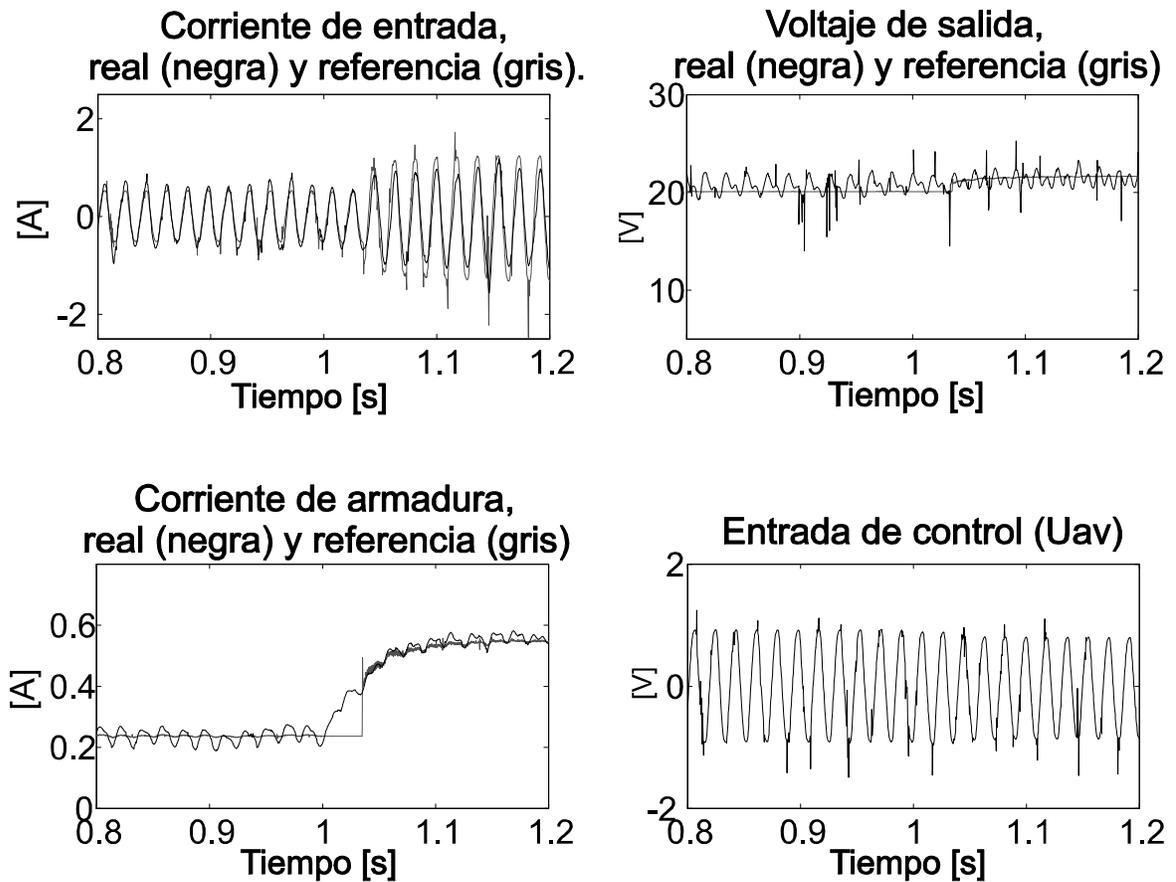


Figura 6.8. Resultado experimental: corriente de entrada, corriente de armadura, voltaje de salida (V) y entrada de control  $u_{av}$ , para una tarea de regulación de velocidad angular constante deseada con par de carga variante en el tiempo.

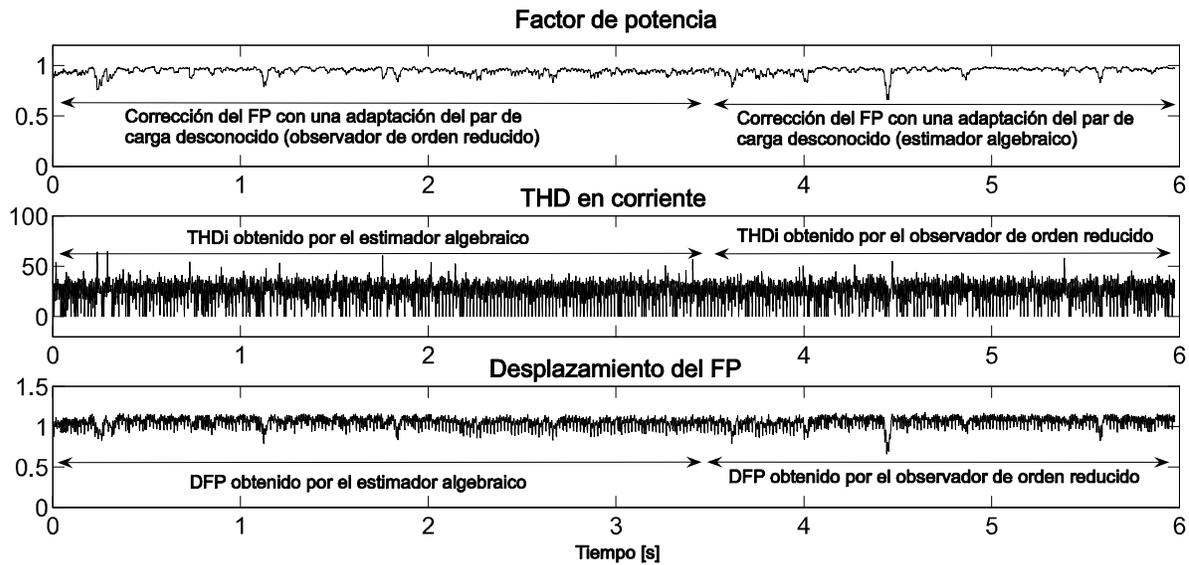


Figura 6.9. FP, DAT (THD) de corriente y DFP de la fuente de ca, sobre cambios repentinos de la carga en el eje del motor.

corrección del FP cuando la adaptación es realizada por el estimador algebraico ([0-3.5] segundos) y no por el observador de orden reducido ([3.5-7] segundos). El valor del parámetro  $DAT_i$  obtenido es aproximadamente 24 %, sin embargo el desplazamiento entre la corriente de entrada y el voltaje de ca es muy pequeño, por lo tanto; se tiene un FP cercano a la unidad [29].

## 6.4. Diseño y construcción de la plataforma experimental del convertidor cd-cd

En el capítulo cuatro, se ha diseñado una ley de control mediante la técnica de control Backstepping para lograr el arranque suave del motor de cd de imán permanente. También en el capítulo cinco se presentó el diseño del observador PIG para la identificación en línea del par de carga aplicado. Para poder evaluar el desempeño de la ley de control en lazo cerrado y del estimador de par de carga, es necesario construir una plataforma experimental que permita realizar pruebas del sistema en lazo cerrado.

### 6.4.1. Plataforma experimental del convertidor cd-cd/motor cd

Los bloques que forman la plataforma experimental del convertidor cd-cd/motor cd son (Figura 6.10):

- Convertidor cd-cd tipo buck.
- Modulador de ancho de pulso (PWM).
- Sensores eléctricos (corriente y voltaje).

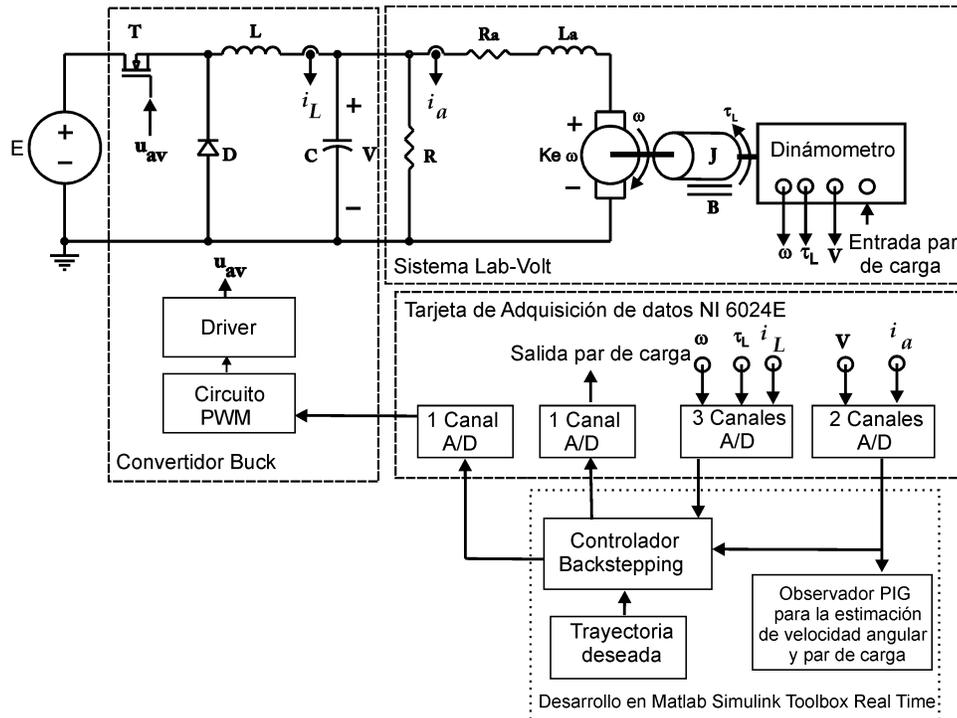


Figura 6.10. Diagrama a bloques de la plataforma experimental para el convertidor Buck-motor de cd y el sistema de adquisición de datos en lazo cerrado.

- Motor de cd de imán permanente.
- Dinamómetro.
- Programación en Matlab-simulink:
  - Controlador basado en la técnica Backstepping.
  - Observador PIG para la estimación del par de carga.
  - Planeación de la trayectoria de seguimiento de velocidad angular.

Cada uno de éstos bloques se describen con mayor detalle en la siguientes subsecciones.

## 6.4.2. Convertidor cd-cd tipo buck

Los parámetros de diseño del convertidor buck seleccionados para trabajar en el modo de conducción continuo, se muestran en la Tabla 6.3.

### 6.4.2.1. Diseño del inductor del convertidor Buck

La Figura 6.11(a) muestra el circuito eléctrico del sistema convertidor buck/motor cd, mientras que la Figura 6.11(b) muestra el circuito equivalente del análisis en cd. La fuente dependiente de la figura 6.11(a) se hace cero en el análisis, debido a que el voltaje en la salida del convertidor tiene

Parámetro	Valor
Voltaje de alimentación nominal	100 V
Capacitor de salida, $C$	2200 $\mu\text{F}$
Inductor del convertidor Buck, $L$	880 $\mu\text{H}$
Carga resistiva, $R_L$	7.2 $\text{K}\Omega$
Rizo de corriente (inductor) $\Delta i_L$	670 mA
Frecuencia de conmutación	45 KHz

Tabla 6.3. Parámetros del convertidor buck.

un valor de 10% del voltaje de alimentación nominal, con el cual no se provoca movimiento en el eje del motor. Por lo tanto, el voltaje en el resistor  $R$  del circuito de la figura 6.11(b) es:

$$\bar{v} = U_{av}E = 0,1 * 90 = 9 \text{ V}$$

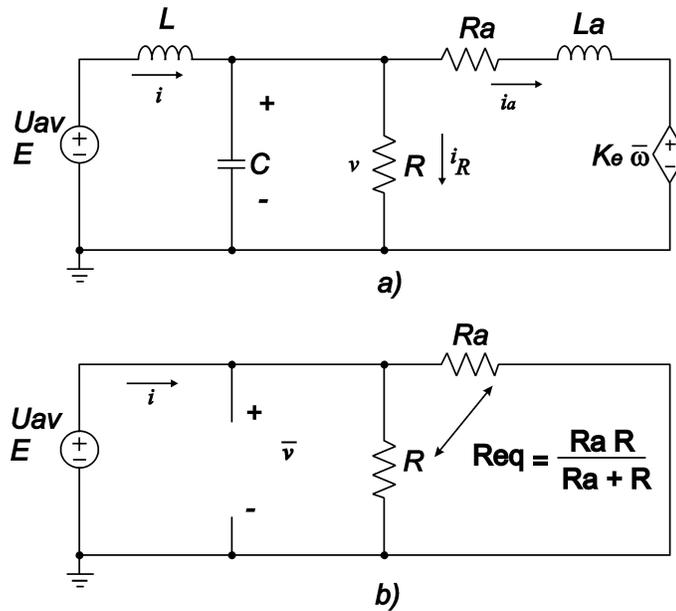


Figura 6.11. Convertidor cd-cd; a) Circuito eléctrico del sistema en forma promedio, b) análisis en cd del circuito eléctrico ( $\omega = 0$  rad/s).

Por otra parte, el valor del resistor equivalente ( $R_{eq}$ ) del circuito de la Figura 6.11(b) se calcula de la siguiente forma:

$$R_{eq} = \frac{R_m R}{R_m + R} = \frac{2,33\Omega(7,2\text{K}\Omega)}{2,33\Omega + 7,2\text{K}\Omega} = 2.3292 \Omega$$

El resistor de carga  $R$  conectado a la salida del convertidor buck mostrado en el circuito eléctrico de la Figura 6.11(a) y 6.11(b) tiene dos funciones, la primera limitar la corriente en el circuito de armadura del motor, la segunda disipar la energía proveniente del capacitor. Mediante el análisis en cd del circuito eléctrico de la Figura 6.11(a), se calcula el valor crítico de la inductancia del convertidor, así como su valor de corriente de rizo. Para asegurar que el convertidor esté siempre

trabajando en el Modo de Conducción Continuo (MCC), el valor crítico de la inductancia  $L_{crit}$  del convertidor se hace a través de la siguiente expresión dada como [9]:

$$L_{crit} = \left( \frac{1 - U_{av}}{2} \right) \frac{R_{eq}}{f} \quad (6.7)$$

El convertidor de topología buck se diseña a una frecuencia de conmutación  $f$  de 45 KHz, para tener un menor porcentaje de rizo en corriente y en voltaje, además de tener una mejor aproximación en forma promedio del modelo matemático del sistema (3.14) [33]. De (6.7) se obtiene el valor crítico de la inductancia del convertidor como:

$$L_{crit} = \left( \frac{1 - 0,1}{2} \right) \frac{2,3292}{45KHz} = 23,292 \mu H$$

Con este valor se calcula el valor de corriente de rizo, por medio de la siguiente expresión:

$$\Delta \bar{i}_L = \frac{1}{L_{crit}} (E - \bar{v}) \frac{U_{av}}{f} \quad (6.8)$$

De (6.8) resulta que el valor de rizo de corriente que circula por la inductancia del convertidor es:

$$\Delta i_L = \frac{1}{23,292 \mu H} (90V - 9V) \frac{0,1}{45KHz} = 7,7280 \text{ A} \quad (6.9)$$

Como se desea que este valor de rizo de corriente sea aún más pequeño que en (6.9), se propone un valor de

$$\Delta i_L = 0,2045 \text{ mA}$$

Para conseguir esto último se selecciona una inductancia del convertidor con un valor de:

$$L = 880 \mu H$$

Esta inductancia se construye usando un núcleo de ferrita con un hueco de aire de 1mm. Este hueco de aire evita los efectos de saturación en el núcleo para valores nominales de corrientes de 3A [99]. El núcleo tiene una resistencia de aproximadamente 0.3  $\Omega$ . La razón del ciclo útil de trabajo constante de  $U_{av}$  en equilibrio está definido en el intervalo cerrado [0,1].

#### 6.4.2.2. Filtro de salida del convertidor buck

El inductor y el capacitor forman un filtro pasa-bajas de segundo orden, el cual filtra las componentes de alta frecuencia en el voltaje de salida del convertidor, causadas por las conmutaciones del transistor 21N50C3 y el diodo de conmutación rápida MBR20100CT (Figura 6.13). La frecuencia de corte del filtro está dada por la siguiente expresión:

$$f_{co} = \frac{1}{2\pi \sqrt{LC}}$$

Para el diseño del filtro de salida, la frecuencia de corte se escoge en el siguiente intervalo de frecuencias:

$$13 \text{ Hz} < f_{co} < 130 \text{ Hz} \quad (6.10)$$

A partir de los límites de la frecuencia de corte de (6.10), se calcula el límite superior e inferior en el intervalo de valores de la capacitancia del filtro, dados como:

$$1703,3 \mu\text{F} \leq C \leq 170,33 \text{ mF} \quad (6.11)$$

Para no reducir demasiado la velocidad de respuesta en el tiempo del convertidor, se elige el valor de capacitancia cinco veces más grande que la cota inferior de (6.11), por tanto, se escoge un valor de  $C = 2200 \mu\text{F}$ . Por lo que el valor de la frecuencia de corte del filtro del convertidor es de:

$$f_{co} = \frac{1}{2\pi \sqrt{(880 \mu\text{H})(2200 \mu\text{F})}} = 114,38 \text{ Hz}$$

### 6.4.3. Modulador de ancho de pulso (PWM)

#### 6.4.3.1. Circuito PWM para el convertidor cd-cd

En la Figura 6.12 se presenta el circuito generador PWM. Básicamente se compone de un CI generador de onda (XR2206) y de un CI comparador analógico de alta velocidad (LM311N). En el circuito también se puede observar el sumador inversor U1 (TL081), el cual se encarga de sumar un voltaje (offset) a la señal triangular, con objeto de tener solo valores positivos. También se puede apreciar el circuito CMOS SN4093, éste acondiciona la señal cuadrada de PWM que se ha generado, producto de la comparación de los niveles de voltaje de la señal promedio de entrada ( $u_{av}$ ) con la señal triangular generada por el XR2206.

Es importante señalar, que esta plataforma experimental cuenta con un Selector (Header/Jumper) etiquetado como (J7) en el circuito de la Figura 6.12, y el potenciómetro R3, los cuales para efectos de pruebas y ajustes de los circuitos, permiten controlar en lazo abierto la velocidad angular del motor de cd.

### 6.4.4. Sensores eléctricos

Dado que la ley de control obtenida para el convertidor cd-cd/motor cd está en función de la corriente total ( $i$ ), la corriente de armadura ( $i_a$ ) y del voltaje de armadura ( $v$ ), es necesario medir estas variables, lo cual se logra con los siguientes sensores eléctricos.

#### 6.4.4.1. Sensores de corriente

Para la medición de la corriente total ( $i$ ) y la corriente de armadura ( $i_a$ ) se emplean dos sensores de corriente de Efecto Hall, el CI utilizado es el NT-15 de la firma F.W. Bell. En la Figura 6.13 se muestra la conexión de estos dos CI's, el CI U7 es usado para medir la corriente de armadura ( $i_a$ ), mientras que U8 permite medir la corriente total ( $i$ ). La salida del NT-15 tiene una escala de conversión de  $15 \text{ A}/\pm 2.5 \text{ V}$ , es decir por cada amperio que circule por el sensor se tiene 0.1666 Volts a la salida del circuito (Figura 6.13).

#### 6.4.4.2. Sensor de voltaje de cd

En las pruebas experimentales de control, solo es necesario medir el valor de la corriente total ( $i$ ), la corriente de armadura ( $i_a$ ) y la velocidad angular ( $\omega$ ) del motor, pero en el caso de los experimentos de estimación también es necesario determinar el voltaje de salida del convertidor que es aplicado al motor. Para esta medición se emplea el modulo aislador de corriente/voltaje

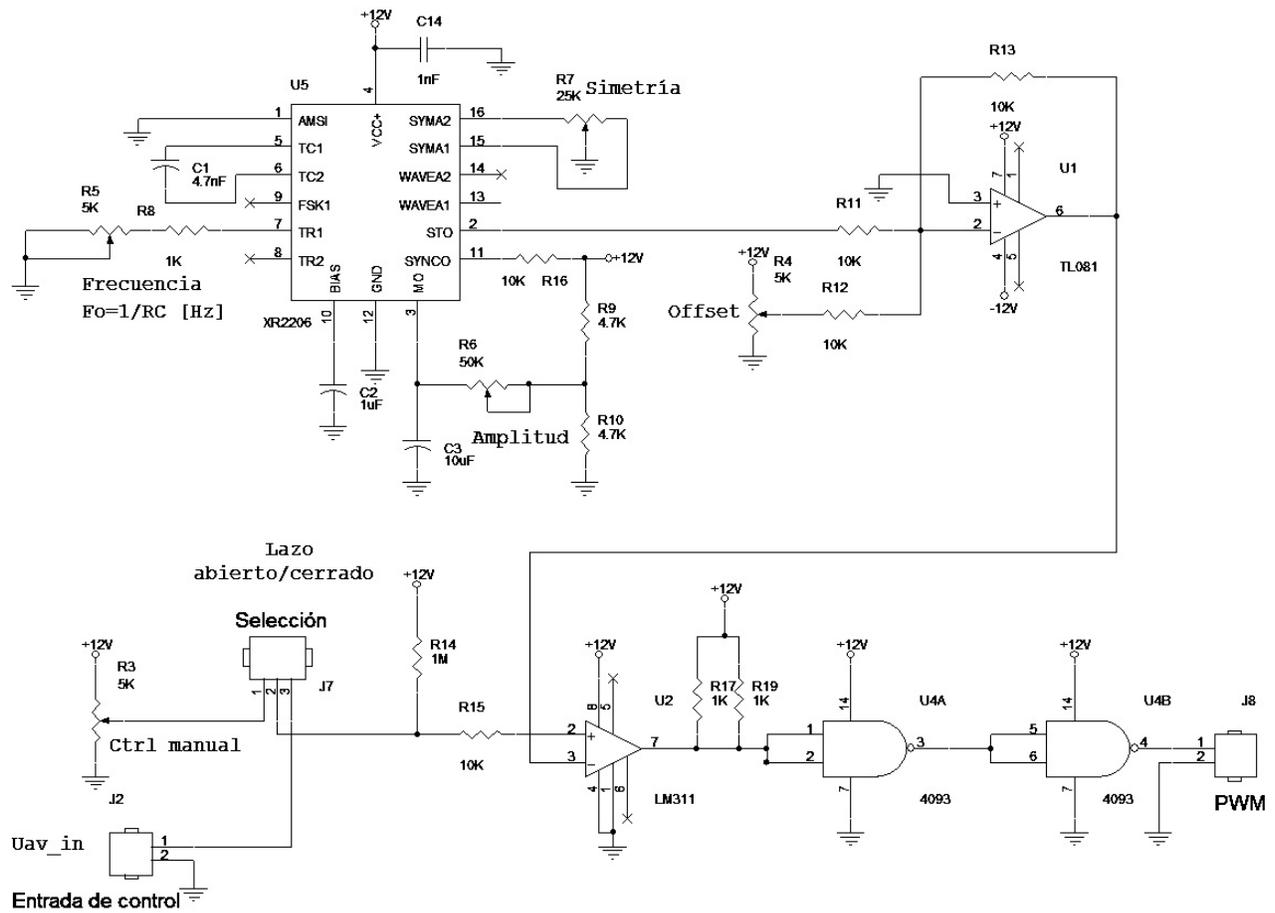


Figura 6.12. Circuito electrónico modulador PWM.

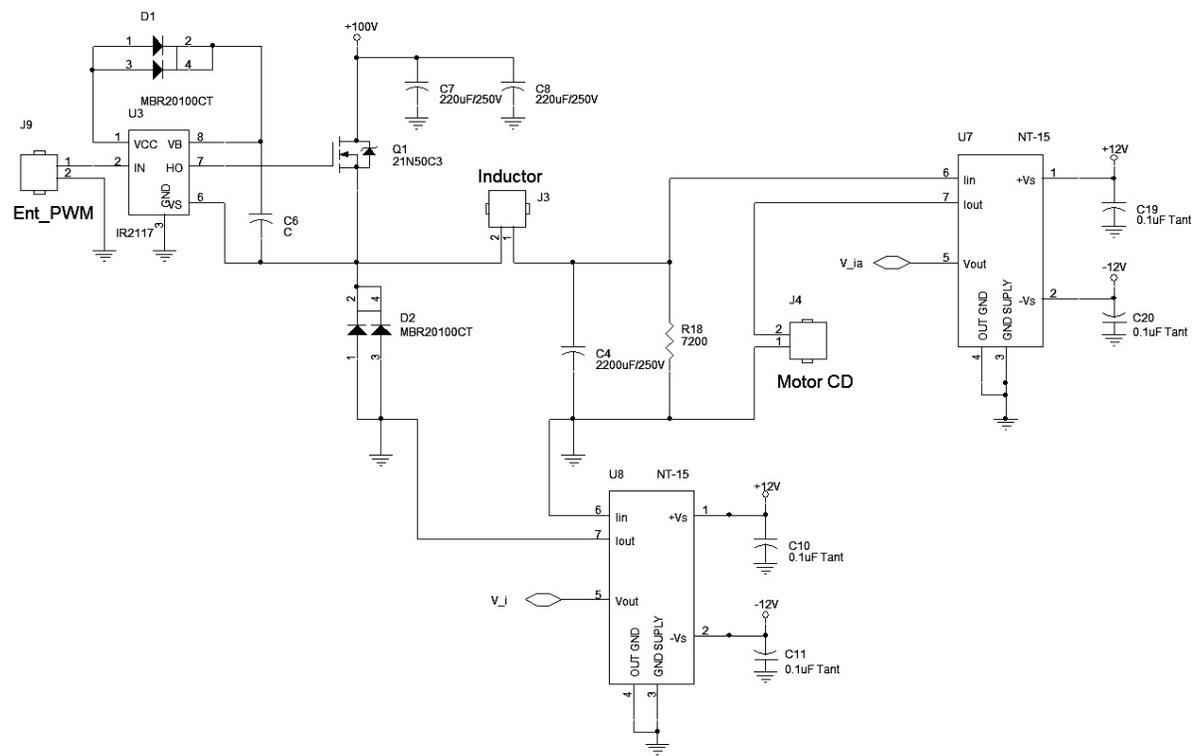


Figura 6.13. Circuito electrónico del convertidor buck y sensores de corriente NT-15.

modelo 9056-12 del equipo LabVolt. Este asilador convierte un voltaje (0 a  $\pm 300$  V) de ca o cd en un voltaje de salida (0 a  $\pm 10$  V) aislado electricamente. Esto permite observar las formas de onda de la señal de circuitos de potencia en un osciloscopio, o incluso esta señal de salida puede utilizarse en circuitos de control como señales retroalimentadas de voltaje, como es el caso en el presente trabajo. El voltaje de salida del modulo aislador es conectado directamente a un canal de entrada de la tarjeta de adquisición de datos utilizada.

#### 6.4.4.3. Sensor de velocidad angular

Como se mencionó en la subsección del diseño del observador PIG, con el objeto de comparar el valor de la velocidad angular real con el valor de la velocidad angular estimada por el observador PIG, se ha empleado la señal de salida de un dinamómetro de velocidad angular del motor de cd. Esta salida proporciona una señal de salida proporcional a una velocidad angular de 500 rev/min/V, presentada en la Tabla 6.5.

#### 6.4.5. Motor de cd de imán permanente (90 V)

El motor de corriente directa que se utiliza en la plataforma experimental para el sistema convertidor buck/motor cd, es de la firma Leeson, con características similares a los utilizados en la industria. La obtención de los parámetros del motor se realizó en forma experimental a través de su ecuación eléctrica y mecánica ([98]), mediante la respuesta en el tiempo en lazo abierto ([29]), estos son presentados en la Tabla 6.4.

Parámetro	Valor
Marca	Leeson
Modelo	C42D17FK4C
Potencia	1/3 HP
Voltaje de alimentación nominal	90 Volts
Corriente nominal	3.45 A
Velocidad angular máx., $\omega_{\text{máx}}$	1750 rpm
Par máx., $\tau_{\text{máx}}$	1.355581 N-m
Constante mecánica, $K_m$	0.479 N-m/A
Constante eléctrica, $K_e$	0.479 Vs/rad
Coefficiente de fricción viscosa, $B$	0.00937 N-m-s/rad
Inductancia de armadura, $L_a$	7 mH
Resistencia de armadura, $R_a$	2.33 $\Omega$
Momento de inercia, $J$	0.01164 Kg-m <sup>2</sup>

Tabla 6.4. Características del motor de cd de imán permanente.

#### 6.4.6. Dinamómetro

Para la realización de las pruebas experimentales, ha sido necesario contar con un elemento electromecánico que permita aplicar la entrada de perturbación de par de carga al eje del motor de cd, en nuestro caso se utiliza un dinamómetro. Éste consiste de un motor de cd de imán permanente, que opera de dos formas: La primera es como fuerza motriz para un generador de 0.2kW, o segunda como un dinamómetro acoplado al motor de cd que se controla. Cuando opera como un

dinamómetro, la máquina de cd es usada como un generador y una carga mecánica es obtenida por control electrónico de la energía eléctrica generada, la cual es disipada en resistores de carga dentro del modulo del dinamómetro. La carga mecánica puede establecerse manualmente por una perilla de control, o externamente aplicando un voltaje de control analógico. Las salidas analógicas del modulo del dinamómetro, entregan voltajes proporcionales al par de carga aplicado y a la velocidad angular medida mecánicamente. Las características del dinamómetro se presentan en la Tabla 6.5.

Parámetro	Valor
Marca	Labvolt
Modelo	8960
Torque magnético	0 a 3 N-m
Rotación	Ambos sentidos
Señal de salida del torque	0.3 Nm/V
Señal de salida de velocidad	500 rev/min/V
Potencia mecánica	250 W cont. – 750 W máx.
Rango de velocidad (@ 3 Nm)	290 a 3000 rev/min
Rango de velocidad (@ 1.5 Nm)	155 a 3000 rev/min
Control de carga	Manual / Voltaje externo
Entrada externa de control de carga	0 a +10V
Sensitividad de la ent. ext. de control de carga	0.3 N-m/V

Tabla 6.5. Características del dinamómetro.

El dinamómetro utilizado está acoplado al motor de cd por medio de una banda dentada y dos poleas con una relación (1:1). La carga mecánica que el dinamómetro produce cuando está acoplado a un motor consiste en la fricción en los dispositivos de acoplamiento (banda dentada), la fricción en el dinamómetro (la fricción en los rodamientos, las escobillas y el aire) y un par magnético que el dinamómetro produce para oponerse a la rotación ( $TM_{din}$ ). Del efecto combinado de estas fricciones y de este par resulta un par de carga ( $T_c$ ) que se opone a la rotación del motor acoplado al dinamómetro:  $T_c = T_{Fbanda} + T_{Fdin} + TM_{din}$ . Los pares  $T_{Fbanda}$  y  $T_{Fdin}$  varían con la velocidad angular, y  $TM_{din}$  puede modificarse a través de un voltaje externo proporcionado por la tarjeta de adquisición de datos. El par de carga estimado por el observador PIG corresponde al valor de  $TM_{din}$ .

#### 6.4.7. Fase de programación para el sistema convertidor cd-cd

En las siguientes subsecciones se presenta el diseño del programa en Matlab-Simulink que contiene al controlador backstepping, el observador PIG y la trayectoria de seguimiento de velocidad angular, diseñados en el capítulo cuatro y cinco respectivamente.

##### 6.4.7.1. Diseño del controlador backstepping, observador PIG y trayectoria de seguimiento de velocidad angular

El controlador backstepping dado en la ecuación (4.57), se implementó en el programa Matlab/Simulink (ver Fig. 6.14). Para la comunicación con los circuitos analógicos de sensado y de control, se utiliza como interfaz una tarjeta de adquisición de datos de la serie NI-6024E de la firma National Instruments<sup>®</sup>. El periodo de muestreo utilizado en la implementación del controlador es

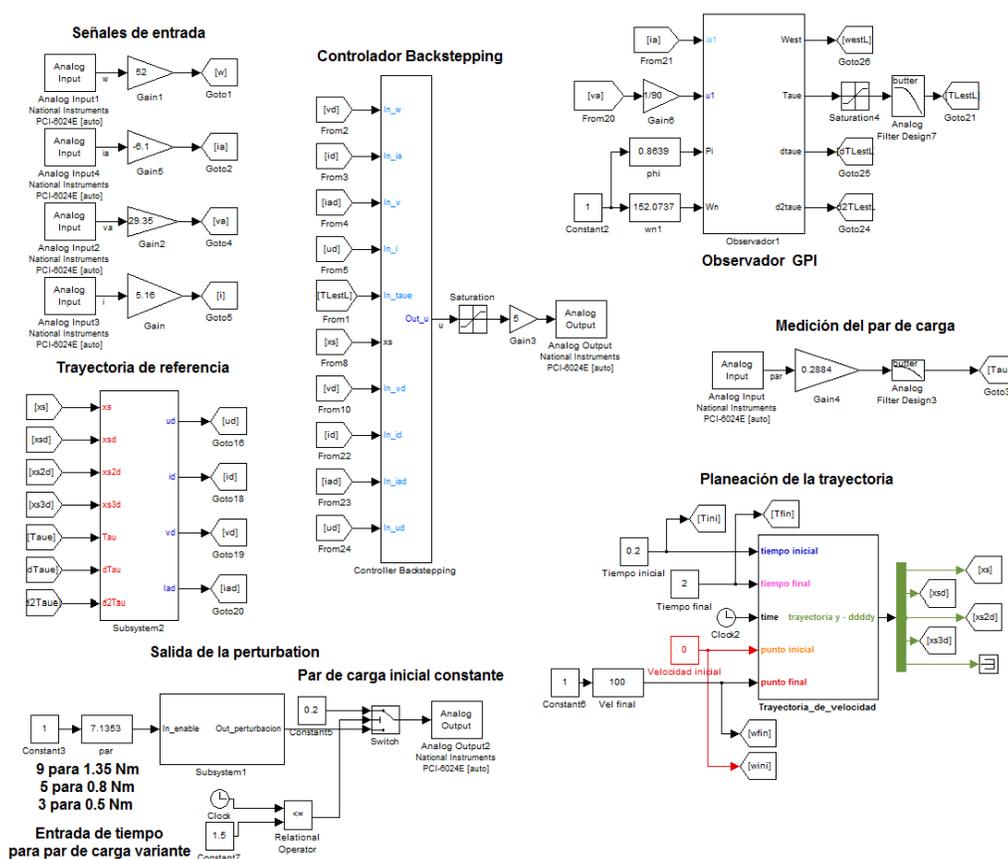


Figura 6.14. Programa en Matlab/Simulink del controlador backstepping para el sistema convertidor buck/motor cd.

de  $250 \mu\text{s}$ . En la misma Figura se presenta el observador PIG y la trayectoria de seguimiento de velocidad angular.

## 6.5. Pruebas experimentales y análisis de los resultados del convertidor cd-cd/motor

La figura 6.15 muestra la respuesta de velocidad angular para la tarea de seguimiento con una velocidad final  $\omega_{fin}$  de  $115 \text{ rad/seg}$ . En la figura se observa que la velocidad angular se estima de forma rápida por el observador PIG, y que la respuesta del controlador basado en la técnica backstepping, cambia de acuerdo al valor estimado del par de carga aplicado al motor. La respuesta de velocidad permite observar que el controlador presenta robustez, cuando el sistema se perturba con un par de carga variante con el tiempo.

En la Figura 6.16 se muestra la respuesta del observador PIG en la estimación del par de carga junto con el valor del par de carga real aplicado por el dinamómetro. Esta comparación permite ver la convergencia asintótica del valor estimado por el observador PIG.

La entrada de control  $u_{av}$  generada por el controlador backstepping, para la tarea de seguimiento

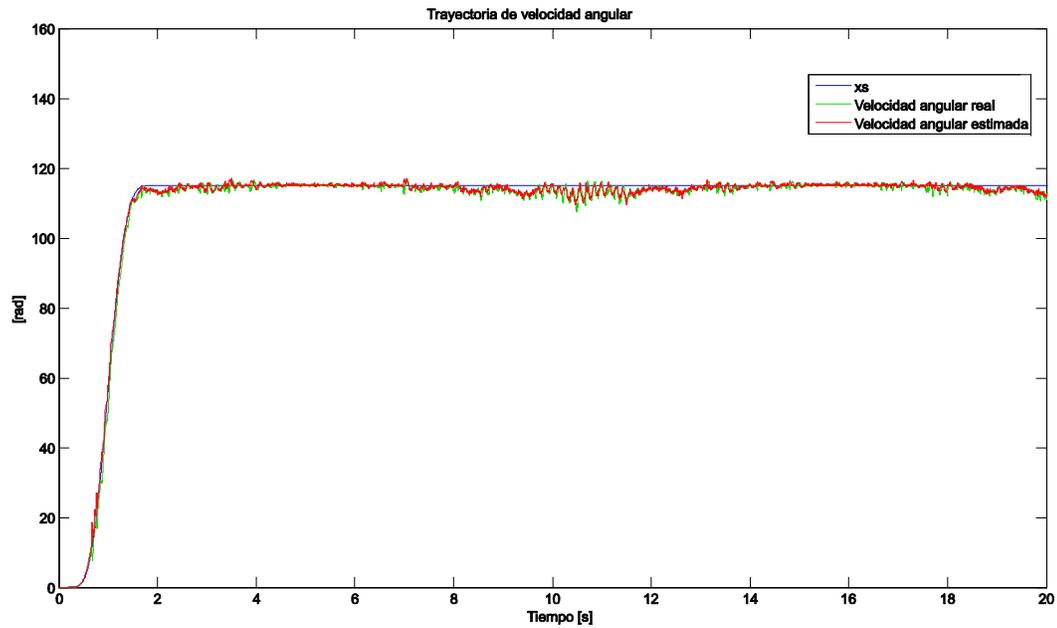


Figura 6.15. Resultado experimental: Respuesta de la velocidad angular ( $\omega$ ) para la tarea de seguimiento de trayectoria ( $x_s$ ) con par de carga variante con el tiempo, y estimación de la velocidad angular ( $\hat{\omega}$ ).

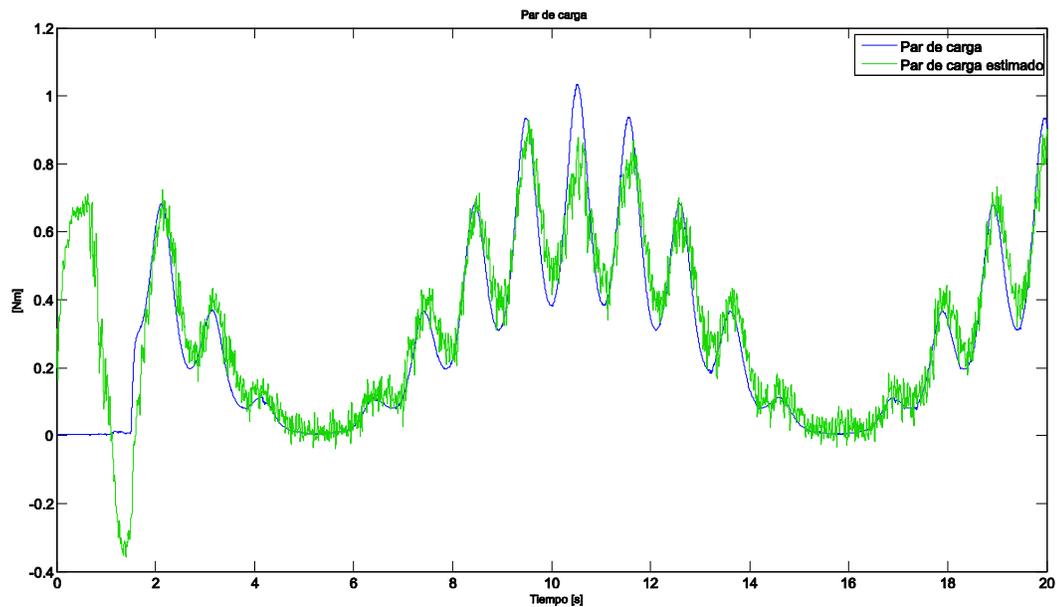


Figura 6.16. Resultado experimental: Respuesta en lazo cerrado del observador GPI para la estimación del par de carga ( $\tau_L$ ) variante con el tiempo.

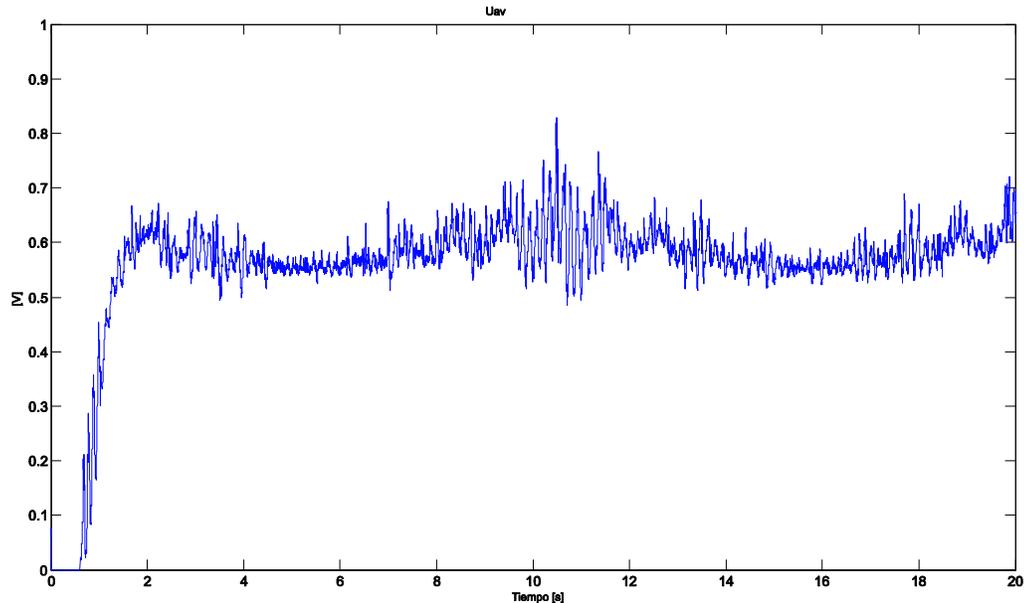


Figura 6.17. Resultado experimental: Entrada de control ( $u_{av}$ ) para una tarea de seguimiento con par de carga variante con el tiempo.

de velocidad angular con carga variante con el tiempo, se muestra en la Figura 6.17. En esta grafica se puede observar que el control aumenta relativamente cuando el par de carga está en su máximo valor (ver Figura 6.16) y disminuye a 0.58 V cuando el par de carga es casi cero. En cualquiera de los casos, la acción de control permanece acotado entre  $[0, 1]$ .

Los errores de estimación para la velocidad angular y el par de carga se presentan en la Figura 6.18. En esta grafica puede observarse que ambos errores convergen asintóticamente a cero, aún ante cambios súbitos de par de carga, es decir, se observa que los errores de estimación permanecen acotados dentro de una pequeña vecindad a cero. Observe que el nivel de rizo del error de estimación en la velocidad angular es mayor que el error de estimación del par de carga. Esto se debe a que el observador PIG proporciona una extensión dinámica de tercer orden para estimar el par de carga, mientras que para la velocidad angular no utiliza dicha extensión.

Por otro lado, la Figura 6.19 muestra la respuesta del voltaje de salida (voltaje de armadura del motor de cd), se puede apreciar los cambios en los valores nominales en el tiempo, para las variables del sistema cuando el par de carga variante con el tiempo, es adaptado a la dinámica de referencias deseadas del controlador.

La Figura 6.20 presenta la corriente de entrada ( $i$ ) y la corriente de armadura ( $i_a$ ) para la misma tarea de seguimiento de velocidad. En esta grafica, se observan de manera similar los cambios de los valores nominales en el tiempo, para las variables del sistema, cuando el par de carga variante con el tiempo es estimado y adaptado a las referencias del controlador. Los rizos de la corriente producidos en el circuito de armadura corresponden a las estimaciones de la velocidad angular y de la entrada de par de carga, dado que el estimador requiere la medición de la corriente de armadura.

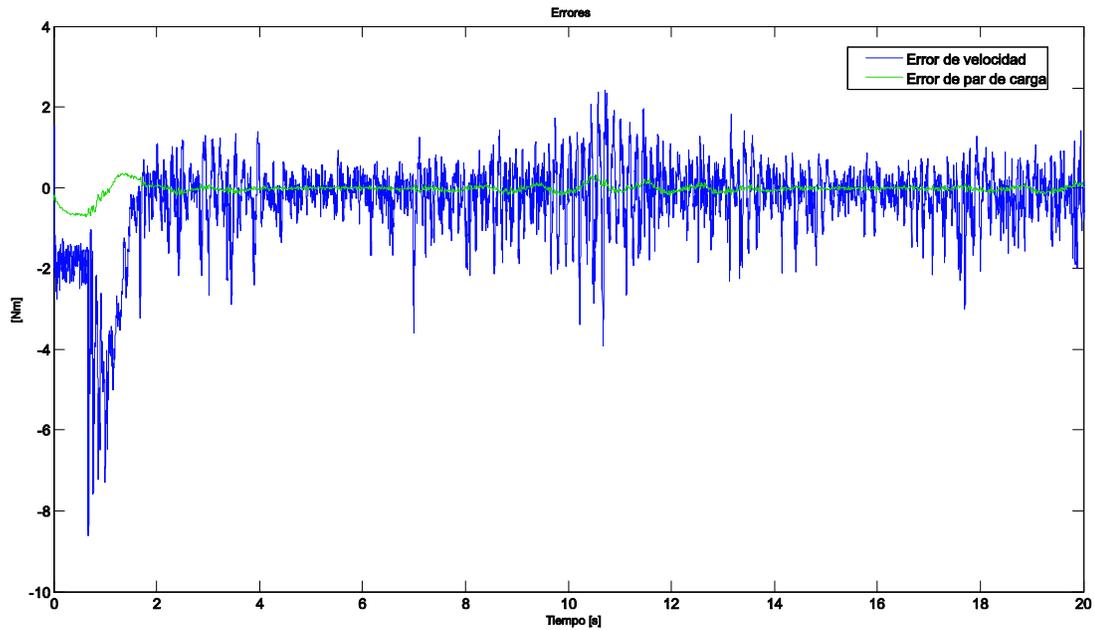


Figura 6.18. Resultado experimental: Errores de estimación de velocidad angular y par de carga, para una tarea de seguimiento con par de carga variante con el tiempo.

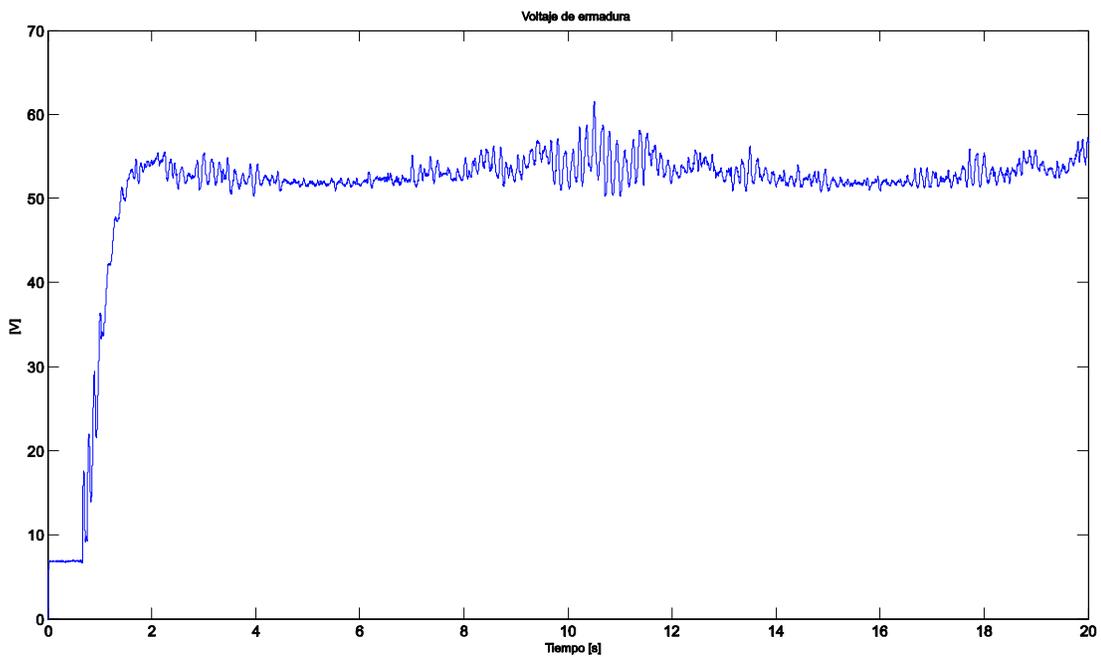


Figura 6.19. Resultado experimental: Voltaje de salida (V) para una tarea de seguimiento con par de carga variante con el tiempo.

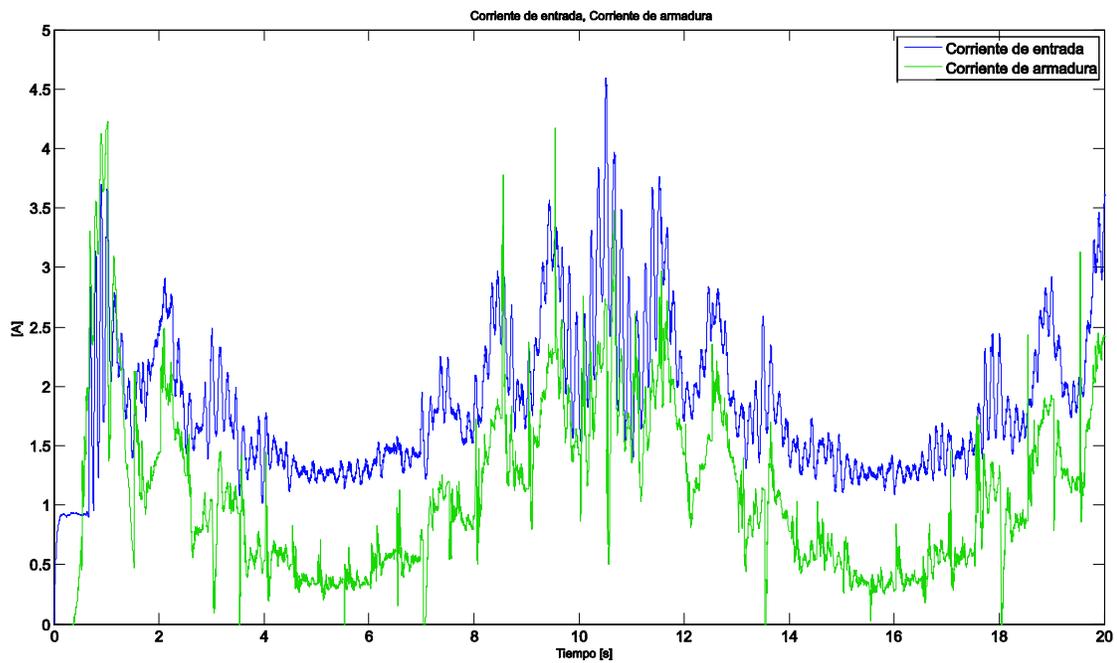


Figura 6.20. Resultado experimental: Corriente de entrada ( $i$ ) y corriente de armadura ( $i_a$ ) para una tarea de seguimiento con par de carga variante con el tiempo.

## Capítulo 7

# Conclusiones y trabajo futuro

Las conclusiones referentes al sistema convertidor ca-cd tipo boost son:

- Con el diseño de la ley de control basada en la técnica por retroalimentación de la salida pasiva del error, en conjunto con las referencias de corriente y voltaje obtenidas a partir del balanceo de potencias entrada-salida, las cuales incluyen el valor de estimación del par de carga se logró poner en fase la corriente y el voltaje a la entrada del rectificador, durante la regulación de la velocidad angular del motor. Lo anterior permitió elevar el FP cercano a la unidad y disminuir la distorsión armónica total en la corriente de entrada del convertidor, que acciona al motor para la regulación de la velocidad angular. Con lo anterior, es posible establecer que los objetivos específicos para el sistema convertidor ca-cd se cumplen satisfactoriamente.
- Las estimaciones y la ley de control diseñada, han permitido analizar algunas ventajas y desventajas sobre los estimadores, en el sentido de rapidez en el cálculo de la estimación y en las condiciones iniciales de tales estimadores, los resultados han revelado que el FP puede mejorarse; al mismo tiempo que se realiza la tarea principal; regular la velocidad del motor con un mínimo de error en estado estable y estado transitorio, aún cuando el motor presente par de carga.
- La ley de control basada en la retroalimentación de la salida pasiva, ha sido probada con dos estimadores y para la regulación de la velocidad angular de un motor de cd de 24V, se ha podido analizar que el nivel del FP y la respuesta de velocidad obtenidos; presenta un buen desempeño cuando el par de carga es estimado y adaptado a las referencias del controlador por retroalimentación de la salida pasiva, presentando robustez.
- La estimación algebraica del parámetro del par del motor se considera constante, sin embargo en la Figura 6.6 existen intervalos en el tiempo, donde el estimador algebraico registra la señal del par variante en el tiempo debido a las señales de reinicialización e integración de que está compuesto el estimador.
- Por otro lado, con el estimador algebraico no se requiere resolver la ecuación (mecánica) diferencial del modelo del modelo promedio, solo implica resolver la ecuación algebraicamente, sin embargo, las desventajas que se identifican, en el caso del estimador algebraico es que requiere de un mayor número de cálculos matemáticos, por otro lado para el observador de orden reducido necesariamente requiere sintonizarse.

- La estimación algebraica del par de carga para motores de cd, es una buena alternativa para resolver la falta de robustez de los controladores por retroalimentación de la salida pasiva del error, debido a que con la estimación paramétrica que se incluye en la variables de referencia del controlador, se consigue que la velocidad angular del motor converja al valor deseado, aún teniendo una carga considerable en su eje. En conclusión se puede decir que cuando se incluye el valor del par de carga estimado en las referencias de prealimentación, el controlador por retroalimentación de la salida pasiva del error encara el problema de robustez ante incertidumbre paramétrica del sistema y ante variaciones de carga en el eje del motor.
- Aunque el valor obtenido de la DAT (THD) obtenido es relativamente alto, este puede ser mejorado en los futuros trabajos.
- Los resultados obtenidos para este convertidor, han sido publicados en la revista arbitrada Asian Journal of Control, [www.ajc.com](http://www.ajc.com) [100] .
- Para investigaciones futuras se estudiarán los convertidores ca/cd trifásicos para arrancar al motor de corriente directa en forma suave, y que al mismo tiempo se tenga un FP unitario en la corriente de entrada.

Por otro lado, las conclusiones que conciernen al sistema convertidor cd-cd son:

- Con la técnica backstepping, y una planificación adecuada de la trayectoria de velocidad angular que contemple la adaptación de la estimación de la perturbación exógena, se ha conseguido arrancar en forma suave al motor con presencia de carga, y con esto se redujo en forma sustancial los picos súbitos de los transitorios eléctricos en la armadura.
- Los objetivos planteados en este trabajo de tesis para el sistema convertidor cd-cd tipo buck/motor de cd han sido alcanzados, de manera evidente las gráficas de los resultados experimentales muestran que se han disminuido los picos de los transitorios eléctricos presentados en la armadura del motor en el arranque, así como seguir un perfil de velocidad angular variante con el tiempo con un mínimo de error en estado estable y estado transitorio, aún cuando el motor presente par de carga variante con el tiempo. Con lo anterior es posible, analizar, diseñar e implementar un controlador backstepping de velocidad angular adaptativo vía un observador PIG, que aproveche las prestaciones dinámicas ofrecidas por los convertidores de potencia del tipo cd-cd, empleados como impulsores de motores de cd.
- Una de las desventajas del controlador backstepping para el sistema convertidor buck/motor de cd, es la medición de las demás variables físicas del sistema ( $i$ ,  $v$  e  $i_a$ ) para su retroalimentación en comparación con otros controladores pasivos (ver [86]).
- Las pruebas experimentales muestran que con la ley de control basada en backstepping, la adaptación de la estimación del par de carga y el empleo de la propiedad de planitud se logra llevar asintóticamente a cero al error de velocidad angular y con esto obtener un seguimiento de la referencia de la trayectoria, lo que permite validar la hipótesis de partida para este sistema convertidor. También por medio de la propiedad de planitud es posible obtener un observador PIG, al conocer su o sus estados en términos de la salida plana, y de las derivadas de orden finito. Estos resultados muestran que el controlador propuesto presenta robustez ante variaciones del par de carga en el motor, y que el seguimiento de la velocidad angular es satisfactorio.

- El prescindir del sensor de velocidad angular en la retroalimentación del control, es una alternativa requerida en el control de máquinas de corriente directa. Esto se ha podido realizar, gracias al observador PIG, que por la dinámica que conlleva nos permite estimar la velocidad angular y el par de carga variante con el tiempo. Por lo tanto, con la retroalimentación de la velocidad angular estimada se ha conseguido un control de velocidad basado en la técnica backstepping del tipo *sensorless*, para el sistema convertidor buck-motor cd, sin embargo la demostración de estabilidad controlador-estimación de velocidad angular queda como trabajo para realizarse en las investigaciones posteriores a éste trabajo.
- Para investigaciones futuras, la plataforma experimental del sistema convertidor cd-cd/motor cd permitirá evaluar y analizar otras técnicas de control.



# Apéndice A

## Artículos publicados

1. J. Linares Flores, J. J Vázquez Sanjuan and E. Yescas Mendoza, *Control de corriente por modos deslizantes del convertidor cd/cd Buck-Boost*, XV Seminario Anual de Automática, Electrónica Industrial e Instrumentación, SAEI, 2008, España.
2. J. Linares-Flores, H. Sira-Ramírez, E. Yescas-Mendoza, J. J. Vázquez-Sanjuan, *A comparison between the algebraic and the reduced Order observer approaches for on-line load torque estimation in a unit power factor rectifier-dc motor system*, Vol. 14, No. 1, pp. 45-57, Asian Journal of Control, January 2012.
3. E. Yescas-Mendoza, J. Linares-Flores, M. A. Contreras-Ordaz, J.L. Barahona Avalos, *Controlador lineal de velocidad angular con rechazo activo de perturbaciones del convertidor reductor/motor cd*, XV Congreso Latinoamericano de Control Automático, 23-26 Octubre 2012, Lima-Perú, CLCA 2012.



# Referencias bibliográficas

- [1] J. M. Benavent García, A. Abellán García, and E. Figueres Amorós, *Electrónica de Potencia - Teoría y Aplicaciones*, Alfaomega, 2000.
- [2] M. H. Rashid Editor in Chief, *Power Electronics Handbook*, Academic Press, Elsevier Inc., MA, USA, 2nd. edition, 2007.
- [3] A-S. Simoes, M. M. Silva, and A. V. Anunciada, “A boost-type converter for dc-supply of fluorescent lamps,” in *IEEE Transaction On Industrial Electronics*, April 1994, vol. 41, pp. 251–255.
- [4] N. Kato, S. Hirano, H. Matsuura, and M. Torii, “Ferrite substrates for high frequency switching dc-to-dc converter application,” in *Magnetics, IEEE Transactions on*, September 1985, pp. 1723 – 1725.
- [5] R. Grunbaum, “Enhancing of power quality and availability in distribution systems by means of voltage source converters,” in *International Conference and Exhibition on Electricity Distribution, CIRED 2001*, 2001, vol. 2, pp. 18–21.
- [6] T. Gopalarathnam, M. Manjrekar, and P. Steimer, “Investigations on a unified controller for a practical hybrid multilevel power converter,” in *Applied Power Electronics Conference and Exposition, 2002. APEC 2002. Seventeenth Annual IEEE*, 2002, vol. 2, pp. 1024 – 1030.
- [7] P. J. Wolfs, “A current sourced dc-dc converter derived via the duality principle from the half-bridged converter,” in *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, February 1993, vol. 40, pp. 139 – 144.
- [8] M. H. Rashid, *Electrónica de potencia, circuitos, dispositivos y aplicaciones*, Prentice Hall, México, 3a edition, 2004.
- [9] I. Batarseh, *Power Electronic Circuits*, John Wiley and Sons Inc, 2004.
- [10] D. Czarkowski, *DC-DC Converters*, Academic Press, 2001.
- [11] J. Linares-Flores, J. Reger, and H. Sira-Ramírez, “Speed-sensorless tracking control of a dc-motor via a double buck-converter,” in *45th IEEE Conference on Decision and Control*, 2006.
- [12] J. Linares-Flores and H. Sira-Ramírez, “Dc motor velocity control through a dc-to-dc power converter,” in *43rd IEEE Conference on Decision and Control. Spec. Conf.*, Atlantis, Paradise Island, Bahamas, December 14-17 2004, vol. 5, pp. 5297–5302.

- [13] L. Biagiotti and C. Melchiorri, *Trajectory Planning for Automatic Machines and Robots*, Springer, Berlin Heidelberg, 2008.
- [14] Z. Bing, M. Chen, S.K.T. Miller, and Y. Nishida, “Recent developments in single-phase power factor correction,” in *Power Conversion Conference - Nagoya, 2007. PCC '07*, 2007, pp. 1520 – 1526.
- [15] A. Astolfi, D. Karagiannis, and R. Ortega, *Nonlinear and adaptative control with applications*, Communications and Control Engineering. Springer-Verlag, 1a edition, 2010.
- [16] S. Basu, M.H.J. Bollen, and T. M. Undeland, “Pfc strategies in light of en 61000-3-2,” 2004.
- [17] H. Miranda Vidales, *Estudio de inversores multinivel para aplicaciones en filtros activos trifásicos de corriente*, Ph.D. thesis, 2003.
- [18] D. Noriega Pineda and G. Espinosa Pérez, “Harmonic voltage compensation for single phase power systems,” in *European Control Conference, Cambridge*, 2003.
- [19] D. Noriega Pineda, G. Espinosa Pérez, A. Varela Vega, and S. Horta Mejia, “Experimental evaluation of an adaptative nonlinear controller for single-phase ups,” in *Proceedings of the 2001 IEEE International Conference on Control Applications, 2001*, 1999, pp. 254–258.
- [20] B. K. Bose, *Power Electronics and Variable Frequency Drives: Technology and Applications*, Wiley-IEEE Press, 1996.
- [21] W.H. Wolfe and W.G. Hurley, “Power factor correction and harmonic filtering for ac/dc converters,” in *Industrial Electronics Society, IEEE 2002 28th Annual Conference of the*, 2002, vol. 4.
- [22] J. F. Silva, “Sliding-mode control of boost-type unity-power-factor pwm rectifiers,” in *IEEE Industrial Electronics Society*, Jun 1999, vol. 46, pp. 594 – 603.
- [23] MC Wong, ZY. Zhao, YD Han, and LB Zhao, “Three dimensional pulsewidth-modulation technique in three-level power inverters for the three phase four wired system,” in *Power Electronics, IEEE Transactions*, May 2001, vol. 16, pp. 418–427.
- [24] L. Tzann-Shin, “Input-output linearization and zero-dynamics control of three-phase ac/dc voltage-source converters,” in *Power Electronics, IEEE Transactions on*, Jan 2003, vol. 18, pp. 11–22.
- [25] D.C. Lee, G.M. Lee, and K.D. Lee, “Dc-bus voltage control of three phase ac/dc pwm converters using feedback linearization,” in *Industry Applications, IEEE Transactions on*, May 2000, vol. 36, pp. 826 – 833.
- [26] R. Carbone and A. Scappatura, “A high-power pwm adjustable speed drive with low current harmonics,” in *Industrial Electronics, 2005. ISIE 2005. Proceedings of the IEEE International Symposium on*, 2005, vol. 2, pp. 535–540.
- [27] G. K. Andersen and F. Blaabjerg, “Current programmed control of a single-phase two-switch buck-boost power factor correction circuit,” in *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, 2006, vol. 53, pp. 263–271.

- [28] H. Sira-Ramírez and R. Silva-Ortigoza, *Control Design Techniques in Power Electronics Devices*, Springer-Verlag, 1a edition, 2010.
- [29] N. Mohan, T. M. Undeland, and W. P. Robbins, *Power Electronics Converters, Applications, and Design*, John Wiley and Sons, Inc, 2003.
- [30] G. Escobar, D. Chevreau, R. Ortega, and E. Mendes, “An adaptive passivity based controller for a unity power factor rectifier,” in *Control Systems Technology, IEEE Transactions on*, July 2001, vol. 9, pp. 637 – 644.
- [31] D. Karagiannis, E. Mendes, A. Astolfi, and R. Ortega, “An experimental comparison of several pwm controllers for a single-phase ac-dc converter,” in *Control Systems Technology, IEEE Transactions on*, 2003, vol. 11, pp. 940–947.
- [32] E. E. El-Kholy, “Generalized predictive controller for a boost ac to dc converter fed dc motor,” in *Power Electronics and Drives Systems, 2005. PEDS 2005. International Conference on*, 28-01 Nov 2005, vol. 2, pp. 1090–1095.
- [33] R. Ortega, A. Loría, P. J. Nicklasson, and H. J. Sira-Ramírez, *Passivity-based control of Euler-Lagrange Systems. Mechanical, Electrical and Electromechanical Applications*, Springer, 1st edition edition, 1998.
- [34] R. Poomima, P. Suganya, N. Kumaresan, and M. Subbiah, “Operating modes of single-phase thyristor converter fed dc drives using phase angle control scheme - a monograph,” in *IEEE International Conference on Industrial Technology 2006*, 2006, pp. 2402 – 2407.
- [35] I. Boldea and S.A. Nasar, *Máquinas eléctricas, dinámica y control.*, Cecsca, 1995.
- [36] H. K. Khalil, *Nonlinear systems*, Prentice Hall, 3a edition, 2002.
- [37] M. Kristic, I. Kanellakopoulus, and P. Kokotovic, *Nonlinear and Adaptive control Design*, John Wiley and Sons, Inc., New York, 1995.
- [38] M. Malisoff and F. Mazenc, *Constructions of Strict Lyapunov Functions*, Springer, NY, 2009.
- [39] J. Zhou and C. Wen, *Adaptive backstepping control of uncertain systems*, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2008.
- [40] F. Pozo Montero, *Nonlinear control of uncertain systems, sole application-oriented issues*, Ph.D. thesis, Universitat Politècnica de Catalunya, 2004.
- [41] Z. Zwierzewicz, “Adaptive tracking-control synthesis for functionally uncertain systems via modified backstepping,” in *15th Intern. Conf. on Methods and Models in Automation and Robotics (MMAR)*, IEEE., Ed., 2010.
- [42] H. Márquez, *Nonlinear Control Systems: Analysis and Design*, John Wiley and Sons, Inc, New Jersey, 2003.
- [43] R. Villamizar Mejia, *Robust Control of Systems Subjected to Uncertain Disturbances and Actuator Dynamics*, Ph.D. thesis, Universitat de Girona. Departament d’Electrónica, Informàtica i Automàtica, 2005.

- [44] T. C. Lee, K. T. Song, C. H. Lee, and C. C. Teng, “Tracking control of unicycle-modeled mobile robots using a saturation feedback controller,” 2001, vol. 9, pp. 305–318.
- [45] T. I. Fossen and A. Grovlen, “Nonlinear output feedback control of dynamically positioned ships using vectorial observer backstepping,” in *Control Systems Technology, IEEE Transactions on*, 1998, vol. 6, pp. 121–128.
- [46] K. S. Kim and Y. Kim, “Robust backstepping control for slew maneuver using nonlinear tracking function,” 2003, vol. 11, pp. 822–829.
- [47] H. E. Fadil and F. Giri, “Backstepping based control of pwm dc-dc boost power converters,” in *Industrial Electronics, ISIE. IEEE International Symposium on*, 2007, pp. 395–400.
- [48] M. Oussaid, M. Cherkaoui, and Y. Zidani, “A nonlinear speed control for a pm synchronous motor using an adaptive backstepping control approach,” in *Industrial Technology, 2004. IEEE ICIT '04. International Conference on*, 2004, vol. 3.
- [49] M. Muminul, I. Chy, and M.Ñasir Uddin, “Nonlinear controller based high speed control of ipmsm,” in *Electrical and Computer Engineering, 2006. ICECE '06. International Conference on*, 2006, pp. 477–480.
- [50] H. E. Fadil and F. Giri, “Robust control of dc motor velocity through dc-dc buck power converter,” 2006, pp. 1553–1568.
- [51] H. Sira-Ramírez, R. Márquez, F. Rivas-Echeverria, and O. Llanes-Santiago, *Control de sistemas no lineales*, Pearson Prentice Hall, 1a edition, 2005.
- [52] G. Ellis, *Observers in Control Systems, A Practical Guide*, Academic press, UK, 2002.
- [53] H. Sira-Ramírez and V. Feliu-Battle, “Robust Sigma-Delta modulation-based sliding mode observers for linear systems subject to time polynomial inputs,” *International Journal of Systems Science*, vol. 42, no. 4, 2011.
- [54] M. Fliess and H. Sira-Ramírez, “An algebraic framework for linear identification,” in *Optimisation and Calculus of Variations*, 2003, vol. 9, pp. 151–168.
- [55] C. García Rodríguez, *Métodos algebraicos en el control de sistemas*, Ph.D. thesis, Cinvestav-IPN, Febrero 08 2011.
- [56] M. Fliess, R. Márquez, E. Delaleau, and H. Sira-Ramírez, “Correcteurs proportionnels-intégraux généralisés,” in *Optimisation and Calculus of Variations*, 2002, vol. 7, pp. 23–41.
- [57] H. Sira-Ramírez, V. Feliu-Battle, F. Beltrán-Carbajal, and A. Blanco-Ortega, “Sigma-delta modulation sliding mode observers for linear systems subject to locally unstable inputs,” in *Control and Automation, 2008 16th Mediterranean Conference on*, June 2008, pp. 344–349.
- [58] H. Sira-Ramírez, A. Luviano-Juárez, and J. Cortés-Romero, “Control lineal robusto de sistemas no lineales diferencialmente planos,” 2011, vol. 8, pp. 14–28.
- [59] J. Cortés Romero, A. Luviano Juárez, and H. Sira-Ramírez, “Robust generalized pi sliding mode control for the induction motors,” in *Control Applications Intelligent Control, 2009 IEEE*, 2009, pp. 1–6.

- [60] J. Cortés Romero, A. Luviano Juárez, and H. Sira-Ramírez, “Robust gpi controller for trajectory tracking for induction motors,” in *Mechatronics, 2009. ICM 2009. IEEE International Conference on*, April 2009.
- [61] H. Sira-Ramírez, “Linear control of the buck converter with unknown resistive loads,” in *Industrial Electronics (ISIE), 2010 IEEE International Symposium on*, 4-7 July 2010, pp. 901–906.
- [62] V. M. Hernández and H. Sira-Ramírez, “Position control of a inertia-spring dc-motor system without mechanical sensors: experimental results,” in *40th Conference on Decision and Control 2001*, IEEE, Ed., 2001, vol. 2, pp. 1386 – 1391.
- [63] D. Martínez-Vázquez, A. Rodríguez-Angeles, and H. Sira-Ramírez, “Robust gpi observer under noisy measurements,” in *Electrical Engineering, Computing Science and Automatic Control, CCE, 2009 6th International Conference on*, Toluca, México, Jan 2010, pp. 1–5.
- [64] K. Busawon and P. Kabore, “Disturbance attenuation using proportional integral observers,” in *Int. J. Control*, 2001, vol. 74, pp. 618–627.
- [65] H. Sira-Ramírez, M. Velasco-Villa, and A. Rodríguez-Angeles, “Trajectory tracking control of an input delayed monocycle,” in *American Control Conference (ACC)*, June 2010.
- [66] H. Sira-Ramírez, López-Uribe, C., and M. Velasco-Villa, “Trajectory-tracking control of an input delayed omnidirectional mobile robot,” in *Electrical Engineering Computing Science and Automatic Control (CCE), 7th International Conference on*, September 8-10 2010, pp. 470–475.
- [67] H. Sira-Ramírez and R. Castro-Linares, “Trajectory tracking for non-holonomic cars: A linear approach to controlled leader-follower formation,” in *Decision and Control (CDC), 2010 49th IEEE Conference on*, December 15-17 2010, pp. 546–551.
- [68] H. Sira-Ramírez, C. López-Uribe, and M. Velasco-Villa, “Real-time linear control of the omnidirectional mobile robot,” in *IEEE*, 2010, pp. 4263–4268.
- [69] Y. Xia, B. Liu, and M. Fu, “Active disturbance rejection control for power plant with a single loop,” in *Asian Journal Control*, 2010, vol. 14, pp. 239–250.
- [70] S. Li, J. Yang, W.H. Chen, and X Chen, *Disturbance Observer-Based Control. Methods and Applications*, CRC-Press, 2014.
- [71] J. Chiasson, *Modelling and high-performance control of electric machines*, John Wiley and Sons Inc., NJ, 2005.
- [72] V. Hagenmeyer and E. Delaleau, “Continuous-time non-linear flatness-based predictive control: An exact feedforward linearisation setting with an induction drive example,” 2008, vol. 81, pp. 1645–1663.
- [73] Fliess, M., and H. Sira-Ramírez, *Closed-loop parametric identification for continuous-time linear systems via new algebraic techniques*, pp. 362–391, Springer, 2008.
- [74] J. Linares-Flores, J. Reger, and H. Sira-Ramírez, “Load torque estimation and passivity-based control of a boost-converter/dc-motor combination,” 2010, vol. 18, pp. 1398–1405.

- [75] A. Gensior, J. Weber, J. Rudolph, and H. Guldner, “Algebraic parameter identification and asymptotic estimation of the load of a boost converter,” 2008, vol. 55, pp. 3352–3360.
- [76] J. Linares-Flores, J.L.B. Avalos, and C.A.B. Espinosa, “Passivity-based controller and online algebraic estimation of the load parameter of the dc-to-dc power converter cuk type,” in *IEEE*, 2011, vol. 9, pp. 50–57.
- [77] K. Ogata, *Modern Control Engineering*, Prentice Hall, 1993.
- [78] G.D. Galanos, A.T. Alexandridis, and J.A. Miliadis-Argitis, “Optimal control of dc-motors using reduced-order observers,” in *IEEE*, 1989, vol. 2, pp. 2289–2294.
- [79] T. Hanamoto, Y. Tanaka, T. Mochizuki, Z. Xu, and T. Ogawa, “Speed control method of d.c. motor drive system with speed observer,” in *IECON '91*, 1991, pp. 613–618.
- [80] F. Rotella, M. Ayadi, and F. J. Carrillo, “Control and trajectory tracking by flatness of a time variant stator flux motor,” in *Control Application Proceedings of the 2002 IEEE International Conference on*, 2002, pp. 102–107.
- [81] R. Martínez-Guerra, J.C. Cruz-Victoria, R. Gonzalez-Galan, and R. Aguilar-López, “A new reduced-order observer design for the synchronization of Lorenz systems,” *Journal Chaos and Solitons and Fractal*, vol. 28, pp. 511–517, 04 2006.
- [82] I. Chavez-Manriquez, R. Martínez-Guerra, and A. Osorio-Cordero, “Parametric identification of linear time varying systems using a proportional reduced order observer,” in *American Control Conference, 2002. Proceedings of the*, 2002, vol. 4, pp. 3236–3241.
- [83] R. Martínez-Guerra, R. Garrido, R. Palacios, and J. Mendoza-Camargo, “Fault detection in a belt-drive system using a proportional reduced order observer,” in *IEEE Proc. American Control Conference, Boston, MA, USA.*, 2004, vol. 4, pp. 3106–3110.
- [84] C. Aguilar-Ibanez, F. Flores A., J. Sánchez H., and M.S. Suárez, “Identificación del sistema de Rössler: enfoque algebraico y algoritmos genéticos,” *Revista Mexicana de Física*, vol. 51, pp. 437–441, 2005.
- [85] J.C. Cruz-Victoria, R. Martínez-Guerra, and J.J. Rincón-Pasaye, “On nonlinear systems diagnosis using differential and algebraic methods,” *Journal of the Franklin Institute*, vol. 345, pp. 102–118, 2008.
- [86] J. Linares-Flores, *Control suave de velocidad de motores de cd mediante convertidores de potencia cd/cd*, Ph.D. thesis, Cinvestav-IPN, 2006.
- [87] H. Sira-Ramírez and K. Agrawal, *Differentially Flat Systems*, Marcel Dekker, New York, USA, 2004.
- [88] S. Diop and M. Fliess, “Nonlinear observability, identifiability and persistent trajectories,” in *Decision and Control, 1991, Proceedings of the 30th IEEE Conference on*, 1991, vol. 1, pp. 714–719.
- [89] R. Martínez-Guerra, I. R. Ramirez-Palacios, and E. Alvarado-Trejo, “On parametric and state estimation: Application to a simple academic example,” in *Decision and Control, 1998. Proceedings of the 37th IEEE Conference on*, 1998, vol. 1, pp. 764–765.

- 
- [90] R. Martínez-Guerra, R. Aguilar, and A. Poznyak, “Risk population estimation for hiv transmission using a reduced order uncertainty observer,” in *American Control Conference Arlington VA, USA*, 2001, pp. 4603–4604.
- [91] P. Kokotovic, A. Bensoussan, and G. Blankenship, *Singular Perturbations and Asymptotic Analysis in Control Systems*, Springer-Verlag, Berlin, 1987.
- [92] J. Linares-Flores, H. Sira-Ramírez, J. Reger, and S. Hernández-Marcial, “A boost unity power factor pre-compensator,” in *IEEE, Power Electronics Specialists Conference PESC2008*, 2008, pp. 3623–3627.
- [93] J. Linares-Flores, J. Reger, and H. Sira-Ramírez, “An exact tracking error dynamics passive output feedback controller for a buck-boost-converter driven dc motor,” in *10th IEEE International Power Electronics Congress*, 2008, pp. 1–5.
- [94] G. F. Franklin, J. D. Powell, and M. L. Workman, *Digital Control of Dynamic Systems*, Addison-Wesley Longman, Inc., Menlo Park, CA, third edition, 1998.
- [95] H. Deng and M. Kritic, “Stochastic nonlinear stabilization - I: A backstepping design,” *Systems and Control Letters*, vol. 32, pp. 143–150, 1997.
- [96] S. Diop and R. Martínez-Guerra, “An algebraic and data derivative information approach to nonlinear system diagnosis,” in *Proceedings of the European control conference (ECC)*, 2001, pp. 2334–2339.
- [97] M. H. Rashid, *Spice for power electronics and electric drives*, Prentice Hall, Inc., México, 3a edition, 1993.
- [98] D. Richardson and A. Caisse, *Rotating electric machinery and transformer technology*, Prentice Hall, 1996.
- [99] J. G. Kassakian, Schlecht M. F., and G.C. Verghese, *Principles of Power Electronics*, Addison-Wesley Publishing Company, 1992.
- [100] J. Linares-Flores, H. Sira-Ramírez, E. Yescas-Mendoza, and J. J. Vásquez-Sanjuan, “A comparison between the algebraic and the reduced order observer approaches for on-line load torque estimation in a unit power factor rectifier-dc motor system,” in *Asian J. Control*, 2010.